УДК 517.968.72
ГРНТИ 27.29.17

https://orcid.org/0000-0002-4311-5807
М.ТАШПУЛАТОВ[1], К.И.УСМАНОВ[1]
[1]Университет Ахмеда Ясави, Туркестан, Казахстан

О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СИСТЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С КОНФОРМАБЕЛЬНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Как известно одним из частных случаев интегро – дифференциальных уравнений является так называемые дифференциальные уравнения дробного порядка. В данной работе рассмотрена краевая задача для систем интегро-дифференциальных уравнении с конформабельным производным. К данной задаче было применен метод параметризации предложенный профессором Д.Джумабаевым. Вводятся новые параметры, и на основе этих параметров переходим к новым переменным. Переход к новым переменным, дает возможность получения начальных условии для уравнения. На основе этого решение задачи сводится к решению специальной задачи Коши и системы линейных уравнений. С помощью фундаментальной матрицы главной части дифференциального уравнения получается интегральное уравнение типа Вольтерра. Методом последовательного приближения определяется единственное решение интегрального уравнения. На основании этого находят решение специальной задачи Коши и ставят в краевые условия. На основе полученной системы линейных уравнений установлены необходимые и достаточные условия однозначного решения исходной задачи.

Ключевые слова: Система интегрально-дифференциальных уравнений, метод параметризации, параметр, краевое условие, однозначная разрешимость.

М.ТАШПУЛАТОВ[1], К.И.УСМАНОВ[1]
[1]Ахмед Ясауи университеті, Туркестан, Казахстан

КОНФОРМАБЕЛЬДІ ТУЫНДЫСЫ БАР ИНТЕГРАЛДЫҚ – ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

Өздеріңіз білетіндей, интегро – дифференциалдық теңдеулердің ерекше жағдайларының бірі бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер деп аталады. Бұл жұмыста конформабельді туындысы бар интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйелері үшін шеттік есеп қарастырылған. Қарастырылып жатқан есепке, профессор Д.Жұмабаев ұсынған параметрлеу әдісі қолданылды. Жаңа параметрлер енгізіліп, осы параметрлер негізінде біз жаңа айнымалыларға көшеміз. Жаңа айнымалыларға көшу теңдеудге бастапқы шарттарды алуға мүмкіндік береді. Осының негізінде мәселені шешу арнайы Коши есебі мен сызықтық теңдеулер жүйесін шешуге келтіріледі. Дифференциалдық теңдеудің негізгі бөлігінің іргелі матрицасын қолдана отырып, Вольтерр тектес интегралдық теңдеуі алынады. Біртіндеп жуықтау әдісі көмегімен, интегралдық теңдеудің жалғыз шешімін анықтаймыз. Осының негізінде, арнайы Коши есебінің жалғыз шешімін тауып, шеттік шарттарға қоямыз. Алынған сызықтық теңдеулер жүйесі негізінде бастапқы есепті бірмәнді шешімділігінің қажетті және жеткілікті шарттарын анықтаймыз.

Кілттік сөздер: Интегралдық – дифференциалдық теңдеулер жүйесі, параметрлеу әдісі, параметр, шеттік есеп, бірмәнді шешімділік.

M.TASHPULATOV[1], Kh.I. USMANOV[1]
[1]Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan

UNAMBIGUOUS SOLVABILITY OF A PARTICULAR CASE OF SYSTEMS OF INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A PULSED KAEV DISTANCE CONTAINING A PARAMETER

As is known, one of the special cases of integro – differential equations is the so-called fractional differential equations. In this paper, we consider a boundary value problem for systems of integro-differential equations with a conformable derivative. The parameterization method proposed by Professor D. Dzhumabaev was applied to this problem. New parameters are introduced, and based on these parameters, we move to new variables. The transition to new variables makes it possible to obtain the initial conditions for the equation. Based on this, the solution of the problem is reduced to the solution of a special Cauchy problem and a system of linear equations. Using the fundamental matrix of the main part of the differential equation, an integral equation of the Volterra type is obtained. The method of sequential approximation determines the unique solution of the integral equation. Based on this, they find a solution to the special Cauchy problem and put it in boundary conditions. On the basis of the obtained system of linear equations, the necessary and sufficient conditions for an unambiguous solution of the initial problem are established.

Keyword: System of integral-differential equations, parametrization method, parameter, boundary condition, unambiguous solvability.

Вопросы разрешимости краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений встречаются во многих работах. Как известно, одним из частных случаев интегро-дифференциальных работ является дифференциальные уравнения дробного порядка, разрешимостью которого в последнее время стали заниматься многие ученые.

Недавно в работе [5] было введено один из вариантов дробной производной, так называемая ”конфомабельная производная”.

В работах [6-7] были введены определения и основные свойства конформабельной производной.

Определение. Пусть функция $f:[0,\infty)\to R$. Тогда, для всех $t>0$ конформабельная производная от функции f определяется в виде

$$T_\alpha(f)(t)=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(t+\varepsilon t^{1-\alpha})-f(t)}{\varepsilon},$$

где $\alpha\in(0,1)$. Если f дифференцируема в порядке α в $(0,a)$, $a>0$, и существует $\lim\limits_{\varepsilon\to 0+} f^{(\alpha)}(t)$ тогда

$$f^{(\alpha)}(0)=\lim_{\varepsilon\to 0+} f^{(\alpha)}(t).$$

Определение 2. Конформабельный интеграл от функции f порядка $\alpha\in(0,1]$ определяется равенством

$$I_\alpha^a(f)(t)=\int_a^t \tau^{\alpha-1} f(\tau)\,d\tau. \quad (1)$$

Лемма 1. Пусть при $t>0$ функций f и g дифференцируемы в порядке $\alpha\in(0,1)$. Тогда

1) $T_\alpha(af+bg)=aT_\alpha(f)+bT_\alpha(g)$, для всех $a,b\in R$.

2) $T_\alpha(c)=0$, для всех $f(t)=const$.

3) $T_\alpha(fg)=fT_\alpha(f)+T_\alpha(f)g$.

4) $T_\alpha\left(\dfrac{f}{g}\right)=\dfrac{fT_\alpha(f)-T_\alpha(f)g}{g^2}$.

5) Если f дифференцируема, то $T_\alpha(f)(t) = t^{1-\alpha}\dfrac{df}{dt}(t)$.

Лемма 2. Пусть $\alpha \in (0,1]$ и функций f непрерывно при $t > a$, тогда

$$T_\alpha I_\alpha^a(f)(t) = f(t). \tag{2}$$

В данной работе на отрезке $[0,T]$ рассматривается двухточечная краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений с конформабельной производной

$$T_\alpha(x)(t) = A\cdot x(t) + \int_0^T K(t,s)x(s)ds + f(t), \quad \mathrm{t} \in [0,T], \tag{3}$$

$$Bx(0) + Cx(T) = d, \qquad d \in R^n, \tag{4}$$

где n- мерная вектор-функция $f(t)$ непрерывна на $[0,T]$, матрица $K(t,s)$ непрерывна соответственно на $[0,T]\times[0,T]$. A, B, C - постоянные матриц $n\times n$.

В данной работе краевая задача (3), (4) будет исследована методом параметризации профессора Д.Джумабаева [8,9].

Требуется найти непрерывную на $[0,T]$ и непрерывно дифференцируемую на $(0,T)$ вектор-функцию $x(t)$, которая удовлетворяет системе интегро-дифференциальных уравнений с инволюцией (1) и граничным условиям (2).

В настоящей работе краевая задача (1), (2) исследуется методом параметризации [8]. На основе этого метода получены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости исследуемой задачи.

Берем шаг $h > 0$, который N раз укладываем на отрезке $[0,T]$ и по нему произведем разбиение $[0,T) = \bigcup\limits_{r=1}^{N}[(r-1)h, rh)$.

Сужение функции $x(t)$ на $r-$ый интервал $[(r-1)h, rh)$ обозначим через $x_r(t)$, т.е. $x_r(t)$ - система вектор-функций, определенная и совпадающая с $x(t)$ на $[(r-1)h, rh)$. Тогда исходная двухточечная краевая задача для систем интегро-дифференциальных уравнений сведется к эквивалентной многоточечной краевой задаче

$$T_\alpha(x)(t) = A\cdot x_r(t) + \sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh} K(t,s)x_j(s)ds + f(t), \quad t \in [(r-1)h, rh), \tag{5}$$

$$Bx_1(0) + C\lim_{t\to T-0} x_N(t) = d, \tag{6}$$

$$\lim_{t\to sh-0} x_s(t) = x_{s+1}(sh), \qquad s = \overline{1, N-1}. \tag{7}$$

Здесь (7) - условия склеивания во внутренних точках разбиения $t = jh,\ j = \overline{1, N-1}$.

Если функция $x(t)$ - решение задачи (3), (4), то система его сужений $x[t] = (x_1(t), x_2(t), ..., x_N(t))'$ будет решением многоточечной краевой задачи (5) - (7). И наоборот, если система вектор-функций $\tilde{x}[t] = (\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), ..., \tilde{x}_N(t))'$ - решение задачи (5) - (7), то функция $\tilde{x}(t)$, определяемая равенствами $\tilde{x}(t) = \tilde{x}_r(t)$, $t \in [(r-1)h, rh)$, $r = \overline{1, N}$, $\tilde{x}(T) = \lim\limits_{t\to T-0}\tilde{x}_N(t)$, будет решением исходной краевой задачи (3), (4).

Через λ_r, обозначим значение функций $x_r(t)$ в точке $t = (r-1)h$ и на каждом интервале $[(r-1)h, rh)$ произведем замену $x_r(t) = u_r(t) + \lambda_r$, $r = \overline{1, N}$. Тогда задача (5) - (7) сведется к эквивалентной многоточечной краевой задаче с параметрами

$$T_\alpha(u_r)(t) = A\cdot\left[u_r(t)+\lambda_r\right]+\sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh} K(t,s)[u_j(s)+\lambda_j]ds + f(t), \tag{8}$$

$$u_r[(r-1)h]=0, \qquad t\in[(r-1)h,rh), \quad r=\overline{1,N}, \tag{9}$$

$$B\lambda_1 + C\lambda_N + C\lim_{t\to T-0} u_N(t) = d, \tag{10}$$

$$\lambda_s + \lim_{t\to sh-0} u_s(t) = \lambda_{s+1}, \qquad s=\overline{1,N-1}. \tag{11}$$

Задачи (5) - (7) и (8) - (11) эквивалентны в том смысле, что если система функций $x[t]=(x_1(t),x_2(t),...,x_N(t))'$- решение задачи (5) - (7), то пара $(\lambda,u[t])$, где $\lambda=(x_1(0),x_2(h),...,x_N(N-1)h))'$, $u[t]=(x_1(t)-x_1(0),x_2(t)-x_2(h),...,x_N(t)-x_N((N-1)h))$, будет решением задачи (8) - (11). И наоборот, если пара $(\tilde{\lambda},\tilde{u}[t])$, где $\tilde{\lambda}=(\tilde{\lambda}_1,\tilde{\lambda}_2,...,\tilde{\lambda}_N)'$, $\tilde{u}[t]=(\tilde{u}_1(t),\tilde{u}_2(t),...,\tilde{u}_N(t))'$ - решение задачи (8) - (11), то система функций $\tilde{x}[t]=(\tilde{\lambda}_1+\tilde{u}_1(t),\tilde{\lambda}_2+\tilde{u}_2(t),...,\tilde{\lambda}_N+\tilde{u}_N(t))'$, будет решением задачи (5) - (7).

Появление начальных условий $u_r[(r-1)h]=0$, $r=\overline{1,N}$, позволяют при фиксированных значениях $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_N)'$ определить функции $u_r(t)$, $r=\overline{1,N}$, из систем интегральных уравнений

$$\begin{aligned} u_r(t) &= E_\alpha(A,t-(r-1)h)\int_{(r-1)h}^{t}(t-\tau)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau-(r-1)h)A(\tau)d\tau\lambda_r + \\ &+E_\alpha(A,t-(r-1)h)\int_{(r-1)h}^{t}(t-\tau)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau-(r-1)h)\sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh}K(\tau,s)\left[u_j(s)+\lambda_j\right]dsd\tau + \\ &+E_\alpha(A,t-(r-1)h)\int_{(r-1)h}^{t}(t-\tau)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau-(r-1)h)f(\tau)d\tau, \quad t\in[(r-1)h,rh), \ r=\overline{1,N}, \end{aligned} \tag{12}$$

где $E_\alpha(A,t)$- фундаментальная матрица дифференциального уравнения $T_\alpha(x)(t)=Ax_r(t)$, определяемая равенством $E_\alpha(\lambda,t)=\exp\left(\lambda\dfrac{s^\alpha}{\alpha}\right)$ [6].

В (12) предполагая $t=\tau$, умножая обе части на $K_1(t,\tau)$, интегрируя по τ на $t\in[(r-1)h,rh)$ и складывая правые и левые части, получим

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^{N}\int_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)u_r(\tau)d\tau &= \sum_{r=1}^{N}\int_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)\times \\ &\times\sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh}K(\tau_1,s)u_j(s)dsd\tau_1 d\tau + \sum_{r=1}^{N}\int_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)\times \\ &\times\left\{A\lambda_r+\sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh}K(\tau_1,s)ds\lambda_j + f(\tau_1)\right\}d\tau_1 d\tau, \quad t\in[0,T]. \end{aligned} \tag{13}$$

Введем обозначения

$$\Phi_h(t)=\sum_{j=1}^{N}\int_{(j-1)h}^{jh}K(t,\tau)u_j(\tau)d\tau,$$

$$M_r(h,t)=\int\limits_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)Ad\tau_1 d\tau+$$
$$+\sum_{j=1}^{N}\int\limits_{(j-1)h}^{jh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)\sum_{r=1}^{N}\int\limits_{(r-1)h}^{rh}K(\tau_1,s)dsd\tau_1 d\tau,$$
$$F_h(t)=\sum_{j=1}^{N}\int\limits_{(j-1)h}^{jh}E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)K(t,\tau)\int\limits_{(j-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)f(\tau_1)d\tau_1 d\tau.$$

Тогда уравнение (13) можно записать в виде

$$\Phi_h(t)=\sum_{j=1}^{N}\int\limits_{(j-1)h}^{jh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)\Phi_r(\tau_1)d\tau_1 d\tau+$$
$$+\sum_{r=1}^{N}M_r(h,t)\lambda_r+F_h(t),\quad t\in[0,T]. \tag{14}$$

Возьмем $h_0>0$ так, чтобы она удовлетворяла неравенству

$$\delta(h_0)\equiv e^{ah_0^\alpha}\beta T h_0^\alpha<1, \tag{15}$$

где $\beta=\max\limits_{(t,s)\in[0,T]\times[0,T]}\|K(t,s)\|,\ \ a=\|A\|$. Тогда в силу оценки

$$\left\|E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}(\tau-\tau_1)^{\alpha-1}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)\sum_{j=1}^{N}\int\limits_{(j-1)h}^{jh}K(\tau,\tau_1)u_j(\tau_1)d\tau_1 d\tau\right\|\le$$
$$\le e^{ah^\alpha}\beta T h^\alpha\max_{t\in[0,T]}\left\|\Phi_r(\mathrm{t})\right\|, \tag{16}$$

для любого $h\in(0,h_0]$ уравнение (14) имеет единственное решение. Предполагая $h\in(0,h_0]$

$$M_r^{(0)}(h,t)=M_r(h,t),$$

$$M_r^{(k)}(h,t)=\int\limits_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)M_r^{(k-1)}(h,t)d\tau_1 d\tau$$

$$F^{(0)}(h,t)=F_r\ (h,t),$$

$$F^{(\mathrm{k})}(h,t)=\int\limits_{(r-1)h}^{rh}K(t,\tau)E_\alpha(A,\tau-(r-1)h)\int\limits_{(r-1)h}^{\tau}E_\alpha(-A,\tau_1-(r-1)h)F^{(k-1)}(h,t)d\tau_1 d\tau,$$

$k=1,2,\ldots$, определяем последовательность матриц и векторов. Так как $h\in(0,h_0]$, то в силу принципа сжатых отображений решение уравнения (14) записываем в виде

$$\Phi_h(t) = \sum_{r=1}^{N} D_r(h,t)\lambda_r + F_h(t)\,,\ t \in [0,T], \tag{17}$$

где $D_r(h,t) = \sum_{k=0}^{\infty} D_r^{(k)}(h,t)$, $F_h(t) = \sum_{k=0}^{\infty} F^{(k)}(h,t)$.

Подставим (17) в (12) определим $u_r(t)$ через λ_r и $f(t)$

$$u_r(t) = E_\alpha(A, t-(r-1)h) \int_{(r-1)h}^{t} E_\alpha(-A, \tau-(r-1)h)A(\tau)d\tau\lambda_r +$$

$$+E_\alpha(A, t-(r-1)h) \int_{(r-1)h}^{t} E_\alpha(-A, \tau-(r-1)h)\sum_{j=1}^{N}\left[D_j(h,t) + \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau,s)ds\right]d\tau\lambda_j +$$

$$+E_\alpha(A, t-(r-1)h) \int_{(r-1)h}^{t} E_\alpha(-A, \tau-(r-1)h)\left[f(\tau)+F_h(\tau)\right]d\tau, \quad t \in [(r-1)h, rh),\ r = \overline{1,N}, \tag{18}$$

Из (18) определив $\lim_{t\to Nh-0} u_N(t),\ \lim_{t\to sh-0} u_s(t),\ s = \overline{1,N-1}$, подставляя соответствующие им выражения в условия (10), (11) и умножая обе части (10) на $h > 0$, получим систему линейных уравнений относительно неизвестных параметров λ_r, $r = \overline{1,N}$:

$$h\left\{B + CE_\alpha(A,\mathrm{T})\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[D_1(h,t) + \int_0^h K(\tau,s)ds\right]d\tau\right\}\lambda_1 +$$

$$+hC\sum_{j=2}^{N-1} E_\alpha(A,T)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[D_j(h,t) + \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau,s)ds\right]d\tau\lambda_j +$$

$$+hC\left\{I + E_\alpha(A,T)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[D_N(h,t) + \int_{T-h}^{T} K(\tau,s)ds\right]d\tau\right\}\lambda_N =$$

$$= hd - E_\alpha(A,T)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[f(\tau)+F_h(\tau)\right]d\tau\,, \tag{19}$$

$$\sum_{j=1}^{p-1} E_\alpha(A,ph)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[D_j(h,t) + \int_{(j-1)h}^{jh} K(\tau,s)ds\right]d\tau\lambda_j +$$

$$+hC\left\{I + E_\alpha(A,T)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[D_N(h,t) + \int_{T-h}^{T} K(\tau,s)ds\right]d\tau\right\}\lambda_N =$$

$$= -E_\alpha(A,T)\int_{T-h}^{T} E_\alpha(-A,\tau)\left[f(\tau)+F_h(\tau)\right]d\tau\,, \qquad s = \overline{1,N-1}. \tag{20}$$

Матрицу размерности $nN \times nN$, соответствующую левой части систем линейных уравнений (13), (14) обозначим через $Q(h)$, а правую часть через $-F_\alpha(h)$. Тогда система линейных уравнений (13), (14) записывается в виде

$$Q_\alpha(h)\lambda = -F_\alpha(h), \qquad \lambda \in R^{nN}, \tag{15}$$

Из выше сказанного следует:

Теорема. *Для однозначной разрешимости задачи (3), (4) необходимо и достаточно существования* $h \in (0, h_0]: Nh = T$*, при котором матрица* $Q_\alpha(h)$ *обратима.*

Где h_0 определяется из условия $\delta(h_0) \equiv e^{ah_0^\alpha} \beta T h_0^\alpha < 1$.

This research has been/was/is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan *(Grant No. AP09259137)*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. R. Khalil,M. A. Horani, A. Yousef and M. Sababheh, A new definition of fractional derivative, *J. Comput. Appl. Math.* **264**, 65–70 (2014).
2. E. Unal and A. Gokdogan, Solution of conformable fractional ordinary differential equations via differential transform method,*Optik* **128**, 264–273 (2017).
3. M. S. Hashemi, Invariant subspaces admitted by fractional differential equations with conformable derivatives, *Chaos Solit. Fract.* **107**, 161–169 (2018).
4. M. A. Hammad and R. Khalil, Abels formula and wronskian for conformable fractional differential equations, *Int. J. Differ. Equ. Appl.* **13**(3), (2014).
5. O. S. Iyiola and E. R. Nwaeze, Some new results on the new conformable fractional calculus with application using dAlambert approach, *Progr. Fract. Differ. Appl.* **2**(2), 115–122 (2016).
6. T. Abdeljawad, J. Alzabut and F. Jarad. A generalized Lyapunov-type inequality in the frame of conformable derivatives.*Adv. Differ. Equ.* **2017**(1),321 (2017).
7. Ndolane Sene , Solutions for some conformable differential equations, Progr. Fract. Differ. Appl. **4**, No. 4, 493-501 (2018).
8. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для систем дифференциальных уравнений //Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 1989. Т. 29. № 1. С. 50-66.
9. Джумабаев Д.С. Об одном методе решения линейной краевой задачи для интегродифференциального уравнения // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50. № 7. С. 1209-1221.

REFERENCES

1. R. Khalil,M. A. Horani, A. Yousef and M. Sababheh, A new definition of fractional derivative, *J. Comput. Appl. Math.* **264**, 65–70 (2014).
2. E. Unal and A. Gokdogan, Solution of conformable fractional ordinary differential equations via differential transform method,*Optik* **128**, 264–273 (2017).
3. M. S. Hashemi, Invariant subspaces admitted by fractional differential equations with conformable derivatives, *Chaos Solit. Fract.* **107**, 161–169 (2018).
4. M. A. Hammad and R. Khalil, Abels formula and wronskian for conformable fractional differential equations, *Int. J. Differ. Equ. Appl.* **13**(3), (2014).
5. O. S. Iyiola and E. R. Nwaeze, Some new results on the new conformable fractional calculus with application using dAlambert approach, *Progr. Fract. Differ. Appl.* **2**(2), 115–122 (2016).
6. T. Abdeljawad, J. Alzabut and F. Jarad. A generalized Lyapunov-type inequality in the frame of conformable derivatives.*Adv. Differ. Equ.* **2017**(1),321 (2017).
7. Ndolane Sene , Solutions for some conformable differential equations, Progr. Fract. Differ. Appl. **4**, No. 4, 493-501 (2018).
8. Dzhumabaev D.S. Priznaki odnoznachnoj razreshimosti linejnoj krae¬voj zadachi dlja sistem differencial'nyh uravnenij //Zhurnal vychisl. matem. i matem. fiz. 1989. T. 29. # 1. S. 50-66.
9. Dzhumabaev D.S. Ob odnom metode reshenija linejnoj kraevoj zadachi dlja integrodifferencial'nogo uravnenija // Zhurnal vychisl. matem. i matem. fiz. 2010. T. 50. # 7. S. 1209-1221.