

УДК 373.1.02:372.8.517  
МРНТИ 14.07.09

**Р.С.АУБАКИРОВА<sup>1</sup>, М.А.МУРАТБЕКОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Магистрант,

<sup>2</sup>Phd доктор.и.о. доцента., e-mail: [moldir.muratberova@ayu.edu.kz](mailto:moldir.muratberova@ayu.edu.kz)

Университет Ахмеда Ясауи

## **ОЦЕНКА УСЛОВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ КОНЕЧНО – РАЗНОСТНОГО АНАЛОГА ЗАДАЧИ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

Особую роль в развитии познавательной активности и математических способностей школьников играют олимпиадные задачи. В данной статье рассмотрены уровневые задачи об арифметической и геометрической прогрессиях, сложные задачи по арифметико-геометрической прогрессии и способы решения некоторых олимпиадных задач.

В ходе исследования показана проблема повышения способностей учащихся к решению олимпиадных задач на тему прогрессии и основные направления подготовки к олимпиадам. В каждой теме подробно обсуждалось, как решать несколько задач, используя определенные методы, в том числе принцип Дирихле, метод инвариантов, теорию графов, математическую индукцию, метод координат и т.д.

Был проведен педагогический эксперимент, в котором приняли участие 64 учащихся в контрольной группе, 70 учащихся в экспериментальной группе. В результате эксперимента на основе методики углубленного обучения школьников решению задач на тему прогрессии были проанализированы особенности планирования работы по их проведению, их организации, углубленного обучения, организации занятий, определены источники повышения эффективности и качества работы с учащимися. Была проведена контрольная работа с целью выявления сформированности интереса учащихся к математическим олимпиадным задачам.

Данная работа может быть полезна как учащимся школ и гимназий, желающих самостоятельно подготовиться к школьным, городским и районным олимпиадам, так и учителю математики в качестве дополнительного материала.

**Ключевые слова:** Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, теория графов, олимпиадные задачи, научный поиск, метод математической индукции, принцип Дирихле, способ мышления.

**Р.С.АУБАКИРОВА<sup>1</sup>, М.А.МУРАТБЕКОВА<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Магистрант,

<sup>2</sup>Phd докторы, доцент м.а., e-mail:moldir.muratberova@ayu.edu.kz

Ахмет Ясауи университеті

## **ПРОГРЕССИЯ ТАҚЫРЫБЫНА АРНАЛҒАН МЕКТЕП ДЕНГЕЙІНДЕГІ ОЛИМПИДАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ДАЯРЛАУДЫҢ НЕГІЗГІ БАҒЫТТАРЫ**

Мектеп оқушыларының танымдық белсенділігі мен математикалық қабілеттерін дамытуда олимпиада есептерінің рөлі ерекше. Бұл мақалада арифметикалық және геометриялық прогрессиялар жайлы деңгейлік тапсырмалар, арифметикалық-геометриялық прогрессия бойынша күрделі есептер мен кейбір олимпиадалық есептердің шығару жолдары қарастырылған.

Зерттеу барысында оқушылардың прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шешуде олардың қабілеттерін арттыру мәселесі, олимпиадаға дайындаудың негізгі бағыттары, әрбір тақырыпта теория негіздері тілге тиек болып, белгілі бір әдістерді (Дирихле принципі, инварианттар әдісі, графтар теориясы, математикалық индукция әдісі, координат әдістері, т.б.) қолдана отырып, бірнеше есептерді қалай шешу керектігі жан-жақты талқыланған.

Педагогикалық эксперимент жүргізіліп, оған бақылау тобында 64 оқушы, эксперимент тобында 70 оқушы қатысты. Эксперимент нәтижесінде мектеп оқушыларына прогрессия тақырыбына арналған есептерді шешуде тереңдете оқыту әдістемесін негізге ала отырып, оларды өткізу жұмыстарын жоспарлау, оларды ұйымдастыру, тереңдете оқыту, сабақтарды ұйымдастыру ерекшеліктері сарапталып, оқушылармен жұмыс істеу тиімділігі мен сапасын жақсартудың көздері анықталынды. Оқушылардың математикалық олимпиада есептеріне деген қызығушылықтарының қалыптасуын анықтау мақсатын көздеп бақылау жұмысы жүргізілді.

Бұл жұмыс мектеп, қала және аудандық олимпиадаларға өз бетінше дайындалғысы келетін мектептердің және гимназиялардың оқушыларына да, сондай-ақ математика пәні мұғаліміне де қосымша материал ретінде пайдалы болуы мүмкін.

**Кілттік сөздер:** Арифметикалық прогрессия, геометриялық прогрессия, графтар теориясы, олимпиадалық есептер, ғылыми ізденіс, математикалық индукция әдісі, Дирихле принципі, ойлау тәсілі.

**R.S.AUBAKIROVA<sup>1</sup>, M.A.MURATBEKOVA<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Masters degree.

<sup>2</sup>Phd, a. associate professor, e-mail: [moldir.muratberova@ayu.edu.kz](mailto:moldir.muratberova@ayu.edu.kz)

Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University

## **ON THE CONDITIONAL STABILITY ESTIMATION OF FINITE-DIFFERENCE ANALOGUES OF INTEGRAL GEOMETRY PROBLEM**

Olympiad tasks play a special role in the development of cognitive activity and mathematical abilities of schoolchildren. This article discusses level problems of arithmetic and geometric progressions, complex problems of arithmetic-geometric progression and ways to solve some Olympiad problems.

The study shows the problem of increasing students' abilities to solve Olympiad problems on the topic of progression and the main directions of preparation for the Olympiads. Each topic discussed in detail how to solve several problems using certain methods, including the Dirichlet principle, the invariant method, graph theory, mathematical induction, the method of coordinates, etc.

A pedagogical experiment was conducted, which involved 64 students in the control group, 70 students in the experimental group. As a result of the experiment, based on the methodology of in-depth teaching of schoolchildren to solve problems on the topic of progression, the features of planning work on their implementation, their organization, in-depth training, organization of classes were analyzed, sources of improving the efficiency and quality of work with students were identified. A control work was carried out in order to identify the formation of students' interest in mathematical Olympiad problems.

This work can be useful both for students of schools and gymnasiums who want to prepare for school, city and district Olympiads on their own, and for a math teacher as an additional material.

**Key words:** Arithmetic progression, geometric progression, graph theory, Olympiad problems, scientific search, mathematical induction method, Dirichlet principle, way of thinking.

### **Кіріспе**

Қазіргі кезеңге сәйкес мектептердегі оқушылардың пән олимпиадалары арқылы оқуға деген ынтаның мотивациялық форма әрекеті, оқушы танымының белсенділігінің артуы, шығармашылық қабілетінің дамуы, пәнге деген қызығушылығы білімінің тереңдігі және жан-жақтылығының артуына әрекет етеді. Ең алдымен олимпиадалар білім алушылардың күрделілігі жоғары есептерді шығаруын қалыптастырады. Мектеп олимпиадасының біздің мемлекетте әр жыл сайынғы өтілуі мен ұйымдастыруын зертей отырып, біз бұл қозғалыстың педагогикалық мәнінің жоғарылығын байқадық. Прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептер сыныптан тыс жұмыстардың ең жоғарғы сатысы болып табылады.

Прогрессия тақырыбына арналған олимпиадаларға тиісті тақырыпты таңдау және оның көкейкестілігі - математика пәніне қызығушылық білдіріп, жоғарғы дәрежеде білім алатын мектеп оқушылардың білім дәрежесінің өсуіне, математикадан оқыту әдістемесіне жаңа формалардың пайда болуына үлкен үлес қосады. Қазақстан Республикасының білім беру саясаты төңірегіндегі нормативтік құжаттар: «Білім туралы заң» (2007 ж.) [1]; «Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2011-2020 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы» [2]; «Қазақстан Республикасының мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты» [3] т.б. Қазіргі кезде мектеп олимпиадаларына арналған көптеген еңбектер жазған ресейлік және отандық келесі ғалымдар мен педагогтарды атауға болады: С.Д.Абдурахманов, Т.М.Адамович, Г.И.Васильева, О.А.Жәутіков, А.Көбесов, Н.Темірғалиев, Е.Байсалов, А.Жұмаділдаев, А.Нұрлыбаев. Олар мектеп оқушыларының олимпиадаға дайындығының әдістемесін де еңбектерінде қарастырған.

Арифметика-геометриялық прогрессия, оның қасиеттерін пайдаланып, олимпиадалық есептерді шешуде қолдану жұмыстарын жүргізген отандық ғалымдар Джакетова С.Д., Усанбаева С.А. болып табылады[4]. Математикадан олимпиадалық есептерді шешудің әдістемесін зерттеген отандық ғалымдар Асқанбаева Ғ.Б., Тайжанова А.К. “Олимпиадалық есептерді шешудің бірыңғай әдісі жоқ екендігін атап өткен. Керісінше, әдістердің саны үнемі көбею үстінде. Олимпиадалық есептердің ерекшелігі - шешімі оңай болып көрінетін күрделі емес есеп күрделі математикалық зерттеулерде пайдаланылатын әдістерді қолдануды талап етуі мүмкін. Төменде олимпиадалық есептерді шешудің әдістерінің тізімі берілген” деп, осындай есептерді шешудің әдістерін келтірген [5].

Ал шетелдік Н.И. Чиркова, О.А. Павлова ғалымдары “Олимпиадалық тапсырмаларды орындау барысында оқушылардың білім алу қабілетін қалыптастыру” тақырыбында жасаған зерттеулерінде олимпиада тапсырмаларын эзирлеуге және құрастыруға қойылатын талаптарды анықтады, оның көмегімен оқушыларда білім алу қабілетін қалыптастыруға ықпал ететін педагогикалық іс-шаралар кешені жүзеге асырылады. Авторлар ұсынған олимпиада тапсырмаларының түрлері математика курсының негізгі тақырыптық бөлімдерімен байланысты [6].

Сонымен қатар шетелдік ғалымдар Wang, S., Zhou, Z. «Three solutions for a partial discrete Dirichlet boundary value problem with p-Laplacian» тақырыбында зерттеу жүргізген. Зерттеуде Дирихле принципінің көмегімен олимпиадалық есептерді қалай шешу керектігін тұжырымдаған [7].

Бұл бағытта жиналған білім терең жүйелік-аналитикалық зерттеулерді талап етеді. Техникалық үрдістің қоятын талаптары: олимпиадалық қозғалыстың келесі кезеңінің дамуы, дарынды оқушылардың жаратылыстану-техникалық ойлауы және шығармашылығын дамуы болып табылады.

Осыдан келе-келе бұл саланың теориялық жағы және практикалық қолданбалы потенциалының өте қажеттілігі байқалды, өйткені ол математикадан білім алушылардың интеллектуалдық, логикалық, ғылыми білім дәрежелерінің артуына септігін тигізеді және олимпиадаларға даярлаудың педагогикалық ұйымдастыру тәжірибелеріндегі олқылықтардың орнын толтырады.

Жұмыстың өзектілігі-прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептер оқушылардың математикадан есептер құрастыру біліктілігін қалыптастырады, шығармашылық қабілетінің дамуы, пәнге деген қызығушылығы білімінің тереңдеуіне және жан-жақтылығының артуына әрекет етеді.

Жұмыстың мақсаты - математикадан прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығарудың әдістемелік негіздеу.

Жұмыстың мақсатына жету үшін мына міндеттер орындалды:

-зерттеу тақырыбы бойынша педагогикалық-психологиялық, дидактикалық-әдістемелік, ғылыми-көпшілік әдебиеттерге талдау жасалды, прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығарудың әдістемелік негізін айқындалды, математикадан олимпиадалық есептерді шығару әдістемесін қолдану арқылы математикалық білім беруді жоғары сатыға көтерудің педагогикалық талаптар тұрғысынан тиімділігін анықталды.

### **ӘДІСТЕМЕЛІК БӨЛІМ**

Зерттеу нысаны - жалпы білім беру мектептерінде математиканы оқыту үрдісі болып табылады. Эксперимент Ш.Ниязов жалпы орта мектебінде орындалды.

Ғылыми зерттеу жұмыстарын жүргізу кезінде олимпиадалық есептерді шешудің жалпы принциптері мен әдіс тәсілдері: графтар теориясы, математикалық индукция әдісі, Дирихле принципі, координат әдістері қолданылды.

Математикалық индукция әдісі 9 сынып оқушыларына арифметикалық және геометриялық прогрессияның  $n$ - мүшесінің формуласын дәлелдеуді қажет ететін тепе-теңдіктерді қолдана білуді үйрету үшін пайдаланылды. Бұл әдістің көмегімен оқушылар математикалық анализде жиі қолданылатын Ньютон биномы деп аталатын формуланың көмегімен стандартты емес есептерді шешуді және де оны сандардың бөліну есептерінде қолдануды үйренеді.

Зерттеу жұмысында Графтың көмегімен шығарылатын есептер қарастырылып, орта мектепте білім беретін озат ұстаздар тәжірибесіне сүйене отырып, Графтың көмегімен шығарылатын есептерді қалай оқыту керек екені анықталынды. Графтың көмегімен шығарылатын есептерді жетік меңгерген дарынды оқушылар есептер шығаруда практикалық біліктіліктерін қолдануда алған білімдері мен біліктерін орынды пайдалана алатындығына көз жеткізілді. Көптеген математикалық «жұмбақ» есептерді осы графтар теориясының тілінде шығаруға болады.

Дирихле принципі сандар теориясындағы бірнеше теоремаларды дәлелдеулерде қолданылады. Бұл әдістің басты ерекшелігі бізге есептің конструктивті шешімін береді, сындарлы дәлелін көрсету оқушыларда үлкен қиындық туғызады. Дирихле принципі сандар теориясындағы прогрессияға байланысты бірнеше теоремаларды дәлелдеулерде қолданылды. Сонымен бірге оқушылар ұзындықтар мен аудандарға, графтар теориясы және комбинаторика элементтерімен байланысты есептерді шешу мен дәлелдеулерде Дирихле принципінің тұжырымдамаларын қолданды.

Координат әдісінің көмегімен оқушылар геометриядағы арифметика-геометриялық прогрессияға байланысты теоремаларды дәлелдеуді және оларды практикада қолдану дағдыларын меңгеруді үйренді.

Координат әдісінің қуаттылығы — оның алгоритмділігінде; координат әдісі жеңіл алгоритмделетін алгебралық әдіске келтіреді, яғни есептеулер тізбегіне келтіріледі.

Прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығару негізінде оқушылардың математикадан білімін қалыптастыратын әдістеме жасалынды. Оқушылардың математикадан біліктілігін қалыптастырудың тиімді құралдарының бірі ретінде математикалық олимпиадалық есептерден жинақталған материал жасақталды. Прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығару арқылы оқушылардың математикадан есептер құрастыру біліктілігін қалыптастыратын әдістemeniң тиімділігін айқындайтын эксперимент жұмыстарының нәтижелері алынды.

### НӘТИЖЕЛЕР.

Бүгінгі Қазақстанға қалыптан тыс ойлай алатын, шұғыл шешімдер қабылдай білетін, белсенді, ғылыми ізденімпаз жеке тұлға қажет. Ал ол жеке тұлға олимпиада есептерін шығару барысында қалыптасады.

Математика сабақтарын өткізгенде көптеген мұғалімдер кітапта олимпиадалық есептер кездесе, оған толық көңіл аудармайды, яғни сол есепті шығармай тастап кетеді. Сол себепті көбінде қалалық (аудандық) деңгейден басталатын олимпиадаларда дарынды балалар жеңімпаз болып шығады. Мұндай дарынды балаларды сабақтан тыс уақытта оқыту мен дамыту керек деген пікірге қосыла алмаймыз. Олар үшін сабақтарды есептерді оқып-үйренетіндермен бірге оқушыны дамыту міндетін де тікелей сабақ үстінде уақыт табуға әбден болады. Мысалы, арифметикалық прогрессияны оқып-үйренгенде «Егер айырмашылығы оң болатын шексіз арифметикалық прогрессияға 25, 43, 70 (қатар тұруы міндетті емес) цифрлары кіретін болса, онда прогрессияға 2005 цифры да кіретінін дәлелде» деген есепті қарастыруға болады.

Шешімі: 25, 43, 70 - арифметикалық прогрессияның мүшелері болғандықтан  $25 = a_1 + Rd$ ;  $43 = a_1 + nd$ ;  $70 = a_1 + md$ . Осы үш теңдіктен  $18 = (n - r)d$ ,  $27 = (m - n)d$ . Берілген екі теңдіктен  $9 = (m - 2n + r)d$  аламыз.  $2005 = 70 + 1935$ , ал  $1935 = 215 \cdot 9 = 215(m - 2n + r)d$  болғанда  $2005 = 70 + 215(m - 2n + r)d = a_1 + md + 215(m - 2n + r)d$  немесе  $2005 = a_1 + ld$ , мұнда  $l > 0$ .

Түрлі сыныптарда осы есептерді шешкенде оқушыларға түрлі деңгейде өткен олимпиадаларда кездескен есептерді ұсынып, міндетті түрде оларды қанша оқушы шешкенін айту керек.

Сабақ үстінде ойлау тәсілдерін дамыту үшін оқушыларды мыналарға үйрету керек:

- есептің берілгенін нақты түсініп алу керек;
- есепті ой иелегінен өткізіп, нені табу керек, соны түсініп алу керек;
- белгісіз шамаға қатысты теоремалар мен анықтамаларды еске түсіру керек;
- теоремалар мен анықтамаларға сүйеніп есепті талдау;
- есепті шешу және есептің шешімін талдау.

Ойлаудың икемділік, тереңдік т.б. сапалары оқушылардың математиканы оқып үйренуі сияқты интеллектуалдық ерекшеліктерінің негізгі құрамдас бөліктері болып табылады. Және оларды сабақта да, сабақтан тыс уақытта да дамытуға болады. Бұл интеллектуалды ерекшелікті дамытудың негізгі жолдарын біз сабақта түрлі стандартты емес және олимпиадалық есептерді қолдану арқылы қарастырып көрдік. Оқушылардың математиканы оқып-үйрену деңгейін арттыруда ақыл-ойды дамыту аса маңызды және қажетті шарт болып табылады.

Сол кейбір әдістерді дамытудың мақсаты жаттығулардың негізгі типтерін қарастырамыз.

Талдауды дамыту үшін мыналар қажет :

- белгілі бір есепті шешу үшін стандартты және стандартты емес идеяларды қолдану;

- есепті шешу үшін пәсеңдейтін және ұлғаймалы талдау жасауды қолдануға үйрету;

- әділ қорытынды жасаудың жеткілікті белгілерін табуға есепті шешу үшін қажетті белгі таңдай алуға үйрету, т.б.

Ал эксперимент барысында оқушылардың прогрессия тақырыбына арналған олимпиада есептеріне деген қызығушылықтарын қалыптастыру мақсатында нақты есептің құрылымын зерттеп, қандай проблемаларды шешу керектігі анықталды. Есеп: «Егер айырмашылығы оң болатын шексіз арифметикалық прогрессияға 25, 43, 70 ( қатар тұруы міндетті емес ) цифрлары кіретін болса, онда прогрессияға 2005 цифры да кіретінін дәлелде» деген есепте тиянақты ойды айта алатындығымыз көрсетілді.

Оқушылардың математикалық олимпиада есептеріне деген қызығушылықтарының қалыптасуын анықтау мақсатын көздеп бақылау жұмысы жүргізілді.

Бақылау жұмысында тек К параметр түрінде сақталды да басқа параметрлердің нақты мәні берілді. Мұнда шешімнің бар-жоқтығының мағынасы ашылды.

Оқушылардың прогрессия тақырыбына арналған олимпиада есептеріне деген қызығушылықтарының қалыптасуы бірінші бақылау жұмысына қатысты кестеде (1- кесте) көрсетілді.

1- кесте

Топ	Оқушылар саны	Меңгеру коэффициенті	Дұрыс жауаптар саны									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Бақылау	64	0,63		1	2	4	8	20	18	4	7	
эксперимент	70	0,67				8	11	12	15	14	6	4

$$K_1 = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 20 + 7 \cdot 18 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 9}{64 \cdot 10} \approx 0,63$$

$$K_2 = \frac{4 \cdot 8 + 5 \cdot 11 + 6 \cdot 12 + 7 \cdot 15 + 8 \cdot 14 + 9 \cdot 6 + 10 \cdot 4}{70 \cdot 10} \approx 0,67$$

**Қорытынды.** Ғылыми зерттеулер жүргізу барысында біршама ғылыми жетістіктер алынды, оны келесідей қорытындыласақ болады:

- зерттеу тақырыбы бойынша дидактикалық-әдістемелік, ғылыми әдебиеттерге талдау жасалды;

- прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығарудың әдістемелік негіздері айқындалды;

- прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығарудың әдістемелік жүйесі жасалды;

- прогрессия тақырыбына арналған олимпиадалық есептерді шығару әдістемесін қолдану арқылы математикалық білім беруді жоғары сатыға көтерудің педагогикалық талаптар тұрғысынан тиімділігі анықталды.

Қорыта келе, қазіргі таңда орта мектепте прогрессия тақырыбына арналған олимпиада есептерін шешу әдістерін жаңа технологиялармен оқыту актуальды

мәселелердің бірі болып отыр және де осы жаңа технологиялардың идеялары мен практикасын толығымен келтіріледі. Жаңа технологиялық әдістердің қолданыс облысы кеңейіп практикалық қолданысқа ие.

Жұмыста оқушылардың олимпиадалық есептерді шешуде олардың қабілеттерін арттыру мәселесі, олимпиадаға дайындаудың негізгі бағыттары, әрбір тақырыпта теория негіздері тілге тиек болып, белгілі бір әдістерді (Дирихле принципі, графтар теориясы ,математикалық индукция әдісі, т.б.) қолдана отырып түрлі бірнеше есептерді қалай шешу керектігін жан-жақты талқыланды.

Ғылыми зерттеу нәтижелері болашақта мектеп, қала және аудандық олимпиадаларға өз бетінше дайындалғысы келетін мектептердің және гимназиялардың оқушыларына да, сондай-ақ математика пәні мұғаліміне де қосымша материал ретінде пайдаланылады.

### **ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ**

1. Білім туралы заң. – Астана. 2007. – 69 б..
2. 2011–2020 жылдар аралығы үшін білім берудің Мемлекеттік бағдарламасы. – Астана, 2004. – 3-9 б.
3. ҚР жалпы білім берудің жалпыға міндетті Стандарттары. – Алматы, 2002. – 114-132 б.
4. Джакетова С.Д., Усанбаева С.А. Арифметика-геометриялық прогрессия және оның қасиеттерін олимпиадалық есептерді шешуде қолдану. – Алматы: Баспа, 2018. -328-332 с.
5. Асқанбаева Ғ.Б., Тайжанова А.К. Математикадан олимпиадалық есептерді шешудің әдістемесі.– Алматы: Мектеп, 2017.-8-9 б.
6. Чиркова Н.И, Павлова О.А. Формирование у школьников умения учиться в процессе выполнения олимпиадных математических заданий // Высшая школа Казахстана. -2018.-Том 6. - № 6. -11-17 стр.
7. Wang, S., Zhou, Z. Three solutions for a partial discrete Dirichlet boundary value problem with  $p$ -Laplacian // [Journal of Mathematics and Computer Science](https://www.scopus.com/).2018. – 2021.- Issue 1. – № 39. – P. 38–40. <https://www.scopus.com/>.
8. Васильев Н.В., Егоров А.А. Задачи всесоюзных математических олимпиад. – М., 1988. – 288 с.
9. Кукушкин Б. Н. Подготовка к олимпиадам. Математика: 7-11-е классы. – М., Изд-во:“Айрис-пресс”, 2011. – 316 с
- 10.Галкин Е. В. Нестандартные задачи по математике. – Ч., Изд-во: “Взгляд”, 2004. – 449 с