

ISSN 2524-0080
Ғылыми журнал

Қ.А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің

ХАБАРЛАРЫ

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА,
ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ

Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Türk-Kazak Üniversitesi'nin

HAVERLERİ

МАТЕМАТИК, FİZİK, BİLİŞİM SERİSİ

ИЗВЕСТИЯ

Международного казахско-турецкого университета имени Х.А. Ясауи

СЕРИЯ МАТЕМАТИКА,
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА

NEWS

Of the Khoja Akhmet Yassawi Kazakh-Turkish International University

MATHEMATICS, PHYSICS,
COMPUTER SCIENCE SERIES

www.ayu.edu.kz №4 (31), 2024

ISSN 2524-0080
Ғылыми журнал

*Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-
түрік университетінің*

ХАБАРЛАРЫ

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ

Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Türk-Kazak Üniversitesi'nin

HABERLERİ

МАТЕМАТİK, FİZİK, BİLİŞİM SERİSİ

ИЗВЕСТИЯ

*Международного казахско-турецкого университета имени
Ходжа Ахмеда Ясауи*

СЕРИЯ МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА

NEWS

Of the Khoja Akhmet Yassawi Kazakh-Turkish International University
MATHEMATICS, PHYSICS, COMPUTER SCIENCE SERIES

*Қазақстан Республикасы Инвестициялар және даму министрлігінің
Байланыс, ақпараттандыру және ақпарат комитетінде 04.12.2015 ж.
тіркелді, куәлік №15721-Ж.*

*Қазақстан Республикасы Ақпарат және коммуникациялар министрлігінің Байланыс,
ақпараттандыру және бұқаралық ақпарат құралдары саласындағы мемлекеттік
бақылау комитетінде 10.03.2017 ж. қайта тіркелген, куәлік №16387-Ж. Жылына 4 рет
шығарылады.*

Ғылыми басылым

*Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің хабарлары
(математика, физика, информатика сериясы) №4 (31) 2024 ж.*

*Журнал 2016 жылдың мамыр айының 30 жұлдызынан бастап
Париж қаласындағы ISSN орталығында тіркелген.*

Редакцияның мекен-жайы:

*Редакцияның мекен-жайы: 161200, Қазақстан Республикасы, Түркістан қаласы,
Б. Саттарханов даңғылы, 29В, ректорат, 404 бөлме.
Байланыс тетіктері: 8(725-33)6-38-26(19-60)
e-mail: ayu-habarlari@ayu.edu.kz*

РЕДАКЦИЯЛЫҚ АЛҚА МҮШЕЛЕРІ

МАТЕМАТИКА

Баканов Г.Б.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Турметов Б.Х.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Бөріханов М.	- PhD /Қазақстан/
Сәрсенби Ә.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Нұрсұлтанов Е.Д.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Ескендіроғлу Г.	- PhD /Түркия/
Морас В.	- PhD /Бразилия/

ФИЗИКА

Турмамбеков Т.А.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Сейтов Б.Ж.	- PhD / Қазақстан /
Рахадиллов Б.К.	- PhD, қауым.проф. / Қазақстан /
Сағдолдина Ж.Б.	- PhD, қауым.проф. / Қазақстан /
Чорух А.	- проф., доктор /Түркия/
Демиркоз М.Б.	- проф., доктор /Түркия/
Курбанов У.Т.	- ф.-м.ғ.д. /Өзбекістан/

ИНФОРМАТИКА

Мамырбек Ә.Ж.	- PhD, проф. /Қазақстан/
Бидайбеков Е.Ы.	- п.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Беркимбаев К.М.	- п.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Казбекова Г.Н.	- тех.ғ.к., доц. /Қазақстан/
Жумадиллаева А.К.	- тех.ғ.к., доц. /Қазақстан/
Ақчайол М.А.	- проф., доктор /Түркия/
Караджан Х.	- проф., доктор /Түркия/

DANIŞMA KURULU

MATEMETİK

Bakanov G.B.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Turmetov B.Kh.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Borikhanov M.	- PhD /Kazakistan/
Sarsenbi A.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr. /Kazakistan/
Nursultanov E.D.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Yeskendirotlu G.	- PhD /Türkiye/
Moraes W.	- PhD /Brazil/

FIZİK

Turmambekov T.A.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Seyitov B.Zh.	- PhD /Kazakistan/
Rakhadilov B.K.	- PhD., Doç. Dr. /Kazakistan/
Sagdoldina Zh.B.	- PhD., Doç. Dr. /Kazakistan/
Çoruh A.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Melehat B.D.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Kurbanov U.T.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr. /Uzbekistan/

BİLİŞİM SERİSİ

Mamyrbek O.Zh.	- PhD., Prof. /Kazakistan/
Bidaibekov E.	- Ped. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Berkimbayev K.	- Ped. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Kazbekova G.N.	- Ped. Bil. Dr., Doç. Dr. /Kazakistan/
Kanadilova A.Zh.	- Ped. Bil. Dr., Doç. Dr. /Kazakistan/
Akchayol M.A.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Karajan H.	- Prof. Dr. /Türkiye/

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

МАТЕМАТИКА

Баканов Г.Б.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Турметов Б.Х.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Бориханов М.	- PhD /Казахстан/
Сарсенби А.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Нурсултанов Е.Д.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Ескендируглу Г.	- PhD /Турция/
Мораес В.	- PhD, проф. /Бразилия/

ФИЗИКА

Турмамбеков Т.А.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Сейтов Б.Ж.	- PhD /Казахстан/
Рахадиллов Б.К.	- PhD, ассоц., проф. /Казахстан/
Сагдолдина Ж. Б.	- PhD, ассоц., проф. /Казахстан/
Чорух А.	- проф., доктор /Турция/
Мелехат Б.Д.	- проф., доктор /Турция/
Курбанов У.Т.	- д.ф.-м.н. /Узбекистан/

ИНФОРМАТИКА

Мамырбек О.Ж	- PhD, проф. /Казахстан/
Бидайбеков Е.Ы.	- д.п.н., проф. /Казахстан/
Беркимбаев К.М.	- д.п.н., проф. /Казахстан/
Казбекова Г.Н.	- д.п.н., доц. /Казахстан/
Жумадилаева А.К.	- д.п.н., доц. /Казахстан/
Акчайол М.А.	- проф., доктор /Турция/
Караджан Х.	- проф., доктор /Турция/

EDITORIAL BOARD

MATHEMATICS

Bakanov G.B.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Turmetov B.Kh.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Borikhanov M.	- PhD, /Kazakhstan/
Sarsenbi A.	- D.Sc. Phys.-Math. /Kazakhstan/
Nursultanov E.D.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Yeskendioglu G.	- PhD /Turkey/
Moraes W.	- PhD /Brazil/

PHYSICS

Turmambekov T.A.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof./Kazakhstan/
Seyitov B.Zh.	- PhD /Kazakhstan/
Rakhadilov B.K.	- PhD., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Sagdoldina Zh.B.	- PhD., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Coruh A.	- Prof. Dr. /Turkey/
Melehat B.D.	- Prof. Dr. /Turkey/
Kurbanov U.T.	- D.Sc. Phys.-Math. /Uzbekistan/

COMPUTER SCIENCE

Mamyrbek O.Zh.	- PhD., Prof. /Kazakhstan/
Bidaibekov E.	- Dr. Ped. Sc., Prof. /Kazakhstan/
Berkimbayev K.	- Dr. Ped. Sc., Prof. /Kazakhstan/
Kazbekova G.N.	- Dr. Ped. Sc., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Kanadilova A.Zh.	- Dr. Ped. Sc., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Akchayol M.A.	- Prof. Dr. /Turkey/
Karajan H.	- Prof. Dr. /Turkey/

Шарафидинов Д.Д.¹, Турметов Б.Х.²

¹магистрант, Международнй қазақ-түреққий университет имену Ходжі Ахмедә Ясәви
(Қазақстан, Түркестан ғ.), e-mail: dimabekeev@mail.ru

²доктор физико-математических наук, профессор, Международнй қазақ-түреққий университет
имени Ходжі Ахмедә Ясәви (Қазақстан, Түркестан ғ.), e-mail: batirkhan.turmetov@ayu.edu.kz

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛОКАЛЬНОГО
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
ON THE SOLVABILITY OF CERTAIN INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A NONLOCAL
HYPERBOLIC EQUATION
БЕЙЛОКАЛ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КЕЙБІР БАСТАПҚЫ-ШЕТТІК ЕСЕПТЕРДІҢ
ШЕШІЛІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

Аннотация. В настоящей работе исследуются вопросы корректных постановок начально-краевых задач для нелокального аналога гиперболического уравнения. В эллиптической части рассматриваемых уравнений участвует нелокальный аналог оператора Лапласа. Мы находим собственные функции и собственные значения краевых задач для нелокального аналога оператора Лапласа. Представляем собственные функции этих задач в виде суммы четной и нечетной части относительно рассматриваемого отображения. Исследуются свойства симметричности собственные функции краевых задач с условием Дирихле и Неймана. Эти свойства в дальнейшем используются при получении представлений решений основных задач. Рассматриваемые нами уравнения входят в класс дифференциальных уравнений с преобразованными аргументами. Задачи рассматриваются в $n+1$ -мерной цилиндрической области с основанием шар. В граничных условиях задаются условие Дирихле и Неймана. Задачи решаются сведением их к эквивалентным задачам для классического гиперболического уравнения. Используя известные утверждения для начально-краевых задач для классического гиперболического уравнения доказаны теоремы о существовании и единственности решения. Показано, что корректность рассматриваемых задач существенно зависит от коэффициентов участвующих в определении нелокального оператора Лапласа. Решения рассматриваемых задач построены в виде ряда.

Ключевые слова: инволюция, нелокальный оператор, гиперболическое уравнение, начально-краевая задача, существование, единственность, условие Дирихле, условие Неймана.

Abstract. This paper investigates the well-posedness of initial-boundary value problems for a nonlocal analogue of the hyperbolic equation. The elliptic part of the considered equations involves a nonlocal analogue of the Laplace operator. We find the eigenfunctions and eigenvalues of boundary value problems for a nonlocal analogue of the Laplace operator. The eigenfunctions of the problems are represented as even and odd parts with respect to the considered mapping. The symmetry properties of the eigenfunctions of boundary value problems with Dirichlet and Neumann conditions are investigated. These properties are further applied in obtaining solutions to the main problems. The equations we consider fall into the class of differential equations with transformed arguments. The problems are considered in an $n+1$ -dimensional cylindrical domain with a spherical base. The boundary conditions include Dirichlet and Neumann conditions. The problems are solved by reducing them to equivalent problems for the classical hyperbolic equation. Using known results for initial-boundary value problems for the classical hyperbolic equation, theorems on the existence and uniqueness of solutions are proved. It is shown that the well-posedness of the problems under consideration significantly depends on the coefficients involved in defining the nonlocal Laplace operator. The solutions of the problems are constructed as a series.

Keywords: involution, nonlocal operator, hyperbolic equation, initial-boundary value problem, existence, uniqueness, Dirichlet condition, Neumann condition.

Аңдатпа. Бұл жұмыста біз гиперболаалық теңдеудің бейлокал аналогы үшін бастапқы-шеттік есептерді қисынды қойылу мәселелері зерттеледі. Қарастырылып отырған теңдеулердің эллипстік бөлігінде Лаплас операторының бейлокал аналогы қатысады. Біз Лаплас операторының бейлокал аналогы үшін шеттік есептердің меншікті функциялары және меншікті мәндерін табамыз. Бұл есептердің меншікті функцияларын қарастырылып жатқан түрлендірулерге қатысты жұп және тақ бөліктерінің қосындысы

түрінде өрнектейміз. Дирихле және Нейман шарттарымен берілген шеттік есептердің меншікті функцияларының симметриялық қасиеттері зерттеледі. Бұл қасиеттер алдағы уақытта негізгі есептердің шешімдерін алу үшін қолданылады. Біз қарастыратын теңдеулер түрлендірілген аргументтері бар дифференциалдық теңдеулер класына жатады. Есептер негізі шар болған $n+1$ өлшемді цилиндрлік аймақта қарастырылады. Шекаралық шарттарда Дирихле және Нейман шарттары беріледі. Есептер оларды классикалық гиперболалық теңдеу үшін эквивалент есептерге келтіру арқылы шешіледі. Классикалық гиперболалық теңдеу үшін бастапқы-шеттік есептерге белгілі нәтижелерді пайдалана отырып, шешімнің бар және жалғыз болуы туралы теоремалар дәлелденді. Қарастырылып отырған есептердің қисындылығы бейлокал Лаплас операторын анықтауға қатысатын коэффициенттерге айтарлықтай тәуелді екені көрсетілген. Қарастырылып отырған есептердің шешімдері қатар түрінде құрылады.

Негізгі сөздер: инволюция, бейлокал оператор, гиперболалық теңдеу, бастапқы- шеттік есеп, бар болу, жалғыз болуы, Дирихле шарты, Нейман шарты.

Введение

Настоящая работа посвящена к исследованию корректных постановок начально-краевых задач для уравнений с преобразованными аргументами. В уравнениях рассматриваемые нами преобразование аргументов осуществляются при помощи отображений типа инволюции. Следует отметить, что одним из первых опубликованных работ для уравнений с инволютивными преобразованиями является работа Т.Карлемана [1], где изучены уравнения со сдвигами аргументов вида $\alpha = \alpha(t), \alpha^2(t) = t$. Начально-краевые задачи для нелокальных аналогов параболических уравнений исследованы в работах [2-8], а краевые задачи для нелокальных эллиптических уравнений изучались в работах [9-11]. В работах [12,13] для нелокальных гиперболических уравнений в одномерном случае изучены задачи, которые по постановке являются близкими к нашим исследованиям.

Переходим к постановке задач, которые будем исследовать в настоящей работе. Пусть Q_T цилиндрическая область $Q_T = (0, T) \times \Omega$, где Ω единичный шар в $R^n, n \geq 2$, $\partial\Omega$ - единичная сфера. Далее, пусть S - ортогональная матрица: $S \cdot S^T = E$ и $S^2 = E$, где E единичная матрица. Примером такой матрицы является матрица отображения $Sx = -x$.

Рассмотрим в области Q_T следующую начально-краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial t^2} - a_0 \Delta z(t, x) - a_1 \Delta z(t, Sx) = h(t, x), (t, x) \in Q_T, \quad (1)$$

$$z(0, x) = \tau(x), z_t(0, x) = \rho(x), x \in \bar{\Omega}, \quad (2)$$

$$z(t, x) = 0, [0, T] \times \partial\Omega, \quad (3)$$

где a_0, a_1 - некоторые действительные числа, $h(t, x), \tau(x)$ и $\rho(x)$ заданные функции.

Классическим решением задачи (1) - (3) назовем функцию $z(t, x)$ из класса $C_{t,x}^{2,2}(Q_T) \cap C_{t,x}^{1,0}(\bar{Q}_T)$ и удовлетворяющую условиям (1) - (3) в обычном смысле.

Наряду с этой задачей мы будем исследовать также начально-краевую задачу с условиями (1),(2) и граничным условием Неймана

$$\partial_\nu z(t, x) = 0, [0, T] \times \partial\Omega, \quad (4)$$

где $\partial_\nu = \frac{\partial}{\partial \nu}$ - производная по направлению вектора нормали к сфере $\partial\Omega$.

В этом случае решение будем искать в классе функции $z(t, x) \in C_{t,x}^{2,2}(Q_T) \cap C_{t,x}^{1,1}(\bar{Q}_T)$.

Цель исследования: Целью настоящей работы является установление корректности рассматриваемых задач. Доказательства теорем о существовании и единственности решения задач с условиями (1)-(3) и (1),(2) и (4).

Методы исследования задачи

В этом пункте мы исследуем начально-краевую задачу с условием Дирихле. Сначала приведем известное утверждение для классического случая, т.е. когда $a_0 \neq 0, a_1 = 0$. Будем считать $a_0 > 0$ и перепишем уравнение (1) в следующем виде

$$\Delta z(t, x) - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial t^2} = -f(t, x), (t, x) \in Q_T, \quad (5)$$

где $a = \sqrt{a_0}, f(t, x) = \frac{1}{a^2} h(t, x)$.

В работе В.А.Ильина [13] доказано следующее утверждение.

Лемма 1. Пусть функции $\tau(x), \rho(x)$ и $f(t, x)$ удовлетворяют следующим условиям:

1) функция $\tau(x)$ непрерывна в области $\bar{\Omega}$ и обладает в этой области непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 3$. Кроме того,

$$\tau(x) = \Delta \tau(x) = \dots = \Delta^k \tau(x) = 0, k = \left[\frac{n+4}{4} \right];$$

2) функция $\rho(x)$ непрерывна в области $\bar{\Omega}$ и обладает в этой области непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 1$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$. Кроме того,

$$\rho(x) = \Delta \rho(x) = \dots = \Delta^k \rho(x) = 0, k = \left[\frac{n+2}{4} \right];$$

3) функция $f(t, x)$ непрерывна в замкнутом цилиндре $\bar{Q}_T = [0, T] \times \bar{\Omega}$ и обладает в этом цилиндре непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 1$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$. Кроме того,

$$f(t, x) = \Delta f(t, x) = \dots = \Delta^k f(t, x) = 0, k = \left[\frac{n+2}{4} \right].$$

Тогда решение задачи с условиями (5),(2),(3) существует, единственно и представляется в виде

$$z(t, x) = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_m \cos a\sqrt{\mu_m} t + \frac{\rho_m}{a\sqrt{\mu_m}} \sin a\sqrt{\mu_m} t \right\} z_{m,D}(x) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{a}{\sqrt{\mu_m}} \int_0^t f_m(s) \sin a\sqrt{\mu_m}(t-s) ds \right\} z_{m,D}(x).$$

Здесь $z_{m,D}(x)$ - нормированные собственные функции следующей задачи Дирихле

$$\Delta z(x) + \mu z(x) = 0, x \in \Omega, z(x) = 0, x \in \partial\Omega, \quad (6)$$

а τ_m, ρ_m и $f_m(t)$ коэффициенты Фурье в разложении функций $\tau(x), \rho(x)$ и $f(t, x)$ по системе $z_{m,D}(x)$.

Далее, на основе утверждение этой леммы построим решение задачи (1) - (2). Если в уравнении (1) меняем точку x на Sx , то получаем следующую систему

$$\begin{cases} z_t(t, x) - a_0 \Delta z(t, x) - a_1 \Delta z(t, Sx) = h(t, x) \\ z_t(t, Sx) - a_1 \Delta z(t, x) - a_0 \Delta z(t, Sx) = h(t, Sx) \end{cases} \quad (7)$$

Введем обозначения

$$w_0(t, x) = z(t, x) + z(t, Sx), w_1(t, x) = z(t, x) - z(t, Sx),$$

$$h_0(t, x) = h(t, x) + h(t, Sx), h_1(t, x) = h(t, x) - h(t, Sx).$$

Пусть $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$. Используя данные системы (7) имеем

$$\begin{aligned} h_0(t, x) &\equiv h(t, x) + h(t, Sx) = \\ &= z_t(t, x) - a_0 \Delta z(t, x) - a_1 \Delta z(t, Sx) + z_t(t, Sx) - a_1 \Delta z(t, x) - a_0 \Delta z(t, Sx) = \\ &= \partial_t [z(t, x) + z(t, Sx)] - \Delta [a_0 z(t, x) + a_1 z(t, Sx)] - \Delta [a_1 z(t, Sx) + a_0 z(t, x)] = \\ &= \partial_t [z(t, x) + z(t, Sx)] - (a_0 + a_1) \Delta [z(t, x) + z(t, Sx)] = \partial_t w_0(t, x) - (a_0 + a_1) \Delta w_0(t, x). \end{aligned}$$

Таким образом, для функции $w_0(t, x)$ получаем уравнение

$$\partial_t w_0(t, x) - (a_0 + a_1) \Delta w_0(t, x) = h_0(t, x).$$

Аналогично, для функции $w_1(t, x)$ имеем

$$\begin{aligned} h_1(t, x) &\equiv h(t, x) - h(t, Sx) = \\ &= z_t(t, x) - a_0 \Delta z(t, x) - a_1 \Delta z(t, Sx) - [z_t(t, Sx) - a_1 \Delta z(t, x) - a_0 \Delta z(t, Sx)] = \\ &= \partial_t [z(t, x) - z(t, Sx)] - a_0 \Delta [z(t, x) - z(t, Sx)] - a_1 \Delta [z(t, Sx) - z(t, x)] = \end{aligned}$$

$$= \partial_t [z(t, x) + z(t, Sx)] - (a_0 - a_1) \Delta [z(t, x) - z(t, Sx)] = \partial_t w_1(t, x) - (a_0 - a_1) \Delta w_1(t, x).$$

Следовательно,

$$\partial_t w_1(t, x) - (a_0 - a_1) \Delta w_1(t, x) = h_1(t, x).$$

Далее, из условий (2) и (3) для функций $w_j(t, x)$, $j = 0, 1$ получаем

$$w_0(0, x) = z(0, x) + z(0, Sx) = \tau(x) + \tau(Sx) \equiv \tau_0(x),$$

$$\partial_t w_0(0, x) = \partial_t z(0, x) + \partial_t z(0, Sx) = \rho(x) + \rho(Sx) \equiv \rho_0(x),$$

$$w_1(0, x) = z(0, x) - z(0, Sx) = \tau(x) - \tau(Sx) \equiv \tau_1(x),$$

$$\partial_t w_1(0, x) = \partial_t z(0, x) - \partial_t z(0, Sx) = \rho(x) - \rho(Sx) \equiv \rho_1(x),$$

$$w_0(t, x)|_{\partial\Omega} = z(t, x)|_{\partial\Omega} + z(t, Sx)|_{\partial\Omega} = 0 + 0 = 0, w_1(t, x)|_{\partial\Omega} = z(t, x)|_{\partial\Omega} - z(t, Sx)|_{\partial\Omega} = 0.$$

Таким образом, для функций $w_j(t, x)$, $j = 0, 1$ мы получили следующие начально-краевые задачи

$$\Delta w_j(t, x) - \frac{1}{\varepsilon_j} \frac{\partial^2 w_j(t, x)}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_j} h_j(t, x), (t, x) \in Q_T, \quad (8)$$

$$w_j(0, x) = \tau_j(x), \partial_t w_j(0, x) = \rho_j(x), x \in \bar{\Omega}, \quad (9)$$

$$w_j(t, x) = 0, [0, T] \times \partial\Omega, \quad (10)$$

где $\varepsilon_0 = a_0 + a_1$, $\varepsilon_1 = a_0 - a_1$. Будем считать $\varepsilon_j > 0$, $j = 0, 1$.

Находим решения задач (8)-(10). Для этого воспользуемся утверждением Леммы 1. Если функции $\tau_j(x)$, $\rho_j(x)$ и $f_j(t, x) \equiv \frac{1}{\varepsilon_j} h_j(t, x)$, $j = 0, 1$ удовлетворяют условиям Леммы 1, то решение задач (8)-(10) существует, единственно и представляются в виде

$$w_j(t, x) = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{j,m} \cos \sqrt{\varepsilon_j \mu_{j,m}} t + \frac{\rho_{j,m}}{\sqrt{\varepsilon_j \mu_{j,m}}} \sin \sqrt{\varepsilon_j \mu_{j,m}} t \right\} z_{m,D}(x) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_j}{\sqrt{\varepsilon_j \mu_{j,m}}} \int_0^t h_{j,m}(s) \sin \sqrt{\varepsilon_j \mu_{j,m}} (t-s) ds \right\} z_{m,D}(x) \quad (11)$$

Далее, исследуем некоторые свойства функции $w_j(t, x)$. В работе [14] доказано, что все собственные функции задачи Дирихле (6) обладают одним из свойств симметричности: $z_{m,D}(x) = z_{m,D}(Sx)$ или $z_{m,D}(x) = -z_{m,D}(Sx), x \in \Omega$. Используя эти свойства заново перенумеруем собственные функции $z_{m,D}(x)$. Будем считать, что четными номерами пронумерованы собственные функции, обладающие свойствами $z_{m,D}(x) = z_{m,D}(Sx)$. Соответственно, нечетными номерами будут пронумерованы собственные функции, обладающие свойствами $z_{m,D}(x) = -z_{m,D}(Sx)$.

Справедливо следующее утверждение.

Лемма 2. Функции $w_j(t, x), j = 0, 1$ обладают следующими свойствами:

1) $w_0(t, x) = w_0(t, Sx)$ и для коэффициентов $\tau_{0,m}, \rho_{0,m}, h_{0,m}(t)$ справедливы равенства

$$\tau_{0,m} = \begin{cases} 0, m = 2k - 1 \\ 2(\tau, z_{2k}) \equiv 2\tau_{2k}, m = 2k \end{cases}, \rho_{0,m} = \begin{cases} 0, m = 2k - 1 \\ 2(\rho, z_{2k}) \equiv 2\rho_{2k}, m = 2k \end{cases},$$

$$h_{0,m}(t) = \begin{cases} 0, m = 2k - 1 \\ 2(h, z_{2k}) \equiv 2h_{2k}(t), m = 2k \end{cases};$$

2) $w_1(t, x) = -w_1(t, Sx)$ и для коэффициентов $\tau_{1,m}, \rho_{1,m}, h_{1,m}(t)$ справедливы равенства

$$\tau_{1,m} = \begin{cases} 0, m = 2k \\ 2(\tau, z_{2k-1}) \equiv 2\tau_{2k-1}, m = 2k - 1 \end{cases}, \rho_{1,m} = \begin{cases} 0, m = 2k \\ 2(\rho, z_{2k-1}) \equiv 2\rho_{2k-1}, m = 2k - 1 \end{cases},$$

$$h_{1,m}(t) = \begin{cases} 0, m = 2k \\ 2(h, z_{2k-1}) \equiv 2h_{2k-1}(t), m = 2k - 1 \end{cases}.$$

Доказательство. Из представления функции $\tau_0(x)$ для коэффициентов $\tau_{0,2m}$ имеем

$$\begin{aligned} \tau_{0,2m} &= (\tau_0, z_{2m,D}) \equiv \int_{\Omega} \tau_0(x) z_{2m,D}(x) dx = \int_{\Omega} [\tau(x) + \tau(Sx)] z_{2m,D}(x) dx = \\ &= \int_{\Omega} \tau(x) [z_{2m,D}(x) + z_{2m,D}(Sx)] dx = 2 \int_{\Omega} \tau(x) z_{2m,D}(x) dx = 2(\tau, z_{2m,D}) = 2\tau_{2m}. \end{aligned}$$

Для коэффициентов с нечетными индексами получаем

$$\begin{aligned} \tau_{0,2m-1} &= (\tau_0, z_{2m-1,D}) \equiv \int_{\Omega} \tau_0(x) z_{2m-1,D}(x) dx = \int_{\Omega} [\tau(x) + \tau(Sx)] z_{2m-1,D}(x) dx = \\ &= \int_{\Omega} \tau(x) [z_{2m-1,D}(x) + z_{2m-1,D}(Sx)] dx = \int_{\Omega} \tau(x) [z_{2m-1,D}(x) - z_{2m-1,D}(Sx)] dx = 0. \end{aligned}$$

Свойства коэффициентов $\rho_{0,m}, h_{0,m}(t)$ доказываются аналогичным образом. Далее, используя эти свойства коэффициентов, а также из свойства $z_{2m,D}(x) = z_{2m,D}(Sx)$ собственных функций для функции $w_0(t, x)$ имеем

$$\begin{aligned} w_0(t, x) &= \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{0,2m} \cos \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} t + \frac{\rho_{0,2m}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}}} \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} t \right\} z_{2m,D}(x) + \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}}} \int_0^t h_{0,2m}(s) \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} (t-s) ds \right\} z_{2m,D}(x) = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{0,2m} \cos \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} t + \frac{\rho_{0,2m}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}}} \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} t \right\} z_{2m,D}(Sx) + \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}}} \int_0^t h_{0,2m}(s) \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{0,2m}} (t-s) ds \right\} z_{2m,D}(Sx) = w(t, Sx). \end{aligned}$$

Свойства пункта 1) доказаны.

Далее, из представления функции $\tau_1(x)$ для коэффициентов $\tau_{1,m}$ получаем

$$\begin{aligned} \tau_{1,m} = (\tau_1, z_{m,D}) &\equiv \int_{\Omega} \tau_1(x) z_{m,D}(x) dx = \int_{\Omega} [\tau(x) - \tau(Sx)] z_{m,D}(x) dx = \\ &= \int_{\Omega} \tau(x) [z_{m,D}(x) + z_{m,D}(Sx)] dx. \end{aligned}$$

Отсюда, если $m = 2k$, то из равенства $z_{2m,D}(x) = z_{2m,D}(Sx)$ следует $\tau_{1,2m} = 0$, а из равенства $z_{2m-1,D}(x) = -z_{2m-1,D}(Sx)$ получаем $\tau_{1,2m-1} = 2(\tau, z_{2m-1}) \equiv 2\tau_{2m-1}$. Остальные свойства функции $w_1(t, x)$ как в пункте 1). Лемма доказана.

Из утверждений этой леммы получаем следующее

Следствие 1. Решения задач (8)-(10) можно представить в виде

$$\begin{aligned} w_0(t, x) &= 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m} \cos \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{2m}} t + \frac{\rho_{2m}}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{2m}}} \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{2m}} t \right\} z_{2m,D}(x) + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_{2m}}} \int_0^t h_{2m}(s) \sin \sqrt{\varepsilon_0 \mu_{2m}} (t-s) ds \right\} z_{2m,D}(x), \quad (12) \end{aligned}$$

$$w_1(t, x) = 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m-1} \cos \sqrt{\varepsilon_1 \mu_{2m-1}} t + \frac{\rho_{2m-1}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_{2m-1}}} \sin \sqrt{\varepsilon_1 \mu_{2m-1}} t \right\} z_{2m-1,D}(x) +$$

$$+2 \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_{2m-1}}} \int_0^t h_{2m-1}(s) \sin \sqrt{\varepsilon_1 \mu_{2m-1}}(t-s) ds \right\} z_{2m-1,D}(x). \quad (13)$$

Анализ и основные результаты

Далее, докажем обратное утверждение. А именно, если функции $w_0(t, x)$ и $w_1(t, x)$ являются решениями задач (8)-(10), то функция

$$z(t, x) = \frac{1}{2} [w_0(t, x) + w_1(t, x)] \quad (14)$$

будет решением задачи (1)-(3). Действительно, пусть функции $w_0(t, x)$ и $w_1(t, x)$ являются решениями задач (8)-(10). Из свойств симметричности функций $w_0(t, x)$ и $w_1(t, x)$ имеем $\Delta w_0(t, x) = \Delta w_0(t, Sx)$, $\Delta w_1(t, x) = -\Delta w_1(t, Sx)$. Тогда для функции $z(t, x)$ из равенства (14) получаем

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial t^2} - a_0 \Delta z(t, x) - a_1 \Delta z(t, Sx) = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 w_0(t, x)}{\partial t^2} - a_0 \Delta w_0(t, x) - a_1 \Delta w_0(t, x) \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 w_1(t, x)}{\partial t^2} - a_0 \Delta w_1(t, x) - a_1 \Delta w_1(t, x) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 w_0(t, x)}{\partial t^2} - (a_0 + a_1) \Delta w_0(t, x) \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 w_1(t, x)}{\partial t^2} - (a_0 - a_1) \Delta w_1(t, x) \right] = \\ &= -\frac{\varepsilon_0}{2} \left[\Delta w_0(t, x) - \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 w_0(t, x)}{\partial t^2} \right] - \frac{\varepsilon_1}{2} \left[\Delta w_1(t, x) - \frac{1}{\varepsilon_1} \frac{\partial^2 w_1(t, x)}{\partial t^2} \right] = \\ &= -\frac{\varepsilon_0}{2} \left(-\frac{1}{\varepsilon_0} h_0(t, x) \right) - \frac{\varepsilon_1}{2} \left(-\frac{1}{\varepsilon_1} h_1(t, x) \right) = \frac{1}{2} h_0(t, x) + \frac{1}{2} h_1(t, x) = \\ &= \frac{1}{2} [h(t, x) + h(t, Sx) + h(t, x) - h(t, Sx)] = h(t, x). \end{aligned}$$

Следовательно, функция $z(t, x)$ из равенства (14) удовлетворяет уравнению (1). Далее, из начальных условий (9) следует

$$z(0, x) = \frac{1}{2} [w_0(0, x) + w_1(0, x)] = \frac{1}{2} [\tau_0(x) + \tau_1(x)] = \tau(x),$$

$$z_t(0, x) = \frac{1}{2} [\partial_t w_0(0, x) + \partial_t w_1(0, x)] = \frac{1}{2} [\rho_0(x) + \rho_1(x)] = \rho(x).$$

И наконец, используя условия (10) получаем

$$z(t, x)|_{[0, T] \times \partial\Omega} = \frac{1}{2} [w_0(t, x) + w_1(t, x)]|_{[0, T] \times \partial\Omega} = 0.$$

Таким образом, функция $z(t, x)$ из равенства (14) удовлетворяет всем условиям задачи (1)-(3).

Далее, подставляя представление функции $w_0(t, x)$ из (12) и функции $w_1(t, x)$ из (13) в равенство (14) получаем окончательное представление решения задачи (1) - (3).

$$\begin{aligned} z(t, x) = & \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m} \cos \sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}} t + \frac{\rho_{2m}}{\sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}}} \sin \sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}} t \right\} z_{2m, D}(x) + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m-1} \cos \sqrt{(a_0 - a_1)\mu_{2m-1}} t + \frac{\rho_{2m-1}}{\sqrt{(a_0 - a_1)\mu_{2m-1}}} \sin \sqrt{(a_0 - a_1)\mu_{2m-1}} t \right\} z_{2m-1, D}(x) + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\mu_{2m}}} \int_0^t h_{2m}(s) \sin \sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}} (t-s) ds \right\} z_{2m, D}(x) + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\mu_{2m-1}}} \int_0^t h_{2m-1}(s) \sin \sqrt{(a_0 - a_1)\mu_{2m-1}} (t-s) ds \right\} z_{2m-1, D}(x). \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, относительно задачи (1) - (3) доказано следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть $a_0 \pm a_1 > 0$, функции $\tau(x), \rho(x)$ и $h(t, x)$ удовлетворяют условиям Леммы 1. Тогда решение задачи (1) - (3) существует, единственно и представляется в виде (15).

Основные результаты относительно начально-краевой задачи с граничным условием Неймана

В этом пункте мы исследуем начально-краевую задачу с граничным условием Неймана, т.е. рассматривается задача с условиями (1),(2),(4). Для удобства эту задачу назовем задачей N. Сначала, как и в случае задачи с условием Дирихле для уравнения (5) рассмотрим вспомогательную начально-краевую задачу с начальными условиями (2) и краевым условием.

$$\partial_\nu z(t, x) = 0, [0, T] \times \partial\Omega \quad (16)$$

Приведем аналог Леммы 1 для задачи с условием Неймана. В указанной выше работе В.А.Ильина [13] доказано следующее утверждение.

Лемма 3. Пусть функции $\tau(x), \rho(x)$ и $f(t, x)$ удовлетворяют следующим условиям:

1) функция $\tau(x)$ непрерывна в области $\bar{\Omega}$ и обладает в этой области непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка

$\left[\frac{n}{2} \right] + 3$. Кроме того,

$$\tau(x) = \Delta \tau(x) = \dots = \Delta^k \tau(x) = 0, k = \left[\frac{n+2}{4} \right];$$

2) функция $\rho(x)$ непрерывна в области $\bar{\Omega}$ и обладает в этой области непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 1$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$. Кроме того,

$$\rho(x) = \Delta \rho(x) = \dots = \Delta^k \rho(x) = 0, k = \left[\frac{n}{4} \right];$$

3) функция $f(t, x)$ непрерывна в замкнутом цилиндре $\bar{Q}_T = [0, T] \times \bar{\Omega}$ и обладает в этом цилиндре непрерывными производными до порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 1$ и интегрируемыми с квадратом производными порядка $\left[\frac{n}{2} \right] + 2$. Кроме того,

$$f(t, x) = \Delta f(t, x) = \dots = \Delta^k f(t, x) = 0, k = \left[\frac{n}{4} \right].$$

Тогда решение задачи с условиями (5),(2),(4) существует, единственно и представляется в виде

$$z(t, x) = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_m \cos a\sqrt{\mu_m}t + \frac{\rho_m}{a\sqrt{\mu_m}} \sin a\sqrt{\mu_m}t \right\} z_{m,N}(x) + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{a}{\sqrt{\mu_m}} \int_0^t f_m(s) \sin a\sqrt{\mu_m}(t-s) ds \right\} z_{m,N}(x).$$

Здесь $z_{m,N}(x)$ - нормированные собственные функции задачи Неймана

$$\Delta z(x) + \mu z(x) = 0, x \in \Omega, \partial_\nu z(x) = 0, x \in \partial\Omega, \quad (17)$$

а τ_m, ρ_m и $f_m(t)$ коэффициенты Фурье в разложении функций $\tau(x), \rho(x)$ и $f(t, x)$ по системе $z_{m,N}(x)$.

Проделав те же вычисления, как и в случае задачи с условием Дирихле доказывается следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть $a_0 \pm a_1 > 0$, функции $\tau(x), \rho(x)$ и $h(t, x)$ удовлетворяют условиям Леммы 3. Тогда решение задачи N существует, единственно и представляется в виде

$$z(t, x) = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m} \cos \sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}}t + \frac{\rho_{2m}}{\sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}}} \sin \sqrt{(a_0 + a_1)\mu_{2m}}t \right\} z_{2m,N}(x) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \tau_{2m-1} \cos \sqrt{(a_0 - a_1) \mu_{2m-1}} t + \frac{\rho_{2m-1}}{\sqrt{(a_0 - a_1) \mu_{2m-1}}} \sin \sqrt{(a_0 - a_1) \mu_{2m-1}} t \right\} z_{2m-1, N}(x) + \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\mu_{2m}}} \int_0^t h_{2m}(s) \sin \sqrt{(a_0 + a_1) \mu_{2m}} (t-s) ds \right\} z_{2m, N}(x) + \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\mu_{2m-1}}} \int_0^t h_{2m-1}(s) \sin \sqrt{(a_0 - a_1) \mu_{2m-1}} (t-s) ds \right\} z_{2m-1, N}(x).
 \end{aligned}$$

Заклучение

В работе изучены начально-краевые задачи для новых классов дифференциальных уравнений в частных производных. Показаны корректность рассматриваемых задач. При доказательстве единственности и существования решения использованы свойства инволютивных отображений.

В дальнейшем предполагается исследования аналогичных задач для нелокальных дифференциальных уравнений высокого порядка.

Данная работа была выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РК (грант № AP19677926).

Список использованной литературы

1. Ahmad, B., Alsaedi, A., Kirane, M., & Tapdigoglu, R. G. (2017). An inverse problem for space and time fractional evolution equations with an involution perturbation. *Quaestiones Mathematicae*, 40(2), 151-160. <https://doi.org/10.2989/16073606.2017.1283370>
2. Ilyas, A., Malik, S. A., & Saif, S. (2021). Inverse problems for a multi-term time fractional evolution equation with an involution. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 29(13), 3377-3405. <https://doi.org/10.1080/17415977.2021.2000606>
3. Kirane, M., & Sarsenbi, A. A. (2023). Solvability of mixed problems for a fourth-order equation with involution and fractional derivative. *Fractal and Fractional*, 7(2), 131. <https://doi.org/10.3390/fractalfract702013>
4. Mussirepova, E., Sarsenbi, A., & Sarsenbi, A. (2022). The inverse problem for the heat equation with reflection of the argument and with a complex coefficient. *Boundary Value Problems*, 2022(1), 99. <https://doi.org/10.1186/s13661-022-01675-1>
5. Mussirepova, E., Sarsenbi, A. A., & Sarsenbi, A. M. (2022). Solvability of mixed problems for the wave equation with reflection of the argument. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 45(17), 11262-11271. <https://doi.org/10.1002/mma.8448>
6. Muratbekova, M., Kadirkulov, B., Koshanova, M., & Turmetov, B. (2023). On Solvability of Some Inverse Problems for a Fractional Parabolic Equation with a Nonlocal Biharmonic Operator. *Fractal and Fractional*, 7(5), 404. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7050404>
7. Turmetov, B., & Karachik, V. (2024). On solvability of some inverse problems for a nonlocal fourth-order parabolic equation with multiple involution. *AIMS Mathematics*, 9(3), 6832-6849. <https://doi.org/10.3934/math.2024333>
8. Karachik, V., Sarsenbi, A., & Turmetov, B. (2019). On the solvability of the main boundary value problems for a nonlocal Poisson equation. *Turkish journal of mathematics*, 43(3), 1604-1625.
9. Karachik, V. V., & Kh, T. B. (2020). Solvability of one nonlocal Dirichlet problem for the Poisson equation. *Novi sad journal of mathematics*, 50(1), 67-88. <https://doi.org/10.30755/NSJOM.08942>
10. Yarka, U., Fedushko, S., & Veselý, P. (2020). The Dirichlet problem for the perturbed elliptic equation. *Mathematics*, 8(12), 2108. <https://doi.org/10.3390/math8122108>
11. Kirane, M., & Al-Salti, N. (2016). Inverse problems for a nonlocal wave equation with an involution perturbation. *Journal of Nonlinear Science and Applications*, 9, 1243-1251. <http://dx.doi.org/10.22436/jnsa.009.03.49>
12. Tapdigoglu, R., & Torebek, B. T. (2018). Inverse source problems for a wave equation with involution. *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series*, 9175-82.

13. Ильин, В. А. (1957). К вопросу об обосновании метода Фурье для уравнения колебаний. *Успехи математических наук*, 12(4 (76)), 289-296.
14. Sadybekov, M. A., & Turmetov, B. K. (2012). On analogues of periodic boundary value problems for the Laplace operator in a ball. *Eurasian Mathematical Journal*, 3(1), 143-146.

References

1. Ahmad, B., Alsaedi, A., Kirane, M., & Tapdigoglu, R. G. (2017). An inverse problem for space and time fractional evolution equations with an involution perturbation. *Quaestiones Mathematicae*, 40(2), 151-160. <https://doi.org/10.2989/16073606.2017.1283370>
2. Ilyas, A., Malik, S. A., & Saif, S. (2021). Inverse problems for a multi-term time fractional evolution equation with an involution. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 29(13), 3377-3405. <https://doi.org/10.1080/17415977.2021.2000606>
3. Kirane, M., & Sarsenbi, A. A. (2023). Solvability of mixed problems for a fourth-order equation with involution and fractional derivative. *Fractal and Fractional*, 7(2), 131. <https://doi.org/10.3390/fractalfract702013>
4. Mussirepova, E., Sarsenbi, A., & Sarsenbi, A. (2022). The inverse problem for the heat equation with reflection of the argument and with a complex coefficient. *Boundary Value Problems*, 2022(1), 99. <https://doi.org/10.1186/s13661-022-01675-1>
5. Mussirepova, E., Sarsenbi, A. A., & Sarsenbi, A. M. (2022). Solvability of mixed problems for the wave equation with reflection of the argument. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 45(17), 11262-11271. <https://doi.org/10.1002/mma.8448>
6. Muratbekova, M., Kadirkulov, B., Koshanova, M., & Turmetov, B. (2023). On Solvability of Some Inverse Problems for a Fractional Parabolic Equation with a Nonlocal Biharmonic Operator. *Fractal and Fractional*, 7(5), 404. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7050404>
7. Turmetov, B., & Karachik, V. (2024). On solvability of some inverse problems for a nonlocal fourth-order parabolic equation with multiple involution. *AIMS Mathematics*, 9(3), 6832-6849. <https://doi.org/10.3934/math.2024333>
8. Karachik, V., Sarsenbi, A., & Turmetov, B. (2019). On the solvability of the main boundary value problems for a nonlocal Poisson equation. *Turkish journal of mathematics*, 43(3), 1604-1625.
9. Karachik, V. V., & Kh, T. B. (2020). Solvability of one nonlocal Dirichlet problem for the Poisson equation. *Novi sad journal of mathematics*, 50(1), 67-88. <https://doi.org/10.30755/NSJOM.08942>
10. Yarka, U., Fedushko, S., & Veselý, P. (2020). The Dirichlet problem for the perturbed elliptic equation. *Mathematics*, 8(12), 2108. <https://doi.org/10.3390/math8122108>
11. Kirane, M., & Al-Salti, N. (2016). Inverse problems for a nonlocal wave equation with an involution perturbation. *Journal of Nonlinear Science and Applications*, 9, 1243-1251. <http://dx.doi.org/10.22436/jnsa.009.03.49>
12. Tapdigoglu, R., & Torebek, B. T. (2018). Inverse source problems for a wave equation with involution. *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series*, 91(3), 75-82.
13. Ilyin, V. A. (1957). К вопросу об обосновании метода Фурье для уравнения колебаний. *Успехи Математических наук*, 12(4(76)), 289–296.
14. Sadybekov, M. A., & Turmetov, B. K. (2012). On analogues of periodic boundary value problems for the Laplace operator in a ball. *Eurasian Mathematical Journal*, 3(1), 143-146.

Авторлар туралы мәліметтер

Шарафидинов Д.Д. – магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті (Қазақстан, Түркістан қ.), е-mail: dimabekeev@mail.ru

Турметов Б.Х. - физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті (Қазақстан, Түркістан қ.), е-mail: batirkhan.turmetov@ayu.edu.kz

Information about authors

Sharafidinov D.D. - master's student, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: dimabekeev@mail.ru

Turmetov B.Kh. - doctor of physical and mathematical sciences, professor, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: batirkhan.turmetov@ayu.edu.kz

Г.Б.Баканов¹, С.К.Мелдебекова²

¹физика-математика ғылымдарының докторы, профессор, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті

(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: galitdin.bakanov@ayu.edu.kz

²докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті

(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: saule.meldebekova@ayu.edu.kz

ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ҚОЙЫЛҒАН ДИСКРЕТТІ КЕРІ ЕСЕП ПЕН КӨМЕКШІ ЕСЕП
ШЕШІМДЕРІНІҢ АРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫС
RELATIONSHIP BETWEEN SOLUTIONS OF DISCRETE INVERSE AND AUXILIARY PROBLEMS FOR
A HYPERBOLIC EQUATION
СВЯЗЬ МЕЖДУ РЕШЕНИЯМИ ДИСКРЕТНОЙ ОБРАТНОЙ И ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧ ДЛЯ
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Аңдатпа. Гельфанд-Левитан әдісі бойынша гиперболалық теңдеу үшін кері есептерді шешудің бір өлшемді және көп өлшемді әдістері бірінші және екінші текті Фредгольм интегралдық теңдеулерінің сандық шешіміне әкеледі. Бұл жұмыста Гельфанд-Левитан әдісімен зерттелетін гиперболалық теңдеу үшін қойылған дискретті кері есеп пен дискретті көмекші есеп шешімдерінің арасындағы байланыс қарастырылады. Алдымен гиперболалық теңдеу үшін қойылған дискретті кері есеп пен дискретті көмекші есеп қойылымдары және осы есептердің шешімі болатын торлық функциялардың қасиеттері келтіріледі. Көмекші дискретті есептің шешімі арқылы анықталатын торлық функцияның құрылымы және осы торлық функция мен дискретті кері есептің шешімі болатын ізделінді торлық функция арасындағы байланыс туралы леммалар дәлелденеді. Леммаларды дәлелдеу барысында дискретті көмекші есептің шешімінің және Дирактың дельта функциясының дискретті аналогының қасиеттері ескеріледі. Дискретті кері есеп шешімінің бар болуы және оның жалғыздығын көрсететін теорема дәлелденеді.

Негізгі сөздер: гиперболалық теңдеу, дискретті кері есеп, көмекші дискретті есеп, шешімнің қасиеттері.

Abstract. One-dimensional and multidimensional methods for solving inverse problems for a hyperbolic equation by the Gelfand-Levitan method lead to the numerical solution of Fredholm integral equations of the first and second kind. This paper examines the connection between a discrete inverse problem and solutions to a discrete auxiliary problem for a hyperbolic equation studied by the Gelfand-Levitan method. First, we present the formulations of the discrete inverse problem and the discrete auxiliary problem for the hyperbolic equation, as well as the properties of the grid functions that are solutions to these problems. Lemmas are proved about the structure of the grid function determined by the solution of the auxiliary discrete problem, and the connection of this grid function with the desired grid function, which is the solution to the discrete inverse problem. When proving the lemmas, the properties of the solution to the discrete auxiliary problem and the discrete analogue of the Dirac delta function are taken into account. A theorem showing the existence of a discrete inverse problem solution and its uniqueness is proved.

Key words: hyperbolic equation, discrete inverse problem, auxiliary discrete problem, properties of the solution.

Аннотация. Одномерные и многомерные методы решения обратных задач для гиперболического уравнения методом Гельфанда-Левитана приводят к численному решению интегральных уравнений Фредгольма первого и второго рода. В данной работе рассматривается связь между дискретной обратной задачей и решениями дискретной вспомогательной задачи для гиперболического уравнения, изучаемого методом Гельфанда-Левитана. Сначала приводятся постановки дискретной обратной задачи и дискретной вспомогательной задачи для гиперболического уравнения, а также свойства сеточных функций, являющихся решениями этих задач. Доказаны леммы о структуре сеточной функции, определяемой решением вспомогательной дискретной задачи, и связи этой сеточной функции с искомой сеточной функцией, являющейся решением дискретной обратной задачи. При доказательстве лемм учитываются свойства решения дискретной вспомогательной задачи и дискретного аналога дельта-функции Дирака. Доказана теорема, показывающая существование и единственность решения дискретной обратной задачи.

Ключевые слова: гиперболическое уравнение, дискретная обратная задача, вспомогательная дискретная задача, свойства решения.

Кіріспе

Жұмыста гиперболалық теңдеу үшін қойылған дискретті кері есепті зерттеу үшін енгізілген көмекші дискретті есепте Гельфанд-Левитан әдісі қолданылады.

Гельфанд-Левитан әдісі кері есептер теориясында кең таралған әдістердің бірі болып табылады. Оның негізгі идеясы сызықтық емес кері есепті Фредгольмның сызықты интегралдық теңдеулерінің бір параметрлі үйіріне келтіруден тұрады.

Гельфанд-Левитан әдісінің идеясын А.С.Алексеев [1], G.Kunetz [2], Б.С.Парийский [3] еңбектерінен бастап сейсмиканың кері есептерінде көптеп қолданылды. А.С.Благовещенский [4] акустиканың кері есебі үшін Гельфанд-Левитан әдісінің динамикалық нұсқасын құрастырды. А.С.Алексеев пен В.И.Добринский [5] Гельфанд-Левитан әдісінің дискретті аналогын сейсмиканың бір өлшемді кері кинематикалық есебінің сандық шешу алгоритмдерін зерттеуде қолданды. Соңғы жылдары Гельфанд-Левитан әдісінің әртүрлі кері есептерде қолданылуы [6]- [14] еңбектерде ұсынылды.

Бұл жұмыста Гельфанд-Левитан әдісі бойынша гиперболалық теңдеу үшін қойылған дискретті кері есепті зерттеу мақсатында көмекші дискретті есеп енгізіліп, осы көмекші дискретті есептің шешімінің қасиеттері көрсетіледі.

Есептің қойылымы

$$v_{t\bar{t}} = v_{x\bar{x}} - q_i v_i^k - \frac{1}{2} q_i (\delta_{i-k}^h + \delta_{i+k}^h), \quad k \geq 1, \quad i \in Z, \quad (1)$$

$$v_i^0 = 0, \quad v_i^1 = 0, \quad i \in Z, \quad (2)$$

$$v_0^0 = 0, \quad v_0^1 = 0, \quad v_0^k = \tilde{f}_0^k, \quad k > 1 \quad (3)$$

Сонымен қатар $1 \leq k \leq |i|$ үшін

$$v_i^k = 0$$

екенін атап өтуіміз керек.

$$\frac{\omega_i^{k+1} - 2\omega_i^k + \omega_i^{k-1}}{h^2} = \frac{\omega_{i+1}^k - 2\omega_i^k + \omega_{i-1}^k}{h^2} - q_i \omega_i^k, \quad (4)$$

$$\omega_0^k = \delta_k^h, \quad \omega_1^k = \frac{1}{2} (\delta_{k+1}^h + \delta_{k-1}^h) + \frac{h^2}{2} q_0 \delta_k^h, \quad k \in Z. \quad (5)$$

Мұндағы $\omega_i^k = \omega(ih, kh)$ және $1 < i < |k|$ үшін

$$\omega_i^k = 0.$$

Сонымен қатар $0 \leq m \leq n$ үшін

$$\tilde{\omega}_m^n = 0,$$

мұндағы

$$\tilde{\omega}_m^n = \omega_m^n - \frac{1}{2} (\delta_{n+m}^h + \delta_{n-m}^h).$$

Лемма 1. *Айталық торлық $\tilde{\omega}_{i+1}^k$ функциясы*

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{i+1}^k &= \frac{h^2}{2} \sum_{s=1}^i \sum_{j=1}^s q_j [\delta_{k-i+2s}^h + \delta_{k-i-2j+2s}^h] + \\ &+ h^2 \sum_{s=1}^i \sum_{j=1}^s q_j \tilde{\omega}_j^{k-i-j+2s} + \frac{h^2}{2} \sum_{s=0}^i q_0 \delta_{k-i+2s}^h \end{aligned} \quad (6)$$

формуласы бойынша анықталсын. Сонда

$$\tilde{\omega}_{i+1}^i = \frac{1}{2} h \sum_{s=0}^i q_0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Дәлелдеуі. Жоғарыда көрсетілген (6) формуласынан

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{i+1}^i &= \frac{1}{2} h^2 \sum_{s=1}^i \sum_{j=1}^s q_j [\delta_{2s}^h + \delta_{2s-2j}^h] + \\ &+ h^2 \sum_{s=1}^i \sum_{j=1}^s q_j \tilde{\omega}_j^{2s-j} + \frac{h^2}{2} \sum_{s=0}^i q_0 \delta_{2s}^h \end{aligned} \quad (8)$$

екендігі шығады. Ал $j \leq -j + 2s$, яғни $j \leq s$ үшін

$$\tilde{\omega}_j^{2s-j} \equiv 0$$

болғандықтан және

$$h \sum_{j=1}^s q_j \delta_{2s-2j}^h = q_s$$

екендігін ескере отырып, (8) формуласынан (7) формуласын аламыз. Лемма 1 дәлелденді.

Лемма 2. Айталық торлық v_i^k функциясы дискретті (1)-(3) кері есебінің шешімі және

$$\tilde{v}_i^k = \frac{1}{2} (\delta_{i+k}^h + \delta_{i-k}^h) + v_i^k, \quad i \in Z, \quad k \in Z, \quad (9)$$

болсын, мұндағы

$$v_i^k = v_i^{-k}$$

($k < 0$ үшін торлық v_i^k функциясының жұп жалғасуы). Сонда торлық v_i^k функциясы

$$v_{t\bar{t}} = v_{x\bar{x}} - q_i v_i^k, \quad i \geq 1, \quad k \in Z, \quad (10)$$

теңдеуін және келесі шарттарды

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{v}_0^0 = \delta_0^h, \\ \tilde{v}_0^{\pm 1} = 0, \\ \tilde{v}_0^k = f_0^k, \quad k = \pm 2, \pm 3, \dots \\ \tilde{v}_1^0 = 0, \\ \tilde{v}_1^{\pm 1} = \frac{1}{2} \delta_0^h, \\ v_1^k = \frac{1}{2} \left(\tilde{f}_0^{k+1} + \tilde{f}_0^{k-1} \right) + \frac{h^2}{2} q_0 \tilde{f}_0^k, \quad k = \pm 2, \pm 3, \dots \end{array} \right. \quad (11)$$

қанағаттандырады.

Дәлелдеуі. (9) және (1) формулаларын ескере отырып

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{t\bar{t}} &= \frac{1}{2} (\delta_{i+k}^h + \delta_{i-k}^h)_{t\bar{t}} + v_{t\bar{t}} = \frac{1}{2h^2} [(\delta_{k+1+i}^h - 2\delta_{k+i}^h + \delta_{k-1+i}^h) + \\ &+ (\delta_{i-k-1}^h - 2\delta_{i-k}^h + \delta_{i-k+1}^h)] + v_{x\bar{x}} - q_i v_i^k - \frac{1}{2} q_i (\delta_{i-k}^h + \delta_{i+k}^h) = \\ &= \frac{1}{2} (\delta_{i+k}^h + \delta_{i-k}^h)_{x\bar{x}} + v_{x\bar{x}} - q_i [v_i^k + \frac{1}{2} (\delta_{i-k}^h + \delta_{i+k}^h)] = \\ &= \tilde{v}_{x\bar{x}} - q_i \tilde{v}_i^k, \quad i \geq 1, \quad k \in Z. \end{aligned}$$

екендігін аламыз.

Енді (11) шарттарының орындалатындағын көрсетеміз. Алдымен (9) және (2), (3) бойынша

$$\begin{aligned} \tilde{v}_0^0 &= \frac{1}{2} (\delta_0^h + \delta_0^h) + v_0^0 = \delta_0^h, \\ \tilde{v}_0^1 &= \frac{1}{2} (\delta_1^h + \delta_{-1}^h) + v_0^1 = 0, \\ \tilde{v}_0^{-1} &= \frac{1}{2} (\delta_{-1}^h + \delta_1^h) + v_0^{-1} = 0 + v_0^1 = 0, \\ \tilde{v}_0^k &= \frac{1}{2} (\delta_k^h + \delta_{-k}^h) + v_0^0 = 0 + \tilde{f}_0^k = \tilde{f}_0^k, \\ &k = \pm 2, \pm 3, \dots \\ \tilde{v}_1^0 &= \frac{1}{2} (\delta_1^h + \delta_1^h) + v_1^0 = 0, \\ \tilde{v}_1^1 &= \frac{1}{2} (\delta_2^h + \delta_0^h) + v_1^1 = \frac{1}{2} \delta_0^h, \\ \tilde{v}_1^{-1} &= \frac{1}{2} (\delta_0^h + \delta_2^h) + v_1^{-1} = \frac{1}{2} \delta_0^h + v_1^1 = \frac{1}{2} \delta_0^h, \end{aligned}$$

$$\tilde{v}_1^k = \frac{1}{2}(\delta_{1+k}^h + \delta_{1-k}^h) + v_1^k = 0 + v_1^k = \frac{1}{2} \left[\tilde{f}_t^{k+1} + \tilde{f}_t^{k-1} \right] + \frac{h^2}{2} q_0 \cdot \tilde{f}_t^k,$$

$$k = \pm 2, \pm 3, \dots$$

Сонымен лемма 2 дәлелденді.

Лемма 3. Айталық торлық ω_i^k функциясы (4)-(5) есебінің шешімі болсын, ал торлық \check{v}_i^k функциясы келесі формулалар арқылы анықталсын:

$$\check{v}_0^k = \tilde{v}_0^k,$$

$$\check{v}_1^k = \tilde{v}_1^k,$$

$$\check{v}_i^k = h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \omega_i^j f_t^{k-j}, \quad i > 1, \quad k \in Z. \quad (12)$$

Сонда торлық \check{v}_i^k функциясы (10) теңдеуін қанағаттандырады және (4)-(5) есебінің шешімінің жалғыздығынан шығатыны

$$\check{v}_i^k = \tilde{v}_i^k, \quad i \geq 0, \quad k \in Z.$$

Дәлелдеуі. (12) және (4) формулаларын ескере отырып,

$$\begin{aligned} \check{v}_{t\bar{t}}^k &= \frac{\check{v}_i^{k+1} - 2\check{v}_i^k + \check{v}_i^{k-1}}{h^2} = \\ &= h \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\omega_i^{k-s+1} - 2\omega_i^{k-s} + \omega_i^{k-s-1}}{h^2} \right] f_t^s = \\ &= h \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\omega_{i+1}^{k-s} - \omega_i^{k-s} + \omega_{i-1}^{k-s}}{h^2} \right] f_t^s - \\ &\quad - h q_i \sum_{s=-\infty}^{\infty} \omega_i^{k-s} f_t^s = \\ &= \frac{\check{v}_{i+1}^k - 2\check{v}_i^k + \check{v}_{i-1}^k}{h^2} - q_i \check{v}_i^k = \\ &= \check{v}_{x\bar{x}} - q_i \check{v}_i^k, \quad i \geq 1, \quad k \in Z \end{aligned}$$

екендігін аламыз. Лемма 2 дәлелденді.

Теорема. Айталық $0 \leq |k| < i$ болсын. Сонда әрбір белгіленген $i = 2, 3 \dots, N$ үшін

$$\tilde{\omega}_i^k = \omega_i^k - \frac{1}{2}(\delta_{k+i}^h + \delta_{k-i}^h)$$

формуласы бойынша анықталған торлық $\tilde{\omega}_i^k$ функциясы келесі сызықтық

$$\tilde{\omega}_i^k + h \sum_{j=-i+1}^{i-1} \tilde{\omega}_i^j \tilde{f}_0^{k-j} = -\frac{1}{2} \left[\tilde{f}_0^{k-i} + \tilde{f}_0^{k+i} \right], 0 \leq |k| < i, \quad i = 2, 3 \dots, N \quad (13)$$

алгебралық теңдеулер жүйесінің шешімі болады.

Дәлелдеуі. Алдымен (12) формуласы бойынша

$$\tilde{v}_i^k = h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \omega_i^j \tilde{f}_0^{k-j}, \quad i > 1, \quad k \in Z \quad (14)$$

Соңғы (14) теңдігіне келесі теңдіктерді қоямыз:

$$\omega_i^j = \tilde{\omega}_i^j + \frac{1}{2} [\delta_{j-i}^h + \delta_{j+i}^h], \quad i \geq 0, \quad j \in Z,$$

$$\tilde{f}_0^{k-j} = \tilde{f}_0^{k-j} + \delta_{k-j}^h, \quad k \in Z, \quad j \in Z.$$

Сонда келесі теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_i^k &= h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{\omega}_i^j \tilde{f}_0^{k-j} + h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{\omega}_i^j \delta_{k-j}^h + \\ &+ \frac{1}{2} h \sum_{j=-\infty}^{\infty} [\delta_{j-i}^h + \delta_{j+i}^h] \tilde{f}_0^{k-j} + \\ &+ \frac{1}{2} h \sum_{j=-\infty}^{\infty} [\delta_{j-i}^h \delta_{k-j}^h + \delta_{j+i}^h \delta_{k-j}^h] \end{aligned} \quad (15)$$

Енді

$$h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{\omega}_i^j \delta_{k-j}^h = \omega_i^k,$$

$$h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_0^{k-j} \delta_{j-i}^h = \tilde{f}_0^{k-i},$$

$$h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \tilde{f}_0^{k-j} \delta_{j+i}^h = \tilde{f}_0^{k+i},$$

$$h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta_{j-i}^h \delta_{k-j}^h = \delta_{k-i}^h,$$

$$h \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta_{j+i}^h \delta_{k-j}^h = \delta_{k+i}^h$$

және $0 \leq i \leq |j|$ үшін $\tilde{\omega}_i^j = 0$ екендігін ескере отырып, (15) теңдігінен келесі теңдікті аламыз

$$\tilde{v}_i^k = h \sum_{j=-i+1}^{i-1} \tilde{\omega}_i^j \tilde{f}_0^{k-j} + \tilde{\omega}_i^k + \frac{1}{2} \left[\tilde{f}_0^{k-i} + \tilde{f}_0^{k+i} \right] + \frac{1}{2} [\delta_{k-i}^h + \delta_{k+i}^h], i = 2, 3 \dots, N, \quad k \in Z.$$

Соңғы теңдіктен $0 \leq |k| < i$ үшін

$$\tilde{v}_i^k \equiv 0, \delta_{k+i}^h \equiv 0$$

және

$$\delta_{k-i}^h \equiv 0$$

екендіктерін ескере отырып, сызықтық алгебралық (13) теңдеулер жүйесін аламыз. Теорема дәлелденді.

Нәтижелерді талқылау

Гиперболалық теңдеу үшін қойылған дискретті кері есепті Гельфанд-Левитан әдісі бойынша зерттеу мақсатында көмекші дискретті есептің қойылымы анықталды. Гиперболалық теңдеу үшін қойылған көмекші дискретті есептің шешімінің қасиеттері көрсетілді және оның дискретті кері есептің шешімімен байланысы зерттелді.

Қорытынды

Зерттеу барысында дискретті кері есеп пен көмекші есеп шешімінің арасындағы байланысы көрсететін теорема дәлелденді. Бұл теоремада алынған Гельфанд-Левитан теңдеуінің дискретті аналогының маңызы өте зор.

Жұмыс Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті (грант № AP 19678469) қаржыландыру аясында орындалған.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Алексеев, А. С. (1967). Обратные динамические задачи сейсмики. Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. *Москва: Наука*, 9-84.
2. Kunetz, G. (1961). Essai d'analyse de traces sismiques. *Geophysical Prospecting*, 9(3), 317-341.
3. Парийский, Б. С. (1997). Экономические методы численного решения уравнений в свертках и систем алгебраических уравнений с теплицевыми матрицами. *Москва: ВЦ АН СССР*.
4. Благоевещенский, А. С. (1971). О локальном методе решения нестационарной обратной задачи для неоднородной струны. *Труды Математического института имени ВА Стеклова*, 115(0), 28-38.
5. Алексеев, А. С., Добринский, В. И. (1995). Некоторые вопросы практического использования обратных динамических задач сейсмики. *Математические проблемы геофизики*, 6 (2), 7-53. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР.
6. Romanov, V. G. (2021). On justification of the Gelfand–Levitan–Krein method for a two-dimensional inverse problem. *Siberian Mathematical Journal*, 62(5), 908-924.
7. Kabanikhin, S. I., Novikov, N. S., & Shishlenin, M. A. (2021, December). Gelfand-Levitan-Krein method in one-dimensional elasticity inverse problem. *Journal of Physics: Conference Series* 29 (1), 012022. IOP Publishing.

8. Kabanikhin, S., Shishlenin, M., Novikov, N., & Prokhoshin, N. (2023). Spectral, Scattering and Dynamics: Gelfand–Levitan–Marchenko–Krein Equations. *Mathematics*, 11(21), 4458.
9. Kabanikhin, S., Shishlenin, M., & Bakanov, G. (2023). Multidimensional analogue of Krein equation for the inverse acoustic problem. *Abstracts of the VII World Congress of Turkic World Mathematicians (TWMS Congress-2023)*, 312.
10. Maktagali, B., Laura, T. (2021, December). Discretization of equations Gelfand-Levitan-Krein and regularization algorithms. *Journal of Physics: Conference Series*, 2092(1), 012015. IOP Publishing.
11. Temirbekov, N. M., Kabanikhin, S. I., Temirbekova, L. N., & Demeubayeva, Zh. E. (2022). Gelfand-Levitan integral equation for solving coefficient inverse problem. *International Scientifically-Technical Journal Herald of the National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan*, (3(85)), 158–167. [\\https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.184](https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.184)
12. Каримов, Ш. Т., Мамадалиева, Ш. Г. (2022). Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения сведением её к уравнению Гелфанда-Левитана первого рода. *Finland International Scientific Journal of Education, Social Science & Humanities*, 10(12), 142–151.
13. Исламов, Э. Р., Мамадалиева, Ш. Г. (2022). Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения сведением её к уравнению Гелфанда-Левитана второго рода. *Finland International Scientific Journal of Education, Social Science & Humanities*, 10(12), 399–404.
14. Алыбаев, А. М. (2022). Регуляризация обратной задачи с оператором гиперболического типа, где вырождается некорректное уравнение Вольтерра первого рода. *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований* 7, 57–71.
15. Кабанихин, С. И., Криворотько, О. И. (2020). Оптимизационные методы решения обратных задач иммунологии и эпидемиологии. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 60(4), 590-600.
16. Пененко, А. В. (2019). Метод Ньютона–Канторовича для решения обратных задач идентификации источников в моделях продукции–деструкции с данными типа временных рядов. *Сибирский журнал вычислительной математики*, 22(1), 57-79.
17. Ватульян, А. О., Нестеров, С. А. (2022). Решение обратной задачи об идентификации двух термомеханических характеристик функционально-градиентного стержня. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика*, 22(2), 180-195.
18. Konuk, T., Shragge, J. (2020). Modeling full-wavefield time-varying sea-surface effects on seismic data: A mimetic finite-difference approach. *Geophysics*, 85(2), T45-T55.

References

1. Alekseev, A. S. (1967). Obratnye dinamicheskie zadachi seismiki. Nekotorye metody i algoritmy interpretatsii geofizicheskikh dannyyh *Moscow: Nauka*. (9–84).
2. Kunetz, G. (1961). Essai d'analyse de traces sismiques. *Geophysical Prospecting*, 9(3), 317-341.
3. Pariysky, B. S. (1997). Ekonomicheskie metody chislennogo resheniya uravneniy v svertkakh i sistem algebricheskikh uravneniy s teplitsovymi matritsami. Moscow: VTs AN SSSR.
4. Blagoveshchensky, A. S. (1971). O lokal'nom metode resheniya nestatsionarnoy obratnoy zadachi dlya neodnorodnoy struny. *Trudy Matematicheskogo instituta imeni V. A. Steklova*, 115(0), 28–38
5. Alekseev, A. S., Dobrinsky, V. I. (1995). Nekotorye voprosy prakticheskogo ispol'zovaniya obratnykh dinamicheskikh zadach seismiki. *Matematicheskie problemy geofiziki*, 6(2), 7–53. Novosibirsk: VTs SO AN SSSR.
6. Romanov, V. G. (2021). On justification of the Gelfand–Levitan–Krein method for a two-dimensional inverse problem. *Siberian Mathematical Journal*, 62(5), 908-924.
7. Kabanikhin, S. I., Novikov, N. S., Shishlenin, M. A. (2021, December). Gelfand-Levitan-Krein method in one-dimensional elasticity inverse problem. *Journal of Physics: Conference Series* 2092(1), 012022. IOP Publishing.
8. Kabanikhin, S., Shishlenin, M., Novikov, N., Prokhoshin, N. (2023). Spectral, Scattering and Dynamics: Gelfand–Levitan–Marchenko–Krein Equations. *Mathematics*, 11(21), 4458.
9. Kabanikhin, S., Shishlenin, M., Bakanov, G. (2023). Multidimensional analogue of Krein equation for the inverse acoustic problem. *Abstracts of the VII World Congress of Turkic World Mathematicians (TWMS Congress-2023)*, 312.
10. Maktagali, B., Laura, T. (2021, December). Discretization of equations Gelfand-Levitan-Krein and regularization algorithms. *Journal of Physics: Conference Series* 2092(1), 012015. IOP Publishing.
11. Temirbekov, N. M., Kabanikhin, S. I., Temirbekova, L. N., & Demeubayeva, Zh. E. (2022). Gelfand-Levitan integral equation for solving coefficient inverse problem. *International Scientifically-Technical Journal Herald of the National Engineering Academy of the Republic of Kazakhstan*, (3(85)), 158–167. [\\https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.184](https://doi.org/10.47533/2020.1606-146X.184)

12. Karimov, Sh. T., Mamadalieva, Sh. G. (2022). Reshenie koeffitsientnoy obratnoy zadachi dlya giperbolicheskogo uravneniya svedeniem yeye k uravneniyu Gelfanda-Levitana pervogo roda. *Finland International Scientific Journal of Education, Social Science & Humanities*, 10(12), 142–151.
13. Islamov, E. R., Mamadalieva, Sh. G. (2022). Reshenie koeffitsientnoy obratnoy zadachi dlya giperbolicheskogo uravneniya svedeniem yeye k uravneniyu Gelfanda-Levitana vtorogo roda. *Finland International Scientific Journal of Education, Social Science & Humanities*, 10(12), 399–404.
14. Alybayev, A. M. (2022). Regularizatsiya obratnoy zadachi s operatorom giperbolicheskogo tipa, gde vyrozhdetsya nekorrektnoe uravnenie Vol'terra pervogo roda. *Mezhdunarodnyy zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy* 7, 57–71.
15. Kabanikhin, S. I., Krivorotko, O. I. (2020). Optimizatsionnye metody resheniya obratnykh zadach immunologii i epidemiologii. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 60(4), 590–600.
16. Penenko, A. V. (2019). Metod Nyutona–Kantorovicha dlya resheniya obratnykh zadach identifikatsii istochnikov v modelyakh produktsii–destruktsii s dannymi tipa vremennykh ryadov. *Sibirskiy zhurnal vychislitel'noy matematiki*, 22(1), 57–79.
17. Vatulyan, A. O., Nesterov, S. A. (2022). Reshenie obratnoy zadachi ob identifikatsii dvukh termomekhanicheskikh kharakteristik funktsional'no-gradiyentnogo sterzhnya. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Seriya Matematika. Mekhanika. Informatika*, 22(2), 180–195.
18. Konuk, T., Shragge, J. (2020). Modeling full-wavefield time-varying sea-surface effects on seismic data: A mimetic finite-difference approach. *Geophysics*, 85(2), T45-T55.

Сведение об авторах

Баканов Г.Б. - доктор физико-математических наук, профессор, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: galitdin.bakanov@ayu.edu.kz

Мелдебекова С.К. – докторант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: saule.meldebekova@ayu.edu.kz

Information about authors

Bakanov G.B. - Doctor of physical-mathematical sciences, professor, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: galitdin.bakanov@ayu.edu.kz

Meldebekova S.K. - doctoral Student, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: saule.meldebekova@ayu.edu.kz

Ю.О.Амангельдиева^{1*}, М.Т.Айдарова², Ш.Р.Курбанбеков³, Д.Э.Балтабаева⁴, Н.С.Эртаев⁵

¹ магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), Email: yulduz.amangeliyeva12345@mail.ru*

² докторант, Дәулет Серікбаев атындағы Шығыс Қазақстан техникалық университеті
(Қазақстан, Өскемен қ.), e-mail: maidarova@ektu.kz

³ PhD, қауымдастырылған профессор Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz

⁴ магистр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: baltabaeva-d@bk.ru

⁵ магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: nurs.ertaev@gmail.com

ЖОҒАРЫ ЭНТРОПИЯЛЫҚ ҚОРЫТПАЛАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ СУТЕК ЭНЕРГИЯСЫНДА ҚОЛДАНУ

HIGH-ENTROPY ALLOYS AND THEIR APPLICATION IN HYDROGEN ENERGY ВЫСОКОЭНТРОПИЙНЫЕ СПЛАВЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ВОДОРОДНОЙ ЭНЕРГЕТИКЕ

Аңдатпа. Жоғары энтропиялық қорытпалар (ЖЭҚ) ерекше физика-химиялық қасиеттеріне байланысты заманауи материалдардың дамуындағы маңызды бағытқа айналды және сутегі энергетикасында қолдану үшін перспективалы болып табылады. Бұл мақалада сутегіні сақтау үшін ЖЭҚ қолдану бойынша соңғы зерттеулер қарастырылып, олардың микроструктурасына, синтез және жобалау әдістеріне, сақтау қасиеттеріне баса назар аударылады; ЖЭҚ-тың әртүрлі температура мен қысымда жоғары тұрақтылық, механикалық беріктік және сутегін сіңіру қабілеті сияқты артықшылықтары талқыланады; бір компонентті және көп компонентті қорытпалардың мысалдары келтірілген. ОЦК және Лавес фазаларын қамтитын бір және көп компонентті құрылымдары бар қорытпалардың сутегіні тиімді абсорбциялау және десорбциялау қабілеті қарастырылады. ЖЭҚ-тың жоғары сақтау тығыздығы мен коррозияға төзімділігін растайтын зерттеу нәтижелері келтірілген, бұл олардың ұзақ қызмет етуін және техникалық қызмет көрсету шығындарын азайтуды қамтамасыз етеді. Сонымен қатар, пластикалық пен фазалық құрылымдардың тұрақтылығын арттыру қажеттілігі сияқты ағымдағы шектеулер талқыланады. Мақалада құрамы мен құрылымдық модификациясын оңтайландыру әдістерін әзірлеу, термодинамикалық қасиеттерін жақсарту және сутегіні өнеркәсіптік жағдайларда сақтау үшін ЖЭҚ бейімдеу бойынша болашақ зерттеулер бағыттары ұсынылады. Бұл материалдарды әрі қарай зерттеудің маңыздылығы сутегі технологияларын ілгерілетуге және тұрақты энергия көздерін дамытуға ықпал етіп, экологиялық таза энергетикаға көшуді қамтамасыз етеді деп атап өтілген.

Негізгі сөздер: жоғары энтропиялық қорытпалар, қатты ерітінді фазалары, микроқұрылым, сутегі энергиясы, абсорбция, десорбция, сутегінің жинақталуы.

Abstract. High-entropy alloys (HEAs) have become an important area of modern materials development due to their unique physicochemical properties and are promising for application in hydrogen energy. This paper reviews the latest research on the application of HEAs for hydrogen storage with an emphasis on their microstructure, synthesis and design methods, and storage properties. The advantages of HEAs are discussed, including high stability at various temperatures and pressures, mechanical strength, and hydrogen absorption capacity; examples of single-component and multicomponent alloys are given. Examples of alloys with single- and multicomponent phases, including BCC and Laves phases, and their ability to efficiently absorb and desorb hydrogen are considered. The results of studies confirming the high storage density and corrosion resistance of HEAs, which contributes to their long-term operation and reduced maintenance costs, are presented. Current limitations, such as the need to improve the ductility and stability of phase structures, are also discussed. The paper suggests directions for further research, including the development of methods for composition optimization and structural modification, which will improve the thermodynamic properties of HEAs and adapt them for hydrogen storage in industrial conditions. The importance of further study of these materials for the advancement of hydrogen technologies and the development of sustainable energy sources, which will facilitate the transition to environmentally friendly energy, is emphasized.

Keywords: high-entropy alloys, solid-soluble phases, microstructure, hydrogen energy, absorption, desorption, hydrogen storage.

Аннотация. Высокоэнтропийные сплавы (ВЭС) стали важным направлением развития современных материалов благодаря своим уникальным физико-химическим свойствам и являются перспективными для применения в водородной энергетике. В данной статье рассматриваются последние исследования по применению ВЭС для хранения водорода с акцентом на их микроструктуру, методы синтеза и проектирования, свойства хранения; обсуждаются преимущества ВЭС, включая высокую стабильность при различных температурах и давлениях, механическую прочность и способность поглощать водород; приводятся примеры однокомпонентных и многокомпонентных сплавов. Рассмотрены примеры сплавов с одно- и многокомпонентными фазами, включая ОЦК и Лавес фазы, и их способность эффективно абсорбции и десорбции водорода. Приведены результаты исследований, подтверждающие высокую плотность хранения и коррозионную стойкость ВЭС, что способствует их длительную эксплуатацию и снижение затрат на обслуживание. Также обсуждаются текущие ограничения, такие как необходимость повышения пластичности и стабильности фазовых структур. В статье предлагаются направления для дальнейших исследований, включая разработку методов для оптимизации состава и структурной модификации, что позволит улучшить термодинамические свойства ВЭС и адаптировать их для хранения водорода в промышленных условиях. Подчеркивается значимость дальнейшего изучения этих материалов для продвижения водородных технологий и развития устойчивых источников энергии, что будет способствовать переходу к экологически чистой энергетике.

Ключевые слова: высокоэнтропийные сплавы, твердорастворные фазы, микроструктура, водородная энергетика, абсорбция, десорбция, хранение водорода.

Кіріспе

Жаңа құрылымдық материалдарды жасаудың әдеттегі әдісі негіз ретінде бір элементті таңдау болып табылады, содан кейін ол қажетті механикалық немесе технологиялық қасиеттерге қол жеткізу үшін легіріледі [1,2]. Нәтижесінде темір, мыс, алюминий, титан, никель және басқа да көптеген кеңінен қолданылатын қорытпалар алынады. Әсіресе, Hastelloy, VT20, 015X14N19C6B және басқа да көптеген элементтермен легіріленген көпкомпонентті қорытпалар қызығушылық тудырады. Олардың тартымдылығы әртүрлі беріктендіру механизмдерін, соның ішінде қатты ерітіндімен, дисперсиялық, деформациялық және басқа әдістермен құрылымдарды қалыптастыру мүмкіндігіне байланысты.

Жоғары энтропиялық қорытпалар (ЖЭҚ) концепциясы небәрі 15 жыл бұрын, 2000 жылдардың басында пайда болған, бұл металлургия тарихы тұрғысынан өте қысқа мерзім болып табылады [3,4]. Қазіргі уақытта ЖЭҚ кеңінен зерттелуде. Мысалы, Web of Science және Scopus базаларында 5000-нан астам жұмыс жарияланған. Олардың көпшілігінде ЖЭҚ металл қорытпаларын дамытудың елеулі жетістігі ретінде сипатталады. Мұндай эквимолярлық қорытпалар қарапайым қатты ерітінділер құрылымын қалыптастыра алатыны анықталды. Сонымен қатар, көпкомпонентті қорытпалар жоғары қаттылық, тозуға төзімділік, жоғары температураларда беріктік, коррозияға төзімділік, төмен температураларда жақсы пластикалық және аса пластикалық сияқты тартымды қасиеттерге ие екені белгілі болды [5-8].

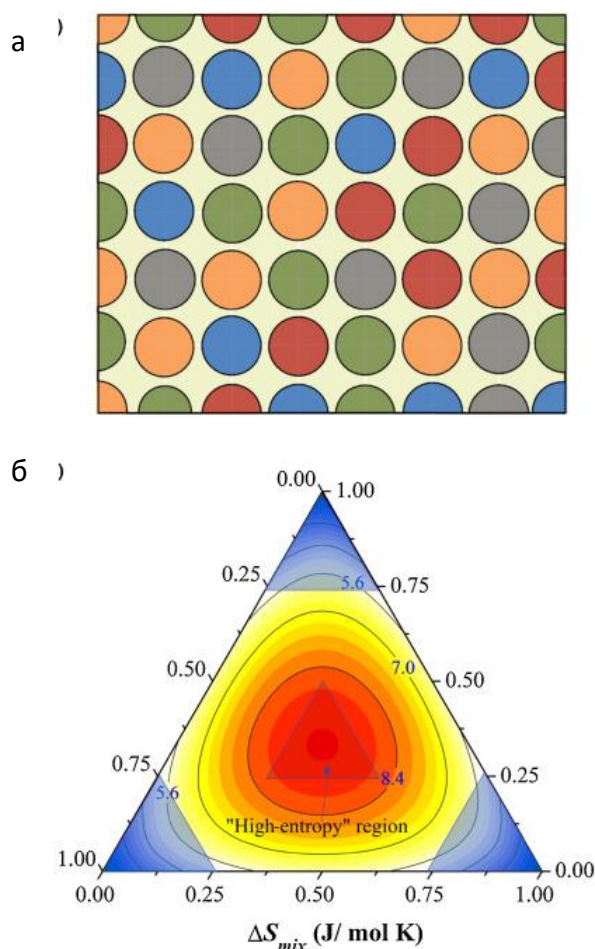
ЖЭҚ сипаттамалары мен қасиеттері

ЖЭҚ концепциясы қорытпадағы компоненттер санын көбейту оның тұрақтылығын арттырады деген идеяға негізделген, өйткені жоғары араластыру энтропиясы интерметаллидтік фазалардың түзілуін тежейді және қарапайым қатты ерітінділердің түзілуіне ықпал етеді деп болжанған. Осыған байланысты шамамен тең эквимолярлық концентрацияда 5 және одан да көп элементтерді қамтитын қорытпаларды ЖЭҚ деп атау ұсынылды. Алайда әртүрлі қорытпа жүйелеріне жүргізілген кейінгі зерттеулер көптеген ЖЭҚ құрамында реттелген қатты ерітінділер және/немесе интерметаллидтік фазалар, тіпті аморфты фазалар түзілетінін көрсетті [9-11].

Қазіргі ЖЭҚ зерттеулерінің негізгі тақырыптарының бірі – ЖЭҚ фазасын таңдауда араластыру энтропиясының ықтимал әсерін түсіну болып табылады. Осыған байланысты келесі сұрақ туындайды: ЖЭҚ-та араластыру энтропиясы дегеніміз не? Алдыңғы

зерттеулерде [12,13] «жоғары энтропиялық қорытпа» термині қолданылған, өйткені қорытпаны 1a суретінде көрсетілгендей идеалды ерітінді ретінде моделдеуге болады.

Демек, бір мольге араластырудың конфигурациялық энтропиясын мына түрде көрсетуге болады $\Delta S_{mix} = -R \sum_{i=1}^n c_i \ln c_i$, мұндағы R – газ тұрақтысы, c_i – i -ші элементтің мольдік үлесі, ал n – құрамдас элементтердің жалпы саны [12,14]. Мысалы, 1b суретінде үштік қорытпа моделі үшін ΔS_{mix} контурлық картасы көрсетілген. Бұл суреттен көрініп тұрғандай, қорытпаның құрамы орталық аймаққа неғұрлым жақын болса, соғұрлым ΔS_{mix} мәні үлкен болады, ол дәл ортасында максимум 9,15 Дж/моль К жетеді. Балқу температурасы $T_m \sim 2000$ К болатын типтік қорытпа үшін жалпы энергияның $T_m \Delta S_{mix}$ қоспасының ~ 20 кДж/моль артуы байқалады.



Сурет 1. (а) Әртүрлі түстермен бейнеленген шеңберлер арқылы көрсетілген элементтердің кездейсоқ араласу концепциясы көп компонентті қорытпада бейнеленген. Атомдардың тең өлшемі және олардың бос орналасуы деп болжанғанда, қорытпаның конфигурациялық араластыру энтропиясы идеалды газдың энтропиясына баламалы, сондықтан эквиатомдық құрам арқылы максималданады. (b) Қорытпаның схемалық үш компонентті жүйесінде ΔS_{mix} (Дж/моль·К) контурлық графигі. Көк түсті бұрыштық аймақтар бір немесе екі негізгі элементке негізделген кәдімгі қорытпаларды білдірсе, ал орталықтағы қызыл аймақ «жоғары энтропия» аймағын көрсетеді [15].

Әдетте, бинарлық металл қорытпаларында үздіксіз қатты ерітінділердің түзілуін болжау үшін Юм-Розери ережелері қолданылады. Алайда, тек осы ережелерге сүйене отырып, көп компонентті жоғары энтропиялық қорытпаларда белгілі бір құрылымның түзілуін сенімді түрде болжау қиын. Мысалы, CoCrFeNi жүйесінің қорытпасы [16] атомдық

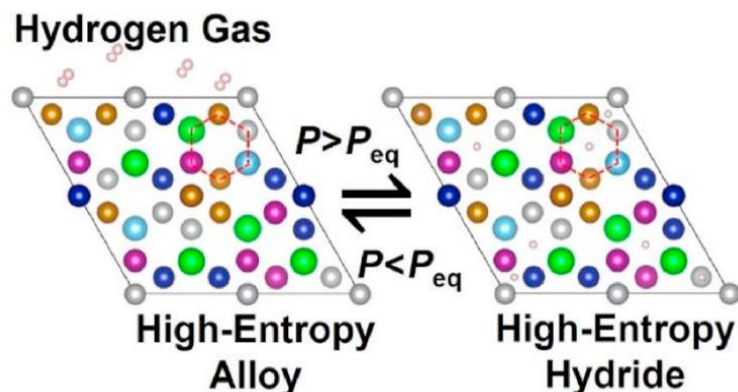
радиустары ұқсас болғанымен, олардың кристалл торлары, валенттік электрондар концентрациясы (ВЭК) және электртерістілігі әртүрлі болса да, қатты ерітінді құрылымына ие. Қорытпаға Mn қосылған кезде қатты ерітінді сақталады, бірақ Mn-ды Al-мен алмастыру [17] қабаттану мен көп фазалы құрылымның түзілуіне әкеледі. Бұл айырмашылық, мүмкін, Mn радиусы қорытпадағы басқа элементтердің радиустарына жақын болғандықтан, ал Al радиусы айтарлықтай ерекшеленетіндіктен болуы мүмкін. Жүйедегі элементтерге радиусы жақын тағы бір элемент – V. V қосудың Mn сияқты CoCrFeNi көп компонентті қорытпасының бастапқы құрылымын өзгертпеуі мүмкін деп болжауға болады, бірақ әдебиеттерде мұндай қорытпалар туралы мәлімет жоқ. Сонымен қатар, CoFeNiMnV және CoCrNiMnV қорытпаларында [18] көп фазалы құрылымдар анықталған, бұл V-дың қорытпа құрылымына Mn-мен салыстырғанда күрделірек әсер ететінін көрсетеді. Осыған байланысты, Юм-Розери ережелеріне негізделген ЖЭҚ құрылымын болжау критерийлерін әзірлеу қажеттілігі туындайды.

Қатты ерітінділер түзетін жоғары энтропиялық қорытпалардан басқа, үлкен көлемдік үлеске ие бірнеше фазадан тұратын құрылымдарды түзетін ЖЭҚ зерттеулері де қызығушылық тудырады. Мұндай құрылымы бар ең көп зерттелген қорытпалардың бірі — Al және Cu элементтерімен қосымша легірілген CoCrFeNi жүйесінің қорытпасы [19]. Бұл қорытпаның құрылымы туралы әдебиеттерде қарама-қайшы ақпарат бар. Бастапқыда қорытпа қатты ерітіндіге негізделген екі ГЦК және ОЦК фазадан тұрады деп болжанған, алайда кейінірек қорытпада интерметаллидтерді қоса алғанда басқа фазалардың да бар екені анықталды. Бұл қорытпа жоғары қаттылықты, қысу беріктігін, тозуға және коррозияға төзімділікті үйлестіре отырып, ерекшеленеді [20], бірақ төмен пластикалық және морт сынғыштық қасиеттерге ие болғандықтан, оның қолданылуын шектейді. Қорытпаның механикалық қасиеттерін деформациялық өңдеу арқылы жақсартуға болады, алайда оның қолданылуы туралы деректер әзірге жоқ.

Осылайша, қажетті қасиеттердің үйлесіміне ие ЖЭҚ алу көбіне қорытпаның құрамы мен микроструктурасына байланысты. Қажетті құрылымды болжау тәсілдері әлі де жеткілікті деңгейде зерттелмеген. Сондай-ақ, деформациялық өңдеудің құрылымға және ЖЭҚ механикалық қасиеттеріне әсері де зерттелмеген күйде қалып отыр. Сондықтан, оңтайлы беріктік, пластикалық және серпімді қасиеттерге ие қарапайым немесе күрделі көпфазалы құрылым жасау үшін әртүрлі элементтермен легірту мен деформациялық өңдеудің құрылымға және механикалық қасиеттерге әсерін зерттеуге бағытталған қосымша зерттеулер қажет.

ЖЭҚ сутегін сақтау қабілеті

ЖЭҚ тек механикалық қасиеттерімен ғана емес, сонымен қатар сутегін сақтау әлеуетімен де қызығушылық тудырады. Сутегін сақтау үшін гидридтердің термодинамикалық тұрақтылығын реттеуге арналған соңғы тәсіл ЖЭҚ алынған көп компонентті жоғары энтропиялық гидридтерді пайдалануды қамтиды, бұл сурет 2-де схемалық түрде көрсетілген. Сутегі сіңірілгенде, ол жоғары энтропиялық қорытпа матрицасында гидридтер түзеді. Жүйенің тепе-теңдік қысымы сутегін белгілі бір температураларда сіңіру және шығару қысымын көрсететін негізгі параметр болып табылады [21]. Жоғары энтропиялық қорытпалар гидридтеріндегі тепе-теңдік қысымын дұрыс реттеу сутегін тиімді сіңіру және десорбциялауды қамтамасыз етеді, бұл оларды сақтау жүйелерінде пайдалануға тиімді етеді.



Сурет 2. Сутегінің ЖЭҚ және олардың сәйкес гидридтерінде сіңірілуі және бөлінуі бейнеленген [22]

ЖЭҚ конфигурациялық энтропия бар, ол $\Delta S_{\text{conf}} \geq 1,5R$ құрайды. Осы қасиетінің арқасында олардың кристалдық деформациялары ерекше, бұл сутегін сақтау үшін қолайлы фазаларға артықшылық береді [23]. Бір фазалы ОЦК құрылымы бар ЖЭҚ сутегін сақтау сыйымдылығы жоғары екені белгілі [24-26]. ОЦК және Лавес фазалары бар қорытпалар сутегімен бөлме температурасында жоғары реакциялық қабілеттілікті көрсетеді және болашақта сутегін сақтау үшін перспективті материалдар болып табылады [27, 28].

Жоғары энтропиялық қорытпалардың әсері С14 типті Лавес бір фазалы құрылымының түзілуіне ықпал етеді, ал сутегін сақтау үшін максималды сыйымдылық сутегі мен қорытпаның түзілу энтальпиясымен тығыз байланысты. Демек, ОЦК және Лавес фазалары бар көп компонентті жоғары энтропиялық қорытпалар сутегін сақтау үшін тамаша мүмкіндіктер ұсынады.

Айқын болғандай, қорытпадағы элементтер гидрлеу кезінде сутегі атомдарымен коваленттік байланысу энергиясына байланысты әртүрлі рөл атқарады [29,30]. Сутегін сақтау үшін пайдаланылатын қорытпалар үшін шамамен 95 масс. % тұрақты С14 Лавес құрылымы бар жоғары энтропиялық қорытпалар аса қажет [31, 32].

Сутегін сақтау қасиеттерін эксперименттік өлшеу өте қиын процесс болғандықтан, көп компонентті қорытпалардың кең ауқымын зерттеу үшін есептеу құралдары қажет. Ерте зерттеулердің бірінде Зепон және т.б. көп компонентті ОЦК-құрылымды қорытпалар үшін қысым-құрамы-температурасы (ҚҚТ) диаграммаларын есептеуге арналған термодинамикалық модель ұсынды [33]. Қорытпаларды жобалауда модельді қолдану үшін олар ашық бастапқы коды бар бағдарлама әзірлеп, оны $\text{Ti}_{0,3}\text{V}_{0,3}\text{Nb}_{0,3}\text{M}_{0,1}$ қорытпаларының ҚҚТ-диаграммаларына әртүрлі металдардың әсерін зерттеу үшін қолданды [34]. $\text{Ti}_{0,3}\text{V}_{0,3}\text{Nb}_{0,3}\text{Sc}_{0,1}$ қорытпасы базалық қорытпадан үш ретті төмен тепе-теңдік қысымды көрсетті. Бұл нәтижелер модель мен кодты көптеген қорытпаларды жылдам скрининг жасау және болжау үшін тиімді пайдалануға болатынын, қорытпаларды жобалау үшін құнды құрал екенін көрсетеді.

Белгілі болғандай, практикалық қолдану үшін сутегінің десорбциясы қоршаған ортаға жақын жағдайларда, яғни температура 1-ден 100 °С дейін және қысым 1-ден 10 атм аралығында болуы керек. Као және т.б. [35] С14 Лавес типті бір фазалы құрылымы бар $\text{CoFeMnTi}_x\text{V}_y\text{Zr}_z$ қорытпасының сутегін сақтау қасиеттерін зерттеді. $\text{CoFeMnTi}_2\text{VZr}$ қорытпасы бөлме температурасында сутегін сақтау бойынша максималды сыйымдылығы 1,8 масс. % дейін екенін көрсетті.

$\text{Al}_x\text{CoCrFeNi}$ қорытпаларында алюминийдің (Al) атомдық пайызын өзгерткен кезде металды тікелей тұндыру технологияларын қолдану арқылы үш түрлі микроструктура

алынды [36-38]. Al мөлшері артқан сайын микроструктура бастапқы ГЦК (гранеорталықтандырылған кубтық) құрылымнан ГЦК/ОЦК (көлемдік-орталықтандырылған кубтық) қоспасына өзгеріп, кейіннен толығымен ОЦК фазаға өтті [39,40]. Боркар және т.б. [41] $AlCo_xCr_{1-x}FeNi$ қорытпасындағы кобальт (Co) пен хромның (Cr) рөлін жүйелі түрде зерттеді. Нәтижелер көрсеткендей, $x = 1$ кезінде $AlCoFeNi$ қорытпасы B2 фазасының эквивакиалды түйірлеріне ие болды, бұл B2 фазасының ішінде никель және алюминийге бай аймақтар мен темір және кобальтқа бай аймақтардың ерте сатыдағы бөлінуін көрсетеді. $x = 0$ кезінде $AlCrFeNi$ қорытпасының түйірлері айқын спинодальды ыдырауды көрсетті, бұл ОЦК + B2 микроструктурасының түзілуіне әкелді. $Al_xCoCrFeNi$ үшін $x = 0,15-0,37$ кезінде ГЦК фаза түзілді, содан кейін $x=0,41$ кезінде ГЦК фазасында ВСС/В2 преципитациясы болды. Al құрамын одан әрі арттыру ВСС/В2 басымдылығына әкелді, ал $x = 0,69$ кезінде түйірлер шекараларында ГЦК преципитациясы басталды [42,43].

Кунце және т.б. сутегін сақтау қасиеттерін лазерлік балқыту (LMD) процесі арқылы алынған $ZrTiVCrFeNi$ қорытпасында зерттеді, ал сіңіру-десорбциялау қисықтары сурет 3а-да көрсетілген. Синтезден кейін материалды химиялық құрамын жақсарту үшін 1000 °С температурада 24 сағат бойы күйдірді. Қорытпа негізінен лазерлік синтезден және қосымша күйдіруден кейін алынған аздаған α -Ti қатты ерітіндісімен бірге С14 Лавес фазасынан тұрды. Сутегін сақтау сыйымдылығын өлшеу 50 °С температурада және 100 бар қысымда жүргізілді, ал үлгі 500 °С температурада 2 сағат бойы белсендірілді. Сурет 3а-да көрсетілгендей, синтезден кейін сутегін сақтау бойынша максималды сыйымдылық 1,81 масс. %, ал күйдіргеннен кейін 1,56 масс. % жетті. Алайда сутегінің десорбциясының тепе-теңдік қысымы толық десорбция үшін тым төмен болды.

$TiZrVCrFeNi$ вакуумдық доғалық балқыту процесін пайдалану арқылы синтезделген материалмен салыстыру қызықты, ол бөлме температурасында белсендірілген сутегіні қайтымды сақтауды қамтамасыз ете алады [44]. Бұл материалдың сутегі сыйымдылығы бірінші циклде 1,6 масс. % және үшінші циклде 1,7 масс. % болды.

$Al_xCoCrFeNi$ және $Al_xCuFeNiCoCr$ ЖЭҚ тек микроструктуралық, коррозиялық және механикалық қасиеттерімен ғана емес, сондай-ақ сутегі сақтау жүйелерінде қолдану үшін қажетті ГЦК және ОЦК фазаларының күшті бір фазалы құрылымдарын көрсетеді [45,46]. Трансмиссиялық электрондық микроскопты пайдаланып $AlCoCrCuFeNi$ терең зерттеу нәтижелері бойынша қорытпа бірнеше нанометр өлшемдегі домен тәрізді құрылымы бар реттелген ОЦК фазасын қамтитынын көрсетті, ал оның ыдырауы бинарлық жүйелердің араласу энтальпиясына байланысты болды [47,48].

$HfNbTiVZr$ жоғары энтропиялы отқа төзімді қорытпасы вакуумдық доғалық балқыту әдісі арқылы жасалды, ал гидрлеу өлшемдері 289 °С, 317 °С және 341 °С жоғары температураларда жүргізілді [49]. 10 барда қол жеткізілген максималды сыйымдылық, бағалау үшін қолданылған температураға қарамастан, 1,9 Н/М құрады.

Сутегі энергетикасындағы ЖЭҚ қолданудың негізгі артықшылықтары:

- Жоғары сақтау тығыздығы: ЖЭҚ жоғары сутегі тығыздығы бар гидридтерді жасауға қабілетті, бұл сақтау жүйелерінің тиімділігін арттыру үшін өте маңызды.

- Коррозияға төзімділік: Жоғары энтропиялы қорытпалар коррозияға жоғары төзімділікті көрсетеді, бұл сақтау жүйелерінің қызмет ету мерзімін ұзартып, техникалық қызмет көрсету шығындарын азайтады.

- Механикалық беріктік: ЖЭҚ-тың жоғары беріктігі сутегіні сақтау үшін ықшам әрі жеңіл конструкциялар жасауға мүмкіндік береді.

- Термодинамикалық қасиеттерді оңтайландыру: ЖЭҚ негізіндегі көп компонентті гидридтер жүйе өнімділігін арттыратын оңтайлы термодинамикалық қасиеттерге жету үшін реттелуі мүмкін.

Қорытынды

Жоғары энтропиялы қорытпалар сутегіні сақтау саласындағы төңкерістік қадам болып табылады, олар сутегі энергетикасына қатысты көптеген мәселелерді шешуге мүмкіндік беретін ерекше қасиеттерге ие. Бұл саладағы зерттеулер жалғасуда және ЖЭҚ-ты түсіну мен қолданудағы алдағы жетістіктер сутегіні сақтау жүйелерін тиімдірек, қауіпсіз және тұрақтырақ дамытуға ықпал етеді деп күтілуде. Бұл материалдар сутегі энергетикасының болашағында маңызды рөл атқарып, энергияның таза көздеріне көшуді қамтамасыз етеді және адамзаттың көміртегі ізіне оң әсер етеді.

Алғыс

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (№ BR24992854 «Шығыс Қазақстан облысының тау-кен металлургия саласының тұрақты дамуын қамтамасыз ету үшін бәсекеге қабілетті ғылыми негізделген технологияларды әзірлеу және іске асыру» гранты).

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Babanli, M. B., & et al. (2019). Material selection methods: A review. In *13th International Conference on Theory and Application of Fuzzy Systems and Soft Computing – ICAFS-2018* (pp. 929–936). Springer International Publishing.
2. Wendt, U. (2021). Engineering materials and their properties. In *Springer Handbook of Mechanical Engineering* (pp. 233–292).
3. Rogachev, A. S. (2020). Structure, stability, and properties of high-entropy alloys. *Physics of Metals and Metallography*, 121(8), 807–841.
4. Yeh, J.-W., Chen, S.-K., Lin, S.-J., Gan, J.-Y., Chin, T.-S., Shun, T.-T., Tsau, C.-H., & Chang, S.-Y. (2004). Nanostructured high-entropy alloys with multiple principal elements: Novel alloy design concepts and outcomes. *Advanced Engineering Materials*, 6(8), 299–303.
5. Wang, Y. P., Li, B. S., & Heng, Z. F. (2009). Solid solution or intermetallics in a high entropy alloy. *Advanced Engineering Materials*, 11(8), 641–644.
6. Singh, S., Wanderka, N., Murty, B. S., Glatzel, U., & Banhart, J. (2011). Decomposition in multi-component AlCoCrCuFeNi high-entropy alloy. *Acta Materialia*, 59, 182–190.
7. Senkov, O. N., Wilks, G. B., Scott, J. M., & Miracle, D. B. (2011). Mechanical properties of Nb₂₅Mo₂₅Ta₂₅W₂₅ and V₂₀Nb₂₀Mo₂₀Ta₂₀W₂₀ refractory high entropy alloys. *Intermetallics*, 11, 698–706.
8. Chou, H.-P., Chang, Y.-S., Chen, S.-K., & Yeh, J.-W. (2009). Microstructure, thermophysical and electrical properties in Al_xCoCrFeNi (0 ≤ x ≤ 2) high-entropy alloys. *Materials Science and Engineering B*, 163, 184–189.
9. Zhang, Y., & Zhou, Y. J. (2007). Solid solution formation criteria for high entropy alloys. *Materials Science Forum*, 561–565, 1337–1339.
10. Yeh, J. W., & et al. (2004). Nanostructured high-entropy alloys with multiple principal elements: Novel alloy design concepts and outcomes. *Advanced Engineering Materials*, 6(5), 299–303.
11. Cantor, B., & et al. (2004). Microstructural development in equiatomic multicomponent alloys. *Materials Science and Engineering: A*, 375, 213–218.
12. Swalin, R. A. (1972). *Thermodynamics of solids*.
13. Ye, Y. F., & et al. (2016). High-entropy alloy: Challenges and prospects. *Materials Today*, 19(6), 349–362.
14. Manzoni, A., Daoud, H., Volk, R., Glatzel, U., & Wanderka, N. (2013). Phase separation in inequatomic AlCoCrFeNi high-entropy alloy. *Ultramicroscopy*, 132, 212–215.
15. Otto, F., Yang, Y., Bei, H., & George, E. P. (2013). Relative effect of enthalpy and entropy on the phase stability of equiatomic high-entropy alloys. *Acta Materialia*, 61, 2628–2638.
16. Kuznetsov, V. A., Shaysultanov, D. G., Stepanov, N. D., Salishchev, G. A., & Senkov, O. N. (2013). Superplasticity of AlCoCrCuFeNi high entropy alloy. *Material Science Forum*, 735, 146–151.
17. Kuznetsov, V. A., Shaysultanov, D. G., Stepanov, N. D., Salishchev, G. A., & Senkov, O. N. (2012). Tensile properties of an AlCrCuFeNiCo high-entropy alloy in as-cast and wrought conditions. *Material Science and Engineering A*, 533, 107–118.
18. Cheng, B., Li, Y., Li, X., Ke, H., Wang, L., Cao, T., Wan, D., & Wang, B. (2023). Solid-state hydrogen storage properties of Ti–V–Nb–Cr high-entropy alloys and the associated effects of transitional metals (M = Mn, Fe, Ni). *Acta Metallurgica Sinica*, 36, 1113–1122.

19. Dangwal, S., & Edalati, K. (2024). High-entropy alloy TiV₂ZrCrMnFeNi for hydrogen storage at room temperature with full reversibility and good activation. *Scripta Materialia*, 238, 115774.
20. Ma, Y., Ma, Y., Wang, Q., Schweidler, S., Botros, M., Fu, T., Hahn, H., Brezesinski, T., & Breitung, B. (2021). High-entropy energy materials: Challenges and new opportunities. *Energy & Environmental Science*, 14, 2883–2905.
21. de Marco, M. O., Li, Y., Li, H. W., Edalati, K., & Floriano, R. (2020). Mechanical synthesis and hydrogen storage characterization of MgVCr and MgVTiCrFe high-entropy alloys. *Advanced Engineering Materials*, 22.
22. Zepon, G., Leiva, D. R., Strozi, R. B., Bedoch, A., Figueroa, S. J. A., Ishikawa, T. T., & Botta, W. J. (2018). Hydrogen-induced phase transition of MgZrTiFe_{0.5}Co_{0.5}Ni_{0.5} high-entropy alloy. *International Journal of Hydrogen Energy*, 43, 1702–1708.
23. Strozi, R. B., Leiva, D. R., Huot, J., & Botta, W. J. (2021). Synthesis and hydrogen storage behavior of Mg–V–Al–Cr–Ni high entropy alloys. *International Journal of Hydrogen Energy*, 46, 2351–2361.
24. Aoki, M., Noritake, T., Ito, A., Ishikiriyama, M., & Towata, S. I. (2011). Improvement of cyclic durability of Ti–Cr–V alloy by Fe substitution. *International Journal of Hydrogen Energy*, 36, 12329–12332.
25. Huot, J., Enoki, H., & Akiba, E. (2008). Synthesis, phase transformation, and hydrogen storage properties of ball-milled TiV_{0.9}Mn_{1.1}. *Journal of Alloys and Compounds*, 453, 203–209.
26. Sahlberg, M., Karlsson, D., Zlotea, C., & Jansson, U. (2016). Superior hydrogen storage in high entropy alloys. *Scientific Reports*, 6, 36770.
27. Dewangan, S. K., Sharma, V. K., Sahu, P., & Kumar, V. (2020). Synthesis and characterization of hydrogenated novel AlCrFeMnNiW high entropy alloy. *International Journal of Hydrogen Energy*, 45, 16984–16991.
28. Chen, S. K., Lee, P. H., Lee, H., & Su, H. T. (2018). Hydrogen storage of C14-Cr₁₄Fe₁₄Mn₁₄Ti₁₄V₁₄Zr₁₄ alloys. *Materials Chemistry and Physics*, 210, 336–347.
29. Edalati, P., Floriano, R., Mohammadi, A., Li, Y., Zepon, G., Li, H. W., & Edalati, K. (2020). Reversible room temperature hydrogen storage in high-entropy alloy TiZrCrMnFeNi. *Scripta Materialia*, 178, 387–390.
30. Zepon, G., Silva, B. H., Zlotea, C., Botta, W. J., & Champion, Y. (2021). Thermodynamic modelling of hydrogen-multicomponent alloy systems: Calculating pressure-composition-temperature diagrams. *Acta Materialia*, 215, 117070.
31. Pedroso, O. A., Botta, W. J., & Zepon, G. (2022). An open-source code to calculate pressure-composition-temperature diagrams of multicomponent alloys for hydrogen storage. *International Journal of Hydrogen Energy*, 47, 32582–32593.
32. Kao, Y. F., Chen, S. K., Sheu, J. H., Lin, J. T., Lin, W. E., Yeh, J. W., Lin, S. J., Liou, T. H., & Wang, C. W. (2010). Hydrogen storage properties of multiprincipal-component CoFeMnTi_xVyZrz alloys. *International Journal of Hydrogen Energy*, 35, 9046–9059.
33. Joseph, J., Jarvis, T., Wu, X., Stanford, N., Hodgson, P., & Fabijanic, D. M. (2015). Comparative study of the microstructures and mechanical properties of direct laser fabricated and arc-melted Al_xCoCrFeNi high entropy alloys. *Materials Science and Engineering A*, 633, 184–193.
34. Joseph, J., Stanford, N., Hodgson, P., & Fabijanic, D. M. (2017). Understanding the mechanical behaviour and the large strength/ductility differences between FCC and BCC Al_xCoCrFeNi high entropy alloys. *Journal of Alloys and Compounds*, 726, 885–895.
35. Joseph, J., Hodgson, P., Jarvis, T., Wu, X., Stanford, N., & Fabijanic, D. M. (2018). Effect of hot isostatic pressing on the microstructure and mechanical properties of additive manufactured Al_xCoCrFeNi high entropy alloys. *Materials Science and Engineering A*, 733, 59–70.
36. Borkar, T., Gwalani, B., Choudhuri, D., Mikler, C. V., Yannetta, C. J., Chen, X., Ramanujan, R. V., Styles, M. J., & Gibson, M. A. (2016). A combinatorial assessment of Al_xCrCuFeNi₂ (0 < x < 1.5) complex concentrated alloys: Microstructure, microhardness, and magnetic properties. *Acta Materialia*, 116, 63–76.
37. Ocelík, V., Janssen, N., Smith, S. N., & De Hosson, J. T. M. (2016). Additive manufacturing of high-entropy alloys by laser processing. *JOM*, 68, 1810–1818.
38. Borkar, T., Chaudhary, V., Gwalani, B., Choudhuri, D., Mikler, C. V., Soni, V., Alam, T., Ramanujan, R. V., & Banerjee, R. (2017). A combinatorial approach for assessing the magnetic properties of high entropy alloys: Role of Cr in AlCoxCr1–xFeNi. *Advanced Engineering Materials*, 19, 1700048.
39. Sistla, H. R., Newkirk, J. W., & Liou, F. F. (2015). Effect of Al/Ni ratio, heat treatment on phase transformations and microstructure of Al_xFeCoCrNi_{2-x} (x=0.3, 1) high entropy alloys. *Materials and Design*, 81, 113–121.
40. Li, M., Gazquez, J., Borisevich, A., Mishra, R., & Flores, K. M. (2018). Evaluation of microstructure and mechanical property variations in Al_xCoCrFeNi high entropy alloys produced by a high-throughput laser deposition method. *Intermetallics*, 95, 110–118.
41. Zhang, W., Chabok, A., Kooi, B. J., & Pei, Y. (2022). Additive manufactured high entropy alloys: A review of the microstructure and properties. *Materials and Design*, 220, 110875.

42. Dada, M., Popoola, P., Mathe, N., Pityana, S., Adeosun, S., & Aramide, O. (2021). The comparative study of the microstructural and corrosion behaviour of laser-deposited high entropy alloys. *Journal of Alloys and Compounds*, 866, 158777.
43. Wang, Y., Li, R., Niu, P., Zhang, Z., Yuan, T., Yuan, J., & Li, K. (2020). Microstructures and properties of equimolar AlCoCrCuFeNi high-entropy alloy additively manufactured by selective laser melting. *Intermetallics*, 120, 106746.
44. Karlsson, D., Ek, G., Cedervall, J., Zlotea, C., Møller, K. T., Hansen, T. C., Bednarčík, J., Paskevicius, M., Sørby, M. H., Jensen, T. R., Jansson, U., & Sahlberg, M. (2018). Structure and hydrogenation properties of a HfNbTiVZr high-entropy alloy. *Inorganic Chemistry*, 57, 2103–2110.
45. Edalati, P., Floriano, R., Mohammadi, A., Li, Y., Zepon, G., Li, H. W., & Edalati, K. (2020). Reversible room temperature hydrogen storage in high-entropy alloy TiZrCrMnFeNi. *Scripta Materialia*, 178, 387–390.
46. Zhang, W., Chabok, A., Kooi, B. J., & Pei, Y. (2022). Additive manufactured high entropy alloys: A review of the microstructure and properties. *Materials and Design*, 220, 110875.
47. Dada, M., Popoola, P., Mathe, N., Pityana, S., Adeosun, S., & Aramide, O. (2021). The comparative study of the microstructural and corrosion behaviour of laser-deposited high entropy alloys. *Journal of Alloys and Compounds*, 866, 158777.
48. Wang, Y., Li, R., Niu, P., Zhang, Z., Yuan, T., Yuan, J., & Li, K. (2020). Microstructures and properties of equimolar AlCoCrCuFeNi high-entropy alloy additively manufactured by selective laser melting. *Intermetallics*, 120, 106746.
49. Karlsson, D., Ek, G., Cedervall, J., Zlotea, C., Møller, K. T., Hansen, T. C., Bednarčík, J., Paskevicius, M., Sørby, M. H., Jensen, T. R., Jansson, U., & Sahlberg, M. (2018). Structure and hydrogenation properties of a HfNbTiVZr high-entropy alloy. *Inorganic Chemistry*, 57, 2103–2110.

Сведение об авторах

Амангельдиева Ю. - магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясауи (Казахстан г.Туркестан,.) е-mail: yulduz.amangeldieva12345@mail.ru

Айдарова М. – докторант, Восточно-Казахстанский технический университет имени Даулета Серикбаева (Казахстан, г. Усть-Каменогорск), е-mail: maidarova@ektu.kz

Курбанбеков Ш.Р. – PhD, ассоциированный профессор, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясауи (Казахстан,г.Туркестан), е-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz

Балтабаева Д.Э. – магистр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясауи (Казахстан,г.Туркестан), е-mail: baltabaeva-d@bk.ru

Эртаев Н.С. - магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясауи (Казахстан г.Туркестан,.) е-mail: nurs.ertaev@gmail.com

Information about authors

Amangeldiyeva Y. - master's student, Yasavi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: yulduz.amangeldieva12345@mail.ru

Aidarova M. – doctors student, Daulet Serikbayev East Kazakhstan Technical University (Kazakhstan,Ust-Kamenogorsk),. e-mail: maidarova@ektu.kz

Kurbanbekov Sh.R. – PhD, associate professor, Yasavi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz

Baltabayeva D.E. – master, Yasavi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: baltabaeva-d@bk.ru

Ertaev N.S. - master's student, Yasavi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: nurs.ertaev@gmail.com

Л.Г. Сулюбаева¹, Д.Р. Байжан², Б.А. Алибекова³

¹PhD, ассоциированный профессор, Восточно-Казахстанский университет имени Сарсена Аманжолова
(Казахстан, г. Усть-Каменогорск), e-mail: lsulyubaveva@gmail.com

² докторант, Восточно-Казахстанский университет имени Сарсена Аманжолова
(Казахстан, г. Усть-Каменогорск), e-mail: daryn.baizhan1@gmail.com

³ студент, Восточно-Казахстанский университет имени Сарсена Аманжолова
(Казахстан, г. Усть-Каменогорск), e-mail: bailymalibekova304@gmail.com*

ҚҰРЫЛЫМДЫҚ БОЛАТ 40ХН БЕТІНІҢ МИКРОҚАТТЫЛЫҒЫН АРТТЫРУ ҮШІН
ТЕРМОЦИКЛДІ ЭЛЕКТРОЛИТ-ПЛАЗМАНЫ ӨНДЕУ ӘДІСІ
A METHOD OF THERMOCYCLIC ELECTROLYTIC PLASMA TREATMENT FOR IMPROVING
THE SURFACE MICROHARDNESS OF STRUCTURAL STEEL 40XHN
СПОСОБ ТЕРМОЦИКЛИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ ОБРАБОТКИ ДЛЯ
УЛУЧШЕНИЯ МИКРОТВЁРДОСТИ ПОВЕРХНОСТИ КОНСТРУКЦИОННОЙ СТАЛИ 40ХН

Аннотация. В статье представлены результаты исследования разработки технологических режимов способа термоциклической электролитно-плазменной обработки для улучшения микротвёрдости конструкционной стали 40ХН. Метод основан на сочетании электролитно-плазменного циклического воздействия, что позволяет эффективно улучшить эксплуатационные характеристики материала. Термоциклическое электролитно-плазменное обработка представляет собой комплексное воздействие на поверхность материала, включающее термические циклы, электролитную обработку и плазменное воздействие. В процессе обработки происходит изменение структуры поверхности стали, формирование плотной оксидной и карбидной плёнки, которая значительно увеличивает твёрдость и износостойкость. Процесс включает в себя чередование циклов нагрева и охлаждения в условиях плазменной обработки, что способствует значительному увеличению прочности стали. Экспериментальные исследования показали, что после применения термоциклической электролитно-плазменной обработки микротвёрдость поверхности стали 40ХН увеличивается в ~4,5 раза. Результаты работы подтверждают эффективность предложенного метода для улучшения механических свойств конструкционных материалов, используемых в различных отраслях промышленности, в том числе машиностроение и открывает новые возможности для повышения надёжности и срока службы компонентов энергетической промышленности. Способ термоциклической электролитно-плазменной обработки является эффективным и перспективным для улучшения свойств конструкционных материалов.

Ключевые слова: электролитно-плазменная обработка, конструкционная сталь, термоциклическая электролитно-плазменная обработка, микротвёрдость, электроразрядные явления, микроструктура.

Abstract. The article presents the results of a study on the development of technological regimes for the thermocyclic electrochemical-plasma treatment method to improve the microhardness of 40XH structural steel. The method is based on a combination of electrochemical-plasma cyclic effects, which effectively enhance the operational characteristics of the material. Thermocyclic electrochemical-plasma treatment involves a comprehensive effect on the material surface, including thermal cycles, electrochemical treatment, and plasma impact. During the process, the surface structure of the steel changes, forming a dense oxide and carbide film, which significantly increases hardness and wear resistance. The process includes alternating heating and cooling cycles under plasma treatment conditions, contributing to a significant increase in the steel's strength. Experimental studies showed that after applying thermocyclic electrochemical-plasma treatment, the microhardness of the 40XH steel surface increases by approximately 4.5 times. The results confirm the effectiveness of the proposed method for improving the mechanical properties of structural materials used in various industries, including machine engineering, and open new opportunities to enhance the reliability and service life of components in the energy industry. The thermocyclic electrochemical-plasma treatment method is effective and promising for improving the properties of structural materials.

Keywords: electrolytic plasma treatment, structural steel, thermocyclic electrolytic plasma treatment, microhardness, electrical discharge phenomena, microstructure.

Аңдатпа. Мақалада 40ХН конструкциялық болатының микроқаттылығын жақсарту үшін термостикалық электролитті-плазмалық өңдеу әдісінің технологиялық режимдерін әзірлеу нәтижелері ұсынылған. Әдіс электролитті-плазмалық циклдық әсердің үйлесіміне негізделген, бұл материалдың эксплуатациялық сипаттамаларын тиімді жақсартуға мүмкіндік береді. Термостикалық электролитті-плазмалық өңдеу материал бетіне кешенді әсер ету болып табылады, ол термиялық циклдарды, электролитті

өңдеуді және плазмалық әсерді қамтиды. Өңдеу процесінде болаттың бет құрылымы өзгеріп, тығыз оксидті және карбидті қабықша пайда болады, бұл оның қаттылығы мен тозуға төзімділігін айтарлықтай арттырады. Процесс қыздыру және салқындату цикларының плазмалық өңдеу жағдайларында кезектесуімен жүзеге асырылады, бұл болаттың беріктігін айтарлықтай арттыруға ықпал етеді. Эксперименттік зерттеулер термостикалық электролитті-плазмалық өңдеуден кейін 40ХН болатының бетінің микрقاتтылығы шамамен 4,5 есеге артатынын көрсетті. Жұмыстың нәтижелері конструкциялық материалдардың механикалық қасиеттерін жақсарту үшін ұсынылған әдістің тиімділігін растайды, бұл әдіс түрлі салаларда, оның ішінде машина жасау және энергетика салаларында қолданылатын материалдардың сенімділігі мен қызмет мерзімін арттыру үшін жаңа мүмкіндіктер ашады. Термостикалық электролитті-плазмалық өңдеу әдісі конструкциялық материалдардың қасиеттерін жақсарту үшін тиімді және перспективалы әдіс болып табылады.

Негізгі сөздер: электролит-плазманы өңдеу, құрылымдық болат, термоциклді электролит-плазманы өңдеу, микрقاتтылық, электроразрядтық құбылыстар, микроқұрылым.

Введение

Чтобы увеличить твердость деталей машин и механизмов обычно применяют специальные высоколегированные стали и другие дорогие материалы, из-за чего увеличивается стоимость всей машины. Чтобы снизить стоимость деталей машин, можно использовать и менее дорогие слаболегированные стали, прошедшие объемную упрочняющую термообработку.

Конструкционная сталь 40ХН представляет собой материал, широко используемый в различных отраслях промышленности, таких как машиностроение, энергетика, авиация и автомобилестроение, благодаря своим хорошим механическим свойствам, прочности и износостойкости. Однако в условиях эксплуатации, особенно при повышенных нагрузках, температурных колебаниях и агрессивных внешних воздействиях, её поверхность подвержена значительному износу, что ограничивает срок службы компонентов, изготовленных из этой стали. Одним из эффективных способов повышения эксплуатационных характеристик стали является улучшение её микроструктуры и твёрдости поверхности [1-2].

Одной из перспективных технологий для этих целей является термическая обработка с применением способа термоциклической электролитно-плазменной обработки (ТЭПО), которая представляет собой комбинацию термических, электрических и плазменных воздействий на материал в электролитической среде в которой активные элементы способствуют модификации за счет коммутации электрического тока через среду на поверхность материала. Такой подход позволяет не только значительно повысить твёрдость поверхностных слоёв материала. Процесс ТЭПО включает чередование циклов нагрева и охлаждения, что способствует глубоким изменениям в структуре материала, улучшая его механические свойства [3-4].

Современные исследования в области электроразрядной и электроплазменной обработки проводят как отечественные, так и зарубежные исследователи, развивая эту область в теоретическом и практическом направлениях. Исследования зарубежных ученых существенно обогатили знания в области электроразрядной и электроплазменной обработки. Работы таких специалистов, как Edgerton H [5], A. Jones [6], Y. Fukuzawa [7], K. Kagaya [8], T. Sato [9], внесли важный вклад в теорию и практику этих технологий, что позволяет создавать высококачественные и экономически эффективные методы обработки материалов, расширяя их применение в различных отраслях промышленности в том числе и в машиностроении.

В работе Vitthal R. Jumbad¹, и др [10] приведены результаты исследования электролитной-плазменной обработки, которая применяется для улучшения поверхностных свойств сталей с низким, средним и высоким содержанием углерода. Согласно результатам авторов, в диапазоне от часа до 5 минут обработки можно достичь необходимые желаемые свойства, что очень мало по сравнению с традиционной термообработкой поверхности, а

также указано, что закалку, осаждение, нанесение покрытия, очистку, полировку можно осуществить в одной и той же установке с небольшим усовершенствованием имеющей установки. В работе установлено, что процессе катодной электролитической плазмы шероховатость поверхности увеличивается, а в процессе анодной электролитической плазмы шероховатость поверхности уменьшается. ЭПО также применяется для повышения коррозионной стойкости, согласно результатам которых у конструкционных сталей коррозионная стойкость увеличилась в несколько раз больше, чем у нержавеющей стали.

В работе Sergey N. Grigoriev, и др. [11] также дали результаты о влиянии электрофизических параметров плазменной электролитической обработки на изменение структурно-фазового состава и морфологии поверхности инструментальной стали CrWMn, сопровождающееся повышением ее износостойкости. Авторами установлено, что более твердая мартенситная основа испытывает только упругую деформацию, поэтому увеличение доли остаточного аустенита при азотировании приводит к снижению весового износа в 14 раз и приводит к снижению шероховатости поверхности на 42–68%, тем самым облегчая скольжение пары трения — снижается коэффициент трения и износ веса. Изучая работы S S Korableva и др. [12] можно увидеть результаты о возможности катодно-плазменного электролитического борирования среднеуглеродистой стали в водном растворе хлорида аммония и борной кислоты с последующей анодной плазменно-электролитической полировкой с изменением рабочего напряжения. Исследованы морфология и шероховатость поверхности, микротвердость модифицированного слоя. Установлено, что катодное борирование при температуре 850 °С в течение 5–30 мин приводит к упрочнению поверхностного слоя до 1050 HV с увеличением шероховатости в 1,5–2,5 раза и износостойкости в 3,5 раза.

Таким образом согласно, анализу установлен, что технологии основанные на процессах электроразрядных явлениях применимы как альтернатива традиционной термообработке с целью улучшения эксплуатационных характеристик обширного класса сталей, однако определение технологических режимов катодной электролитно-плазменной обработки с термоциклированием не изучалось подробно. Поэтому, целью настоящей работы является разработка и исследование метода термоциклической электролитно-плазменной обработки для улучшения микротвёрдости конструкционной стали 40ХН. В ходе исследования будут рассмотрены основные технологические параметры процесса, а также его влияние на физико-механические свойства стали, что может значительно повысить её долговечность в условиях эксплуатации.

Материалы и методы исследование

Сталь 40ХН, как среднеуглеродистая легированная сталь, используется для изготовления высоконагруженных деталей машин и механизмов. К числу таких деталей относятся валы, шестерни, оси, ступицы и кривошпы, которые работают в условиях переменных нагрузок, вибраций и ударных воздействий.

Выбор материала для исследования обусловлен тем, что эти стали широко используются в машиностроении, энергетике и других отраслях промышленности, где критически важными являются такие свойства, как прочность, износостойкость, термостойкость и способность сохранять механические характеристики при воздействии высоких температур и нагрузок.

Маркировка 40ХН означает среднее количества углерода (С) менее одного процента, более 0,4% хрома (Cr) и 1,0% никеля (Ni). Точный химический состав по ГОСТ 4543-71.

Таблица 1. Химический состав сталь 40XH

C	Si	Mn	Ni	Cr	S	P	Cu
0.36 - 0.44	0.17 - 0.37	0.5 - 0.8	1 - 1.4	0.45 - 0.75	до 0.035	до 0.035	до 0.3

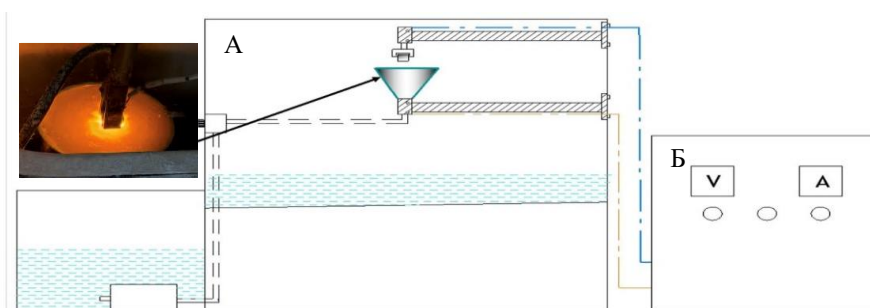
Электролитно-плазменное термоциклическое упрочнение образцов стали 40XH проводили на модернизированной установке в НИЦ «Инженерия поверхности и трибология» (Рис.1). Схематический установка ТЭПО состоит из электролитической ячейки и источника питания. Модернизированная часть источника питания установки включает в себя несколько ключевых модулей, важными элементами которых являются блок синхронизации, микропроцессорный блок, блок питания, блок силовых выводов и блок управления. Блок синхронизации отвечает за фазировку и обеспечение корректного взаимодействия между питающей сетью и тиристорами. Микропроцессорный блок позволяет настраивать параметры термоциклирования, задавать режимы работы и осуществлять автоматическое управление всей системой. Блок питания преобразует входное напряжение в необходимые уровни для обеспечения работы всех других модулей. Блок силовых выводов обеспечивает подачу токов высокой мощности для обработки стальных образцов, а блок управления синхронизирует действия тиристорov, осуществляя их включение и выключение в нужные моменты.

Образцы готовили на плоско-шлифовальном станке Metapol-2000P с последующей полировкой с использованием алмазных паст.

Микроструктура образцов были выявлены химическим способом травления с применением 4%-ного раствора азотной кислоты (HNO_3) в этиловом спирте. Микроструктуру исходных и обработанных сталей изучали методами оптической микроскопии на микроскопе Olympus VX53P в отраженном свете при светлом поле при увеличениях $\times 4000$, $\times 10000$. Съемка проводилась в режимах вторичных и обратно рассеянных электронов.

Для определения твердости по глубине образцов использовали микроизмеритель твердости МЕТОЛАБ 502, оснащенный четырехгранной алмазной пирамиды Виккерса с квадратным основанием и углом $\alpha = 136^\circ$ между противоположными гранями при вершине при строгом соблюдении требований ГОСТ 9450-76, предъявляемых к методу Виккерса. Алмазный индентор под нагрузкой $F = 1 \text{ Н}$ вдавливался перпендикулярно и выдерживался под нагрузкой 10 с. Измерялись диагонали отпечатка d_1 , d_2 .

Общий вид и схема установки электролитно-плазменной обработки показан на рисунке 2. Установка конструктивно состоит из источника питания, камеры электролитно-плазменной обработки материалов.



А – Электролитическая ячейка для ТЭПО, Б – Источник питания

Рисунок 1. Схематическое изображение установки для термоциклической электролитно-плазменной обработки

В ходе экспериментальных работ проводились измерения температуры на поверхности образца. Для этого использовались термопары, изготовленные методом естественного термического спаивания. Термопары размещались в двух слоях образца на глубине 1,0 и 2,0 мм от нагреваемой поверхности, что позволило фиксировать температурные изменения на разных уровнях материала. Размещение термопарных спаев схематично представлено на рисунке 2. При расчёте температуры на поверхности образца было принято, что весь тепловой поток распространяется от поверхности вглубь материала. Это допущение позволяет считать тепловой процесс однонаправленным и учитывать влияние только тех факторов, которые связаны с передачей энергии вглубь образца, без учёта возможных потерь на излучение или конвекцию. Такой подход упрощает анализ и позволяет более точно определить температуру на поверхности.

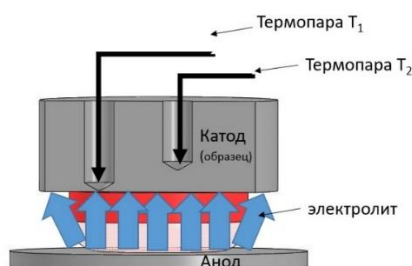


Рисунок 2. Схема размещения термопары в поверхностном слое образца при измерении температуры в процессе электролитно-плазменного нагрева.

Сущность процесса электролитно-плазменное термоциклической упрочнения состоит в следующем. При малых напряжениях (150 В) в электрохимической ячейке, содержащей водный раствор электролита, наблюдается классический электрохимический процесс. При повышении напряжения (300 В) начинается интенсивное электродное газовыделение приводящее к формированию при электродном газожидкостном слое. По мере повышения напряжения плотность упаковки газовых пузырьков в при электродном газожидкостном слое возрастает, и суммарная площадь поперечного сечения электролитных мостиков между ними уменьшается. В результате джоулева тепловыделения температура электролита в этих мостиках достигает температуры кипения. При переходе от пузырькового режима кипения к плёночному вокруг погружённого в электролит изделия возникает тонкая (50–100 мкм) парогазовая оболочка (ПГО), состоящая из паров воды, активированных OH^- , H^+ и ионов Na^+ и CO_3^{2-} , входящих в состав электролита. Напряженность электрического поля в ПГО достигает 10^4 – 10^5 В/см. При температуре около 100°C такая напряженность способна вызвать ионизацию паров, а также эмиссию ионов и электронов, необходимую для поддержания стационарного электрического разряда. И в результате образуется электролитная плазма. Раствор карбоната натрия (Na_2CO_3) использовался в качестве источника нагрева и охлаждения.

Результаты и обсуждение

Проведённые исследования показали, что при подаче электрического потенциала 300 В в цепь нагревателя происходит быстрый нагрев поверхности образца. Скорость нагрева поверхности достигает 500°C в секунду. При периодическом переключении между высоким электрическим потенциалом (300 В) и низким (150 В) наблюдается циклическое изменение скорости нагрева. Такой режим позволяет контролировать интенсивность теплового воздействия, что способствует увеличению продолжительности нагрева и формированию более толстого нагретого слоя на поверхности материала. На первом ряде графиков представлены три режима нагрева (Рисунок 3). Режим №1 характеризуется чередованием

подачи напряжения 300 В на 4 секунды и 200 В на 2 секунды, что создаёт цикличность в нагреве. Режим №2 отличается более частым чередованием высокого и низкого напряжений, а общее время обработки увеличено, что приводит к более длительному воздействию на материал. Режим №3 имеет ещё более интенсивное чередование напряжений и увеличенное общее время работы до 40 секунд. Такие режимы позволяют контролировать процесс нагрева, обеспечивая разные температурные профили и интенсивность теплового воздействия на образцы.

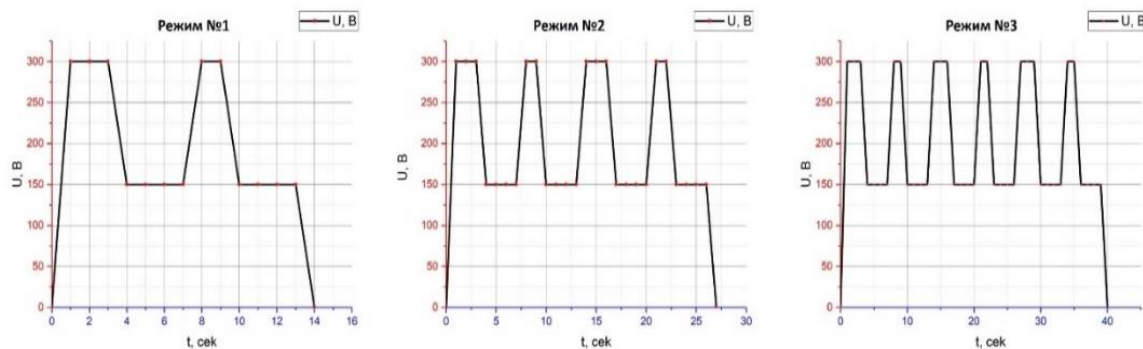


Рисунок 3. Диаграмма периодичности подключения электрического потенциала при термоциклическом нагреве.

Для нагрева использовался водный раствор карбоната натрия (Na_2CO_3) с концентрацией 10% и 15% (масс. %). В таблице 2 приведены параметры электролитно-плазменного нагрева различных марок стали (40ХН) в растворах карбоната натрия (Na_2CO_3) с концентрациями 10% и 15%. Целью исследований было определить влияние концентрации электролита, напряжения, силы тока и длительности нагрева на изменение температуры поверхности стали, электрической проводимости раствора (УЭП) и других характеристик процесса.

В таблице 2 представленные данные характеризуют параметры электролитно-плазменного нагрева стали 40ХН в растворах карбоната натрия (Na_2CO_3) с концентрацией 10% и 15%. Для раствора с концентрацией 10% Na_2CO_3 начальная температура электролита составляла до 33°C. В первом цикле нагрева при напряжении 300 В, токе 40 А и продолжительности 5 секунд температура поверхности стали достигала 390°C при плотности тока 13,3 А/см². В последующих циклах, при аналогичных параметрах, температура стали возрастала до 875°C (во втором цикле) и 1000°C (в третьем цикле). Нагрев сопровождался циклическим чередованием напряжений: 300 В на 4–5 секунд и 150 В на 5 секунд, что обеспечивало равномерное распределение тепловой энергии и постепенное повышение температуры. При увеличении концентрации Na_2CO_3 до 15% наблюдалось повышение плотности тока до 26,6 А/см², что обеспечивало более интенсивное тепловое воздействие. Начальная температура электролита составляла до 35°C, а температура стали достигала 750°C уже во втором цикле. В третьем цикле температура стали увеличивалась до 900°C, а температура электролита к этому моменту возрастала до 39°C. Нагрев при этом также происходил циклично: напряжение 300 В подавалось на 1–2 секунды, после чего снижалось до 150 В на 3 секунды. Подобный режим позволял контролировать интенсивность теплового воздействия и предотвращать перегрев материала. Примечательно, что в каждом цикле при увеличении температуры электролита плотность тока оставалась стабильной, что свидетельствует о высокой эффективности передачи тепловой энергии от катода к поверхности стали. Максимальная температура поверхности, достигнутая в режиме с 15%-ным раствором Na_2CO_3 , составила 900°C, что обеспечивает глубокое и равномерное прогревание материала.

Таблица 2. Параметры термоциклической электролитно-плазменной обработки стали 40ХН при разных режимах

Режим	1-Режим											
	1-цикл				2-цикл				3-цикл			
U, В	300	150	300	150	300	150	300	150	300	150	300	150
t,сек	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5	4	5
I, А	40	15	40	15	40	15	40	15	40	15	40	15
T°C образца	390				875				1000			
J, А/см ²	13,3	5	13,3	5	13,3	5	13,3	5	13,3	5	13,3	5
Электролит	10% Na ₂ CO ₃ +90% дистиллированная вода											
Режим	2-Режим											
	1-цикл				2-цикл				3-цикл			
U, В	300	150	300	150	300	150	300	150	300	150	300	150
t,сек	2	3	1	3	5	4	5	2	3	1	3	2
I, А	80	22	80	22	8	30	8	80	22	80	22	80
T°C образца	406				750				900			
J, А/см ²	26,6	7,3	26,6	7,3	2,6	10	2,6	26,6	7,3	26,6	7,3	26,6
Электролит	15% Na ₂ CO ₃ +85% дистиллированная вода											

Таким образом, результаты исследований показывают, что концентрация электролита и выбранный режим нагрева оказывают значительное влияние на термическую обработку сталей. Высокая концентрация электролита (15%) в сочетании с оптимальными режимами нагрева (например, режимы №1 и №2) способствует увеличению микротвёрдости за счёт большей плотности энергии и интенсивного нагрева.

На рисунке 4 продемонстрировано поперечное сечение микроструктуры стали 40ХН после ТЭПО в электролите содержащим 10% соды (Рис.4а) и 15% соды (Рис.4б) электролите при 2х циклах,. Поперечное сечение сталей после ТЭПО состоит из нескольких зон. Зона закаленного слоя состоит из α' -Fe+ Fe₃C, а зона термического влияния содержит фазы α' -Fe+ γ -Fe, последующая зона матрицы стали 40ХН имеет ферритно-перлитную структуру. Установлено что зависимости от термоциклирование эти зоны имеют разную толщину.

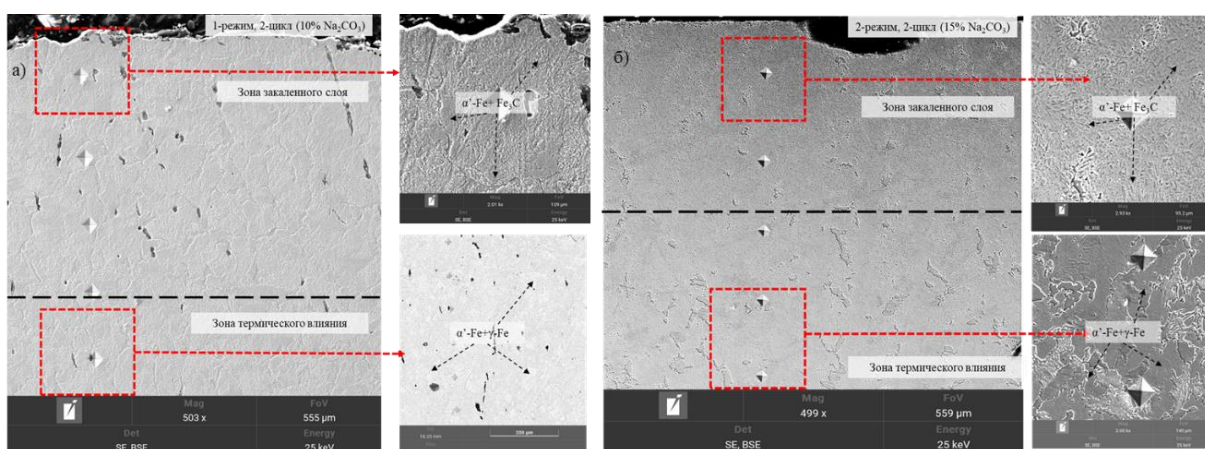


Рисунок 4. Микроструктура поперечного сечения сталей 40ХН после ТЭПО при разных режимах.

На рисунке 5 показаны результаты исследований, которые проводились для изучения влияния электролитно-плазменного нагрева на микротвердость стали 40ХН. На графике представлена зависимость микротвердости обработанных образцов от концентрации электролита и выбранного режима нагрева. В исходном состоянии микротвердость стали 40ХН имеет значение 290МПа, а в режиме №1 при концентрации электролита 10% наблюдается значительное увеличение микротвердости по сравнению с концентрацией 15%. Это связано с высокой плотностью энергии при кратковременном воздействии.

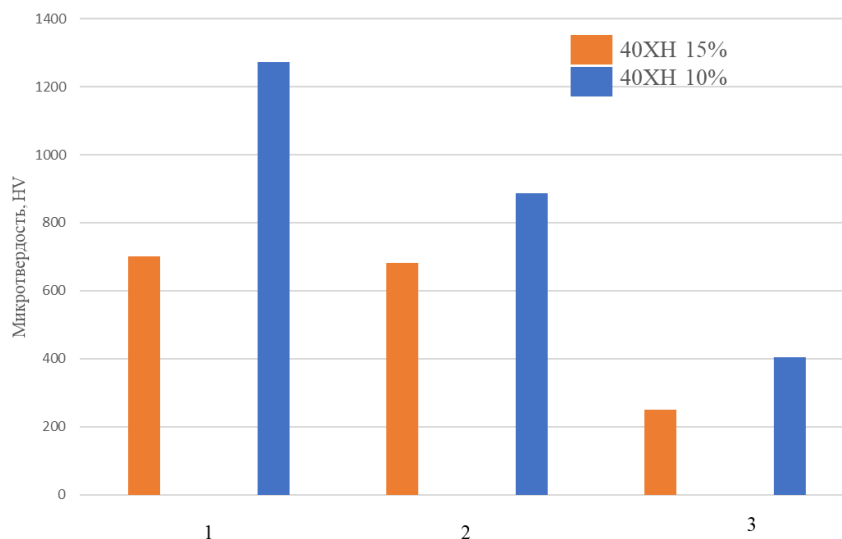


Рисунок 5. Зависимость микротвердости стали 40ХН от режимов электролитно-плазменного нагрева

Заключение

На основе полученных результатов были определены микроструктура и микротвердость конструкционной стали 40ХН при термоциклической электролитно-плазменной обработке. Согласно результатам, было установлено, что при ТЭПО конструкционной стали 40ХН в электролитах содержащих 10 и 15% Na_2CO_3 + 90 и 85% дистиллированной воды, формируется модифицированный закаленный слой с толщиной более 600 мкм, структурно состоящая из основных фаз мартенсита и цементита, формирование которых подтверждается повышением микротвердости в ~ 4,5 раза. На основе полученных результатов был разработан оптимальный технологический режим способа поверхностной термической обработки конструкционной стали 40ХН методом термоциклической электролитно-плазменной обработки.

Это исследование было выполнено при финансовой поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № BR24992879.).

Список использованной литературы

1. Сулюбаева Л.Г., Рахадиллов Б.К., Бердімуратов Н.Е., Сатбаева З.А. (2023). Исследование современного состояния и технологических возможностей способа электролитно-плазменной химико-термической обработки сталей. *Вестник НЯЦ РК*, 3, 182-191. <https://doi.org/10.52676/1729-7885-2023-3-182-191>
2. Satbayeva Z., Rakhadilov B.K., Turar Z., Berdimuratov N., Baizhan D., Maulit A. (2024). Surface Modification of Chromium–Nickel Steel by Electrolytic Plasma Nitriding Method. *Crystals*, 14(9), 759. <https://doi.org/10.3390/cryst14090759>
3. Satbayeva Z., Maulit A., Ispulov N., Baizhan D., Rakhadilov B., Kusainov R. (2024). Electrolytic Plasma Nitriding of Medium-Carbon Steel 45 for Performance Enhancement. *Crystals*. 14(10), P.895. <https://doi.org/10.3390/cryst14100895>

- Baizhan D., Rakhadilov B., Zhurerova L., Tyurin Y., Sagdoldina Zh., Adilkanova M., Kozhanova R. (2022). Investigation of Changes in the Structural-Phase State and the Efficiency of Hardening of 30CrMnSiA Steel by the Method of Electrolytic Plasma Thermocyclic Surface Treatment. *Coatings*, 12, 1696. <https://doi.org/10.3390/coatings12111696>
- Robert H. Edgerton. (1982). Available energy and environmental economics. *Lexington Books*, 2, 447.
- Jones A. (1996). Principles and Prevention of Corrosion. *Prentice Hall NJ USA*, 2, 96.
- Fukuzawa Y., Kojima Y., Sekiguchi E., Mohori N. (1993). Surface Modification of Stainless Steel by Electrical Discharge Machining. *ISIJ International*, 33, 996–1002.
- Kagaya K., Oishi Y., Yada K. (1990). Micro electro-discharge machining using water as a working fluid 2: Narrow slit fabrication. *Precision Engineering*, 12(4), 213-217.
- Sato T., Mizutani T., Yonemochi K., Kawata K. (1986). The development of an electrodischarge machine for micro-hole boring. *Precision Engineering*, 8(3), 163-168.
- Vitthal R. Jumbad., Arvind Chel., Updesh Verma., Geetanjali Kaushik. (2020). Application of Electrolytic Plasma Process in Surface Improvement of Metals: A Review. *Letters in Applied NanoBioScience*, 9(3), 1249-1262. <https://doi.org/10.33263/LIANBS93.12491262>
- Grigoriev S.N., Mukhacheva T.L., Tambovskiy I.V., Kusmanova I.A., Golubeva T.M., Podrabinnik P.A., Khmyrov R.S., Suminov I.V., Kusmanov S.A. (2024). Increasing the Wear Resistance of CrWMn Tool Steel Surfaces by Plasma Electrolytic Nitriding and Polishing. *Applied Sciences*, 14(22), 10488. <https://doi.org/10.3390/app142210488>
- Korableva S.S., Palenov I.R., Naumov I.M., Smirnov A.A., Kusmanova I.A., Gorokhov I.S., Belov R.D., Sokova E.V., Bestchetnikova K.I. (2021). Cathodic boriding and anodic polishing of medium-carbon steel by plasma electrolysis. *Journal of Physics: Conference Series*, 2144(1), 012027. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2144/1/012027>

References

- Sulyubaeva, L. G., Rakhadilov, B. K., Berdimuratov, N. E., & Satbayeva, Z. A. (2023). Issledovanie sovremennogo sostoyaniya i tekhnologicheskikh vozmozhnostey sposoba elektrolitno-plazmennoy khimiko-termicheskoy obrabotki staley. *Vestnik NYaTs RK*, 3, 182–191. <https://doi.org/10.52676/1729-7885-2023-3-182-191>
- Satbayeva Z., Rakhadilov B.K., Turar Z., Berdimuratov N., Baizhan D., Maulit A. (2024). Surface Modification of Chromium–Nickel Steel by Electrolytic Plasma Nitriding Method. *Crystals*, 14(9), 759. <https://doi.org/10.3390/cryst14090759>
- Satbayeva Z., Maulit A., Ispulov N., Baizhan D., Rakhadilov B., Kusainov R. (2024). Electrolytic Plasma Nitriding of Medium-Carbon Steel 45 for Performance Enhancement. *Crystals*. 14(10), P.895. <https://doi.org/10.3390/cryst14100895>
- Baizhan D., Rakhadilov B., Zhurerova L., Tyurin Y., Sagdoldina Zh., Adilkanova M., Kozhanova R. (2022). Investigation of Changes in the Structural-Phase State and the Efficiency of Hardening of 30CrMnSiA Steel by the Method of Electrolytic Plasma Thermocyclic Surface Treatment. *Coatings*, 12, 1696. <https://doi.org/10.3390/coatings12111696>
- Robert H. Edgerton. (1982). Available energy and environmental economics. *Lexington Books*, 2, 447.
- Jones A. (1996). Principles and Prevention of Corrosion. *Prentice Hall NJ USA*, 2, 96.
- Fukuzawa Y., Kojima Y., Sekiguchi E., Mohori N. (1993). Surface Modification of Stainless Steel by Electrical Discharge Machining. *ISIJ International*, 33, 996–1002.
- Kagaya K., Oishi Y., Yada K. (1990). Micro electro-discharge machining using water as a working fluid 2: Narrow slit fabrication. *Precision Engineering*, 12(4), 213-217.
- Sato T., Mizutani T., Yonemochi K., Kawata K. (1986). The development of an electrodischarge machine for micro-hole boring. *Precision Engineering*, 8(3), 163-168.
- Vitthal R. Jumbad., Arvind Chel., Updesh Verma., Geetanjali Kaushik. (2020). Application of Electrolytic Plasma Process in Surface Improvement of Metals: A Review. *Letters in Applied NanoBioScience*, 9(3), 1249-1262. <https://doi.org/10.33263/LIANBS93.12491262>
- Grigoriev S.N., Mukhacheva T.L., Tambovskiy I.V., Kusmanova I.A., Golubeva T.M., Podrabinnik P.A., Khmyrov R.S., Suminov I.V., Kusmanov S.A. (2024). Increasing the Wear Resistance of CrWMn Tool Steel Surfaces by Plasma Electrolytic Nitriding and Polishing. *Applied Sciences*, 14(22), 10488. <https://doi.org/10.3390/app142210488>
- Korableva S.S., Palenov I.R., Naumov I.M., Smirnov A.A., Kusmanova I.A., Gorokhov I.S., Belov R.D., Sokova E.V., Bestchetnikova K.I. (2021). Cathodic boriding and anodic polishing of medium-carbon steel by plasma electrolysis. *Journal of Physics: Conference Series*, 2144(1), 012027. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2144/1/012027>

Авторлар туралы мәліметтер

Сулюбаева Л.Г. – PhD, қауымдастырылған профессор, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті (Қазақстан, Өскемен қ.), e-mail: lsulyubayeva@gmail.com

Байжан Д.Р. – докторант, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті (Қазақстан, Өскемен қ.), e-mail: daryn.baizhan1@gmail.com

Әлібекова Б.Ә. – студент, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті (Қазақстан, Өскемен қ.), e-mail: bailymalibekova304@gmail.com

Information about authors

Sulyubaeva L.G. - PhD, associate professor, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan University (Kazakhstan, Ust-Kamenogorsk), e-mail: lsulyubayeva@gmail.com

Baizhan D.R. - doctoral student, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan University (Kazakhstan, Ust-Kamenogorsk), e-mail: daryn.baizhan1@gmail.com

Alibekova B.A. – student, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan University (Kazakhstan, Ust-Kamenogorsk), e-mail: bailymalibekova304@gmail.com

Zhunissof N.M.¹, Abushakhma A.A.²

¹PhD, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University
(Kazakhstan, Turkistan), e-mail: nurseit.zhunissof@ayu.edu.kz

²master's student, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University
(Kazakhstan, Turkistan), e-mail: aktore.abushaxma@gmail.com

APPLICATION OF MACHINE LEARNING ALGORITHMS IN DETECTING MALICIOUS SOFTWARE APPLICATIONS ON THE ANDROID PLATFORM
АНЫҚТАУДА МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ АЛГОРИТМДЕРІН ҚОЛДАНУ
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ВРЕДОНОСНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ НА ПЛАТФОРМЕ ANDROID

Abstract. The work brings forward the methods for the application of the machine-learning algorithm in identifying the presence of malicious programs on the Android platform. In the modern world, Android devices are the most widely used and at the same time bring a great risk for other computer systems due to malicious attacks or software opportunities. The traditional method for detecting malicious applications depends either on static and dynamic analyses. However, conventional methods are already becoming ineffective since these codes have gradually become so sophisticated. This challenge can be met through machine learning, whereby the Black Box is able to predict with high accuracy potential malicious conduct patterns by analyzing target behavior applications.

Android malware detection importance is pegged on the rapidly evolving hostile applications that are readily available in the Android Operating system. In this work, the authors present a comparison of three classifiers: RandomForestClassifier, LGBMClassifier, and XGBClassifier using various preprocessing and sampling schemes so as to achieve the novel goal of inter-class learning for malware detection. Our analysis shows that the best models are obtained when using RobustScaler and SMOTE in conjunction with a RandomForestClassifier, since it generates more accurate models and best results considering both precision and recall. The LGBMClassifier and XGBClassifier look good, but they do not quite reach the same level of efficiency as the best-performing model, RandomForestClassifier.

It also points out that the present research underlines suitable preprocessing and sampling methods in order to enhance model performance. The results make suggestions on the improvements that should be made in Machine Learning systems targeting malware detection for further advancement of cybersecurity solutions.

Keywords: Android, Machine Learning Classifiers, RandomForestClassifier, LGBMClassifier, XGBClassifier, Preprocessing Techniques, SMOTE Sampling, Model Performance Evaluation

Аңдатпа. Мақала Android платформасында зиянды бағдарламалардың болуын анықтауда машиналық оқыту алгоритмін қолдану әдістерін алға тартады. Қазіргі әлемде Android құрылғылары ең көп қолданылатын құрылғылар болып табылады және сонымен бірге зиянды шабуылдар немесе бағдарламалық жасақтама мүмкіндіктеріне байланысты басқа компьютерлік жүйелер үшін үлкен қауіп төндіреді. Зиянды қосымшаларды анықтаудың дәстүрлі әдісі статикалық және динамикалық талдауларға байланысты. Алайда, әдеттегі әдістер қазірдің өзінде тиімсіз болып келеді, өйткені бұл кодтар біртіндеп жетілдіріле бастады. Бұл мәселені машиналық оқыту арқылы шешуге болады, Оның көмегімен Қара Жәшік мақсатты мінез-құлық қолданбаларын талдау арқылы ықтимал зиянды мінез-құлық үлгілерін жоғары дәлдікпен болжай алады.

Android зиянды бағдарламаларын анықтаудың маңыздылығы Android Операциялық жүйесінде оңай қол жетімді жылдам дамып келе жатқан дұшпандық қолданбаларға байланысты. Бұл жұмыста авторлар үш классификаторды салыстыруды ұсынады: RandomForestClassifier, LGBMClassifier және XGBClassifier зиянды бағдарламаларды анықтау үшін жаңа сыныпаралық оқыту мақсатына жету үшін әртүрлі алдын ала өңдеу және іріктеу схемаларын пайдалана отырып. Біздің талдауымыз Көрсеткендей, Ең жақсы үлгілер RobustScaler және SMOTE Қолданбаларын RandomForest классификаторымен бірге пайдаланған кезде алынады, өйткені ол дәлдікті де, еске түсіруді де ескере отырып, дәлірек үлгілерді және жақсы нәтижелерді жасайды. LGBMClassifier және XGBClassifier екеуі де жақсы көрінеді, бірақ олар Ең жақсы жұмыс істейтін randomforestclassifier үлгісімен бірдей тиімділік деңгейіне жете алмайды.

Сондай-ақ, бұл зерттеу модельдің өнімділігін арттыру мақсатында алдын ала өңдеу мен іріктеудің қолайлы әдістерін атап көрсететінін көрсетеді. Нәтижелер киберқауіпсіздік шешімдерін одан әрі ілгерілету

үшін зиянды бағдарламаларды анықтауға бағытталған Машиналық Оқыту жүйелерін жетілдіру бойынша ұсыныстар береді.

Негізгі сөздер: *Android, Machine Learning классификаторлары, RandomForestClassifier, LGBMClassifier, XGBClassifier, Preprocessing Techniques, SMOTE Sampling, Model Performance Evaluation*

Аннотация. В статье представлены методы применения алгоритма машинного обучения для выявления присутствия вредоносных программ на платформе Android. В современном мире устройства на базе Android используются наиболее широко и в то же время представляют большой риск для других компьютерных систем из-за вредоносных атак или возможностей программного обеспечения. Традиционный метод обнаружения вредоносных приложений основан как на статическом, так и на динамическом анализе. Однако традиционные методы уже становятся неэффективными, поскольку эти коды постепенно становятся все более сложными. Эта задача может быть решена с помощью машинного обучения, благодаря которому "Черный ящик" способен с высокой точностью предсказывать потенциальные модели вредоносного поведения, анализируя поведение целевых приложений.

Важность обнаружения вредоносных программ для Android связана с быстро развивающимися вредоносными приложениями, которые легко доступны в операционной системе Android. В этой работе авторы представляют сравнение трех классификаторов: *RandomForestClassifier*, *LGBMClassifier* и *XGBClassifier*, использующих различные схемы предварительной обработки и выборки, чтобы достичь новой цели - межклассового обучения для обнаружения вредоносных программ. Наш анализ показывает, что наилучшие модели получаются при использовании *RobustScaler* и *SMOTE* в сочетании с *RandomForestClassifier*, поскольку они генерируют более точные модели и дают наилучшие результаты как с точки зрения точности, так и с точки зрения запоминания. *LGBMClassifier* и *XGBClassifier* выглядят хорошо, но они не достигают того же уровня эффективности, что и наиболее эффективная модель *RandomForestClassifier*.

В нем также отмечается, что в настоящем исследовании подчеркиваются подходящие методы предварительной обработки и выборки данных для повышения производительности модели. В результатах содержатся предложения по усовершенствованиям, которые следует внести в системы машинного обучения, нацеленные на обнаружение вредоносных программ, для дальнейшего совершенствования решений в области кибербезопасности.

Ключевые слова: *Android, классификаторы машинного обучения, RandomForestClassifier, LGBMClassifier, XGBClassifier, методы предварительной обработки, выборка SMOTE, оценка производительности модели.*

Introduction

The exponential growth in mobile technologies has completely changed the way people interact with the digital world. Among several mobile operating systems, Android is the most adopted platform and lays claim to a lion's share in the global market. Wide circulation and the open nature of the Android ecosystem bring ample opportunities and challenges. While it has enabled a great variety of applications and innovations, at the same time it has turned out to be an attractive target for malicious actors to discover its vulnerabilities and compromise users' security.

The rapid proliferation of mobile devices and their applications is radically changing the way in which people are communicating with one another, search for information, and perform a task in daily life. Among them, Android-powered smartphones have dominated more than 70% of market share among mobile operating systems worldwide. On the other hand, the openness and ubiquity of the Android platform have also made it a perfect target for cybercriminals. For this reason, malware in Android has emerged as one of the major security threats to date, posing critical risks to users' privacy, data integrity, and financial security[1].

Android malware, which comes in a broad array of malicious software targeting Android devices, has become a widespread and serious problem. The malware has a broad landscape, including, but not limited to, adware, scareware, and SMS malware. Adware typically-used applications that hard-sell advertisements to users often degrade both user experience and device performance. Scareware, on the other side, is used as a psychological manipulator to instill fear in coercing users to perform actions that are harmful, such as buying fake security software. SMS malware, through text messaging, steals sensitive information or accrues unwanted charges. Each malware type has its own way of deception to avoid its detection and carry out its nefarious goals.

Due to the phenomenal changes in malware techniques and advanced developments of cyber-attacks, traditional signature-based methods for their detection are not effective. In a

signature-based approach, predefined patterns of known malware are relied upon, and that is the reason it misses novel or polymorphic variants [2]. That naturally leads to a shift and movement towards behavior-based and data-driven detection mechanisms, especially in the related areas of machine learning and artificial intelligence. These can theoretically allow the detection of zero-day threats by analyzing the pattern and anomaly in the behavior and attributes of an application.

In this regard, the "Android_Malware.csv" dataset will go a long way in contributing to malware detection research. Scraped from the Canadian Institute for Cybersecurity repository, this dataset consists of 355,630 instances with four different labels, namely Android Adware, Android Scareware, Android SMS Malware, and Benign applications. Each example/instance is described by 85 features, providing a wide view about characteristics and behaviors of both malicious and benign applications.

First of all, the large volume of the dataset, along with its feature set, makes it possible to investigate different detection methodologies deeply. Based on the given problem, a significant goal of the research study is to extend this dataset with advanced model proposal and performance evaluation for Android malware detection using machine learning. By trying various methods, from traditional ones - including classic classifiers and ensemble methods to recent techniques based on deep learning, we try to find the best way of distinguishing malware types from non-malicious applications [3].

What is more, the intrinsic imbalance of the dataset-the fact that malicious instances are much more than the benign instances-is a challenge that requires being carefully handled. We consider these problems using techniques from data resampling and synthetic data generation, among others; metrics relevant for performance evaluation in the presence of an imbalanced dataset will also be explored.

We have contributed to the holistic review of various techniques of detection, assessed various techniques for their effectiveness through an empirical experiment, and discuss implications of our findings. We investigate strengths and limitations for a range of different approaches, gain insights into the nature of Android malware, and provide recommendations for future research and practical applications.

The bottom line is that, with the dynamically changing face of malware in Android devices, innovative detection techniques are required to safeguard mobile users and to keep the integrity of the Android ecosystem intact. We further hope that this research will help in bridging the gap in knowledge of malware detection techniques and further assist in the development of more robust and adaptive security solutions.

Since then, Android malware detection has gained rapid development in the last decade due to the ever-increasing sophistication of malware and a proper security response to it. In this respect, this paper will proceed with the literature review regarding the critical approaches, techniques, and challenges in Android malware detection by focusing on traditional methods, behavior-based approaches, and machine learning applications.

Traditional Methods of Detection

Detection of malware in Android operating systems was dependent on purely signature-based solutions, wherein they relied on the identification of malware through app code or behaviors by comparing with a database of known signatures. This is straightforward, simple, and works well for known threats but fails with new or modified variants. Works like those in point out, in particular how this technique fails in allowing the identification of zero-day threats or even of polymorphic malware, that is, malware that intentionally modifies its code to evade detection[5].

Behavioural Analysis

A complementary approach, thought of as an alternative with respect to signature-based methods for overcoming the weaknesses described above, is behaviour-based analysis.

It investigates and builds insights into the runtime behaviour of apps. This approach puts a lot of emphasis on activities that are considered anomalous or suspicious against the characteristics

of normal behaviors. For example, [6] proposed a dynamic analysis framework using sandboxing for monitoring app behaviors during execution and detecting the malicious ones by system call patterns and sensitive data interactions. In, some other behavior-based detection system was proposed which used runtime monitoring as a means to detect malware based on behavioral profile. While these behavior-based methods guarantee better detection, the detrimental factors include higher computational overhead and larger runtime analysis times. Additionally, behavior-based methods have shown vulnerability to certain obfuscation techniques used by malware authors[7].

Machine Learning Approaches

It has been remarked that one of the landmarks in the Android malware arena has been introducing machine learning into it. These machine learning models learn for themselves from the data without any specific preprogrammed rules and define a pattern indicating malicious behavior[8]. Works like decision trees, SVMs, and random forests have classified applications as good or bad based on their features and behaviors[9].

Some of the major benefits of machine learning approaches are how easily they can be adapted to new and evolving threats. Regarding this, in [10], several classifiers were combined using ensemble methods to enhance robustness and accuracy in malware detection. Very recently, several deep learning techniques were investigated in [11] using CNNs on app features and behavior, which achieved state-of-the-art performance in malware classification.

However, even machine learning-based methods have their own challenges, which mainly include the need for huge and diverse datasets that can sufficiently train models and address challenges in data imbalance, feature selection, and model interpretability. The dataset used here is "Android_Malware.csv." It is well-knownone, hence providing a very good base to delve into these challenges in detail and review different machine learning techniques.

Recent Trends and Advances

Over the last years, the development of Android malware detection has emerged with various approaches combined to enhance the detection effectiveness and efficiency. Hybrid methods that integrate both static and dynamic analysis with machine learning techniques bring forth directions for overcoming certain limitations that have been the result of using individual techniques. For example, [12] presented a hybrid framework, combining static feature extraction and dynamic behavior analysis, with improved overall results of the detection performance.

In addition, there are the adversarial machine learning novelties testing the capability of malware detection systems. In an adversarial attack, small perturbations are introduced into the input data to mislead the model into incorrect classification that could result in misclassifying malware as benign [13-14]. Different countermeasures and robust model training techniques are also being considered by researchers in order to deal with this kind of attack.

The literature outlines both the advancement and challenges of detecting Android malware. The traditional methods, behavior-based analysis, and machine learning approaches add to the progress but need an integrating approach with a multi-technique methodology to overcome their own limitations. The current research will extend existing studies by exploring and evaluating advanced methodologies for malware detection using the "Android_Malware.csv" dataset [15].

Methodology

The research work will systematically investigate the performance of various machine learning algorithms on detecting Android malware. The "Android_Malware.csv" dataset will be used to achieve this work by undertaking data preprocessing, model training, and evaluation to find an effective classification technique on 355,630 instances categorized into four classes: Android Adware, Android Scareware, Android SMS Malware, and Benign.

Data Preprocessing

The cleaning process first deals with the missing values, which are determined and imputed using proper techniques wherever applicable, or the instance with a large amount of missing data is

removed. The outlier detection helps in reducing the effect of anomalous data points on the model's performance (Fig 1).

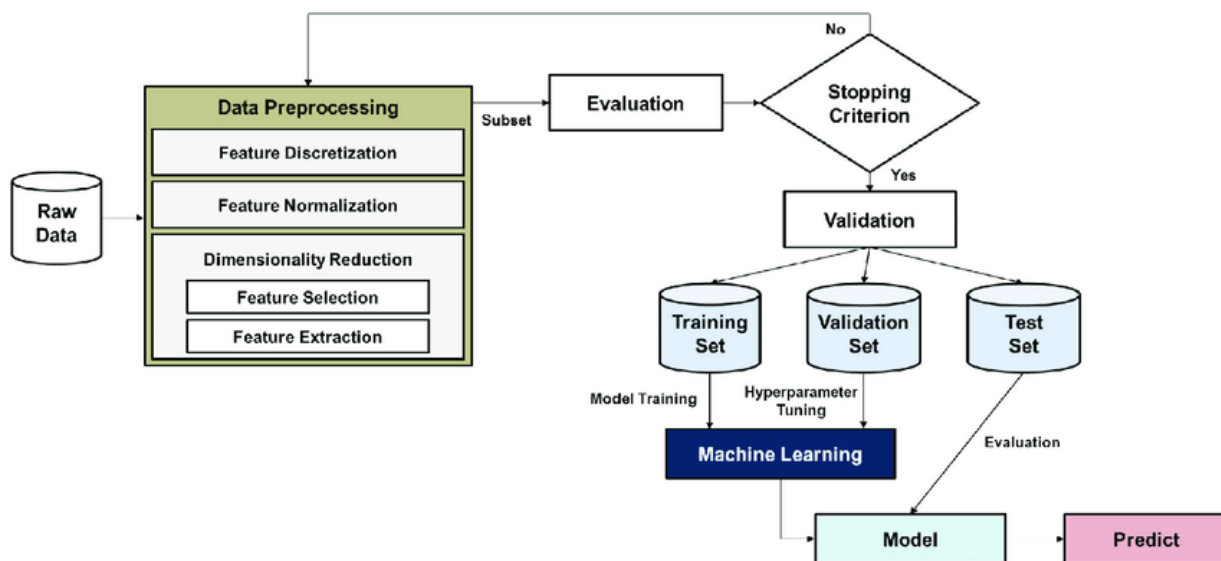


Fig 1. Data preprocessing in the machine learning process.

Feature selection is used to enhance both the model's performance and explainability by applying correlation analyses or mutual information scores. Further, only those features that are highly correlated with the target variable are retained, while the rest that add minimum extra information are dropped off. This helps in filtering in only the most relevant attributes for model training.

It uses stratified sampling to divide the data into training and testing subsets while preserving the distribution of original labels. This implies that 80% can be used for training and the remaining 20% for testing. Stratification will help in each subset being representative of the diverse class distributions present within the dataset.

Address the class imbalance inherent in the dataset to improve model performance. Apply techniques for balancing the class distribution, including synthetic minority over-sampling technique. Employ undersampling techniques with a view to reducing the number of instances of the majority class. These methods will provide an improved generalization across all classes.

Model Training

RandomForestClassifier

The RandomForestClassifier is the ensemble method based on decision trees. Because of its robustness, it can be used here and handle big feature spaces. It tunes some important hyperparameters: the number of trees, maximum depth, and minimum samples per leaf using grid search with cross-validation to find the best configuration for the classifier.

LGBMClassifier

The Light GBM Classifier is selected because of its efficiency in dealing with big datasets comprising high-dimensional features. Performing hyperparameter tuning on parameters such as the learning rate, boosting rounds, and maximum depth trains the model to utilize the full capacity of LGBM's fast and efficient classification.

XGBClassifier

Extreme Gradient Boosting is employed here because of its high performance and flexibility in model tuning. Some key hyperparameters-learning rate, number of estimators, and maximum depth-are optimized for the best classification accuracy of the classifier and its generalization. Its training involves comprehensive cross-validation to ensure sound performance.

The classifiers will be trained one by one with this preprocessed training dataset. During the training phase, it also involves hyperparameter optimization by a grid search with k-fold cross-validation to ensure the stability and performance of the models are validated against various subsets of the training data.

Model Evaluation

Accuracy, precision, recall, F1-score, and ROC-AUC form a set of overall metrics which will be used to measure the performance of the models. These metrics give a full-scale judgment regarding each classifier's performance in terms of correct identification and categorization of malware and benign applications.

Confusion matrices for each model have been created to give a detailed breakdown of the classification results. This underlines the number of true positives, false positives, true negatives, and false negatives, thereby making the performance evaluation in-depth with respect to all classes.

Comparatives have been done with RandomForestClassifier, LGBMClassifier, and XGBClassifier in order to choose the best model for malware detection in Android. Performances will be compared by performance metrics to find out which of these classifiers will provide the optimal balance of accuracy, precision, recall, and overall reliability.

Examples of such analyses leverage feature importance scores and SHAP values in the quest to improve model result understanding. These techniques give meaning to the interpretability of various features by explaining how much each feature contributes to the model's decisions, further allowing insight into why certain factors drive malware classification.

Results

Results of experiments by RandomForestClassifier, LGBMClassifier, and XGBClassifier using the "Android_Malware.csv" dataset are reported in this section. Further, each of these classifiers is measured through accuracy, precision, recall, F1-score, and ROC-AUC metrics. Also, the effects from data preprocessing and balancing techniques are discussed.

PR curves and their respective AP scores were further analyzed to look into the performance of classifiers. These metrics give a more in-depth evaluation of how well the models can handle class imbalances and, in turn, define boundaries between malware and benign applications effectively.

Precision-Recall Curve

The Precision-Recall Curve provides one aspect of the evaluation methodologies for a classifier, especially when dealing with unbalanced datasets. It plots the precision against the recall at various thresholds to form a curve that depicts the trade-off between precision and recall for this model (Fig 2).

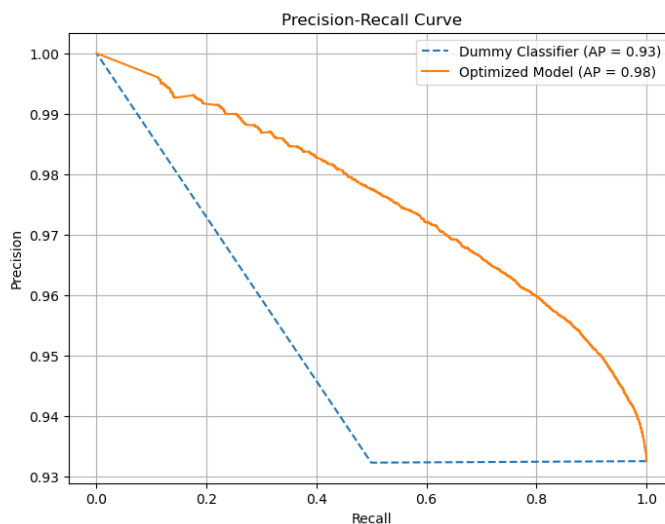


Fig 2. Precision-Recall Curve

The Precision-Recall curve for the dummy classifier, drawn in dashed line, is the performance of the dummy classifier in terms of precision versus recall. The Average Precision score is given on the curve for this classifier. As might be expected from its simplicity, it has limited ability in distinguishing malware from benign applications, as reflected in its lower AP score.

Precision of the optimized model: The Precision-Recall curve of the optimized model normally comes higher than the dummy classifier's curve because of better performance. Its AP is higher to show enhancement in the ability of finding malware instances with higher precision and recall.

Precision and recall are computed using the `precision_recall_curve` function from `sklearn.metrics`. This provides the curve using the probabilities of the prediction for each class. Then, compute precision and recall at several thresholds using the probabilities derived from both the dummy classifier and the optimized model.

This Average Precision score summarizes the precision-recall curve into a single scalar value. The `average_precision_score` function calculates it, which is actually reflecting the area under the precision-recall curve, as shown in Fig 3. Basically, higher AP scores indicate better overall performances. Compared to the optimized model, the baseline dummy classifier has an AP score of much lower, showing that the optimized model classified data more effectively.

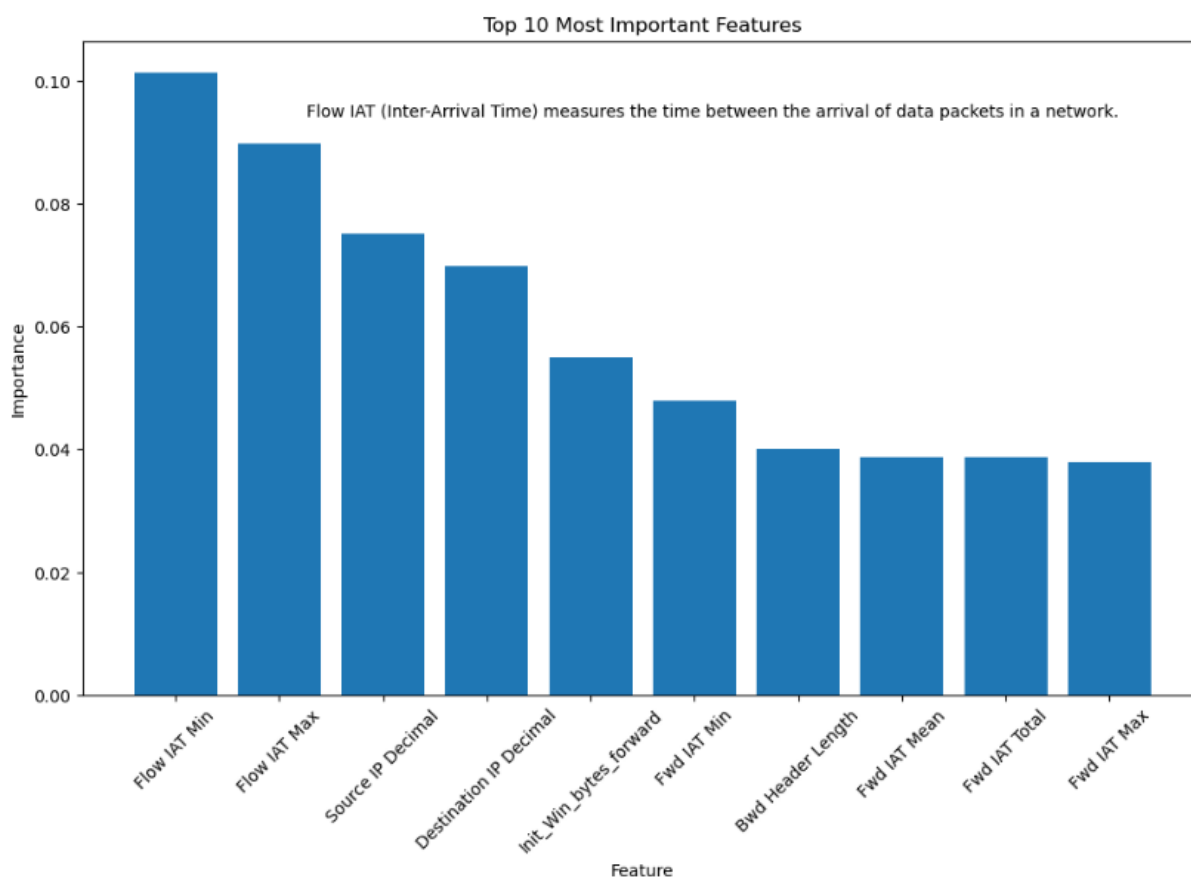


Fig 3. Feature Importance Analysis

To understand how different features may be influencing the predictions made by `RandomForestClassifier`, we took a glance at the feature importances from the best model. The feature importances derived from `RandomForestClassifier` tell about the extent to which each feature has contributed to the classification.

The following plot shows the top 10 features, ordered by their importance score: the importance score of a feature represents its contribution relative to other features toward the model performance in prediction.

The features whose values are more important help to outline the malware from the benign applications. "Flow IAT" has the highest value, showing its importance to the model in making such a prediction and how it is relevant in network-based analysis.

We have plotted the features 'Flow IAT Max' vs. 'Flow IAT Min' in an attempt to visualize the importance of the key features for the classification task for the classes 'Benign' and 'Malware'. Figure 4: Scatter plot of 'Flow IAT Max' and 'Flow IAT Min' for actual class labels.

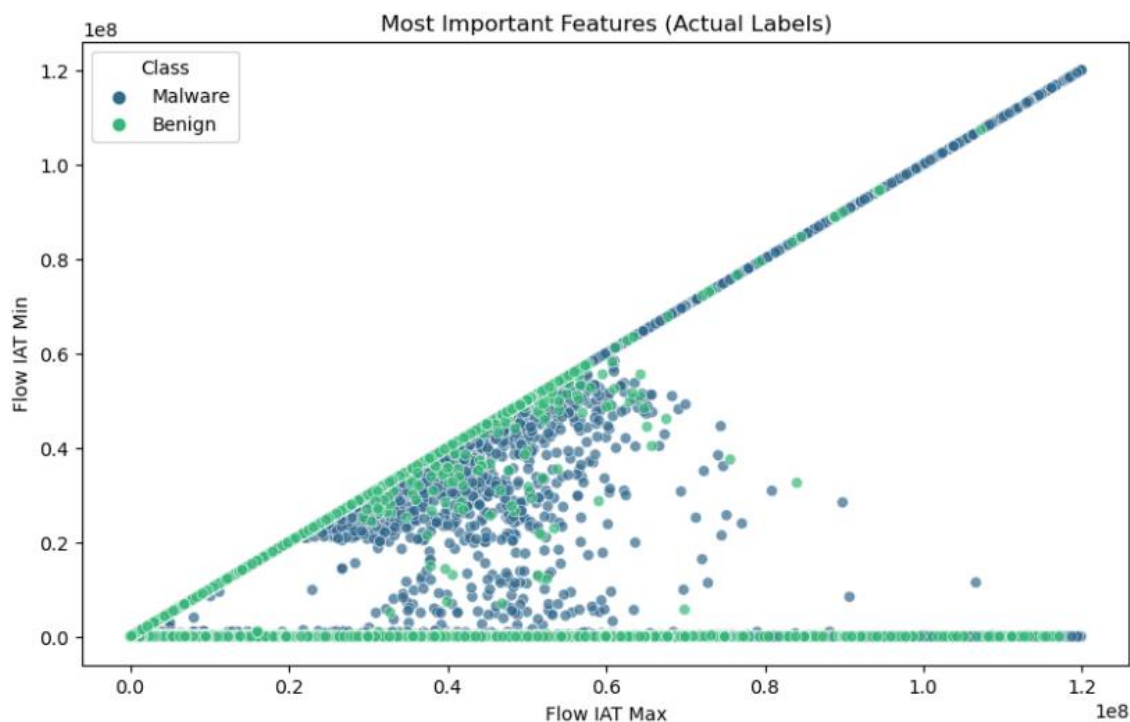


Fig 4. Feature Visualization

The following plot, created with the seaborn library, summarizes how 'Flow IAT Max' and 'Flow IAT Min' features change w.r.t. class labels. Color-coding the data points with respect to their respective classes intuitively conveys feature importance and class separation. Prominent clusters and overlapping regions from this scatter plot indicate the separation these features make between benign and malicious applications. This analysis justifies the interpretation of model performance and gives further underlining to the relevance of those features within malware detection.

Some of the main comparisons done between these various classifiers were based on some cross-validated metrics such as F2 score, F1 score, recall, and precision. In this respect, each of the classifiers was evaluated with different preprocessing techniques and samplers in order to learn about its optimal configuration while in operation for Android malware detection (Table 1).

Table 1: Classifier Performance Metrics

lassifier	Preprocessor	Sampler	CV f2 Score	CV F1	CV Recall	CV Precision
RandomForestClassifier	RobustScaler	SMOTE	0.888826	0.890909	0.887476	0.894520
LGBMClassifier	MinMaxScaler	SMOTE	0.875125	0.881374	0.871266	0.892758
LGBMClassifier	StandardScaler	SMOTE	0.872793	0.879819	0.868495	0.892720
XGBClassifier	StandardScaler	SMOTE	0.866005	0.876265	0.860042	0.895837
RandomForestClassifier	StandardScaler	SMOTE	0.865381	0.875577	0.859423	0.894954
XGBClassifier	RobustScaler	SMOTE	0.863801	0.873708	0.857919	0.892309
LGBMClassifier	RobustScaler	SMOTE	0.852035	0.865657	0.844230	0.891837
RandomForestClassifier	MinMaxScaler	SMOTE	0.851265	0.865473	0.843227	0.892996
XGBClassifier	MinMaxScaler	SMOTE	0.849302	0.864674	0.840901	0.895032

The best performance by a model, in terms of evaluation for the F2 score, was done by RandomForestClassifier with RobustScaler and SMOTE at 0.8888, which results in a very good balance between precision and recall. This setup also produced the highest F1 score of 0.8909, showing, in essence, robust performance on both classes. Recall and precision values are 0.8875 and 0.8945, respectively, for this setup.

Its closest competitor was the use of LGBMClassifier implemented in conjunction with MinMaxScaler and SMOTE at 0.8751. Coming somewhat off from that top performer, the model generated by RandomForestClassifier reached an excellent score of 0.8814 and a highly respectable precision at 0.8928.

Whereas other combinations involving XGBClassifier with StandardScaler and SMOTE, together with RandomForestClassifier with StandardScaler and SMOTE, were equally good but only just took the backseat compared to the above two. Generally, the settings of XGBClassifier had high precision but low recall, while setting LGBMClassifier had a better balance but slightly low overall score.

Ultimately, analyses show that the best, most balanced, and efficient performance in the detection of malware in Android, considering all studied metrics, is provided by RandomForestClassifier combined with RobustScaler and SMOTE.

Conclusion

This article presents an in-depth study of various machine learning classifiers on Android malware detection by analyzing their performance with different preprocessing techniques and sampling methods. Based on this, different models were assessed to choose the best among them to identify malicious and benign applications from a highly imbalanced dataset.

The best combination derived is RandomForestClassifier with RobustScaler and SMOTE. Giving the best F2 score of 0.8888, it also showed balanced performance in precision and recall. A very similar F1 score of 0.8909 emphasizes that this model is very robust and consistent in maintaining the performance balance of both classes. A recall of 0.8875 and a precision of 0.8945 prove this setting is outstanding in the minimization of both false negatives and false positives, offering the best reliability in malware detection.

Comparing the results with other models-LGBMClassifier and XGBClassifier-it turned out that in spite of the fact that those other classifiers did a great job, none of them outperformed the RandomForestClassifier when looking at the whole picture. The other nice performance was given by LGBMClassifier with MinMaxScaler and SMOTE with an F1 score of 0.8814 and a precision of 0.8928, though a bit lower in F2 score. Similarly, all the settings of XGBClassifier showed very great accuracy but were somewhat less efficient on recall compared to the best setting presented by RandomForestClassifier.

These findings emphasize how preprocessing techniques and the ways of sampling play a crucial role in model performance optimization. RobustScaler and SMOTE proved to be an important aid in powerfully enhancing the capabilities of the RandomForestClassifier in malware detection. This further justifies the fact that choosing appropriate classifiers is not enough, but rather refining preprocessing and sampling plays an important role in handling class imbalances and enhancing accuracy in the sphere of detection.

It provides the basis for further work to be done on malware detection. Further research could therefore involve more techniques of model optimization, more advanced feature engineering techniques, and adaptation to new malware variants which may emerge. Above avenues would, therefore, always be in need to develop more resilient and adaptive malware detection systems with ever-changing digital world aspects.

Hence, this research work presents the fact that a properly selected combination of classifiers, preprocessing techniques, and sampling methods may achieve dramatic improvements in malware detection performance. Thus, a robust solution is proposed by RandomForestClassifier combined with RobustScaler and SMOTE for a well-balanced approach in identifying malicious activities with minimal errors for improving useful insights into future research and practical applications in cybersecurity.

References

1. Liu, K., Xu, S., Xu, G., Zhang, M., Sun, D., & Liu, H. (2020). A review of android malware detection approaches based on machine learning. *IEEE access*, 8, 124579-124607.
2. Kouliaridis, V., & Kambourakis, G. (2021). A comprehensive survey on machine learning techniques for android malware detection. *Information*, 12(5), 185.
3. Muzaffar, A., Hassen, H. R., Lones, M. A., & Zantout, H. (2022). An in-depth review of machine learning based Android malware detection. *Computers & Security*, 121, 102833.
4. Mahindru, A., & Sangal, A. L. (2021). MLDroid—framework for Android malware detection using machine learning techniques. *Neural Computing and Applications*, 33(10), 5183-5240.
5. Herron, N., Glisson, W. B., McDonald, J. T., & Benton, R. K. (2021). Machine learning-based android malware detection using manifest permissions. *Proceedings of the 54th Hawaii International Conference on System Sciences*.
6. Christiana, A., Gyunka, B., & Noah, A. (2020). Android malware detection through machine learning techniques: A review.
7. Wang, X., & Li, C. (2021). Android malware detection through machine learning on kernel task structures. *Neurocomputing*, 435, 126-150.
8. Tahtacı, B., & Canbay, B. (2020). Android malware detection using machine learning. *In 2020 Innovations in Intelligent Systems and Applications Conference (ASYU)*, 1-6. IEEE.
9. Ünver, H. M., & Bakour, K. (2020). Android malware detection based on image-based features and machine learning techniques. *SN Applied Sciences*, 2(7), 1299.
10. Bayazit, E. C., Sahingoç, O. K., & Dogan, B. (2020). Malware detection in android systems with traditional machine learning models: a survey. *In 2020 International Congress on Human-Computer Interaction, Optimization and Robotic Applications (HORA)*, 1-8. IEEE.
11. Shatnawi, A. S., Yassen, Q., & Yateem, A. (2022). An android malware detection approach based on static feature analysis using machine learning algorithms. *Procedia Computer Science*, 201, 653-658.
12. Abdullah, T. A., Ali, W., & Abdulghafor, R. (2020). Empirical study on intelligent android malware detection based on supervised machine learning. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 11(4).
13. Dhalaria, M., & Gandotra, E. (2021). Android malware detection techniques: A literature review. *Recent Patents on Engineering*, 15(2), 225-245.
14. Kim, J., Ban, Y., Ko, E., Cho, H., & Yi, J. H. (2022). MAPAS: a practical deep learning-based android malware detection system. *International Journal of Information Security*, 21(4), 725-738.
15. Hou, S., Saas, A., Chen, L., & Ye, Y. (2020). Deep4MalDroid: A Deep Learning Framework for Android Malware Detection Based on Multi-level Feature Fusion. *Computers & Security*, 96, 101873.

Авторлар туралы мәліметтер

Жунисов Н.М. - PhD, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz

Абушахма А.А. - магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: aktore.abushaxma@gmail.com

Сведение об авторах

Жунисов Н.М. - PhD, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz

Абушахма А.А. - магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: aktore.abushaxma@gmail.com

А.Б. Абен¹, Н. Әбдіжаппар²

¹ оқытушы магистр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: arypzhan.aben@ayu.edu.kz,

² студент, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: axmet4047@gmail.com

ӨКПЕНІҢ ҚАТЕРЛІ ІСІГІН АНЫҚТАУДА МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУДЫ ҚОЛДАНУ
APPLICATION OF MACHINE LEARNING IN LUNG CANCER DETECTION
ПРИМЕНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАКА ЛЕГКИХ

Аңдатпа. Қазіргі таңда жасанды интеллект көптеген салаларда кеңінен қолданылуда. Медицина саласында да жасанды интеллект кеңінен қолданыс тапқан. Бұл зерттеуде өкпенің қатерлі ісік ауруларын алдын ала болжау үшін машиналық оқыту модельдерін пайдаланылды. Зерттеуде өкпенің қатерлі ісігі ауруына шалдыққан науқастардың деректерінен тұратын деректер жиыны пайдаланылды. Өкпенің қатерлі ісігін ерте анықтауда машиналық оқыту модельдерінен K-Neighbor Classifier, Support Vector Machine (SVM), Logistic Regression, Random Forest Classifier, Gradient Boosting Classifier, LGBM Classifier, және Support Vector Classifier қолданылды. Бұл модельдердің болжам дәлдіктері алынды, нәтижесінде SVM және Support Vector Classifier модельдері 99% жоғары көрсеткіш көрсетсе, K-Neighbor Classifier және Random Forest сияқты басқа да модельдер 87.39% - 94.96% аралығында жоғарғы нәтижелерге алынды. Нәтижелер көрсеткендей өкпенің қатерлі ісігін анықтауда машиналық оқыту модельдері жоғарғы нәтижелер көрсетіп, болашақта өкпенің қатерлі ісігін анықтауда және осы сала зерттеулеріне үлкен үлес қосты. Зерттеуде пайдаланылған деректер жиыны мен машиналық оқыту модельдері медицина саласында пайдалану барысында жоғарғы нәтижелер алынатыны дәлелденді. Зерттеуде қарастырылған машиналық оқыту модельдерімен қоса болашақта терең оқыту модельдері пайдалану ұсынылды.

Негізгі сөздер: Өкпе қатерлі ісігі, жасанды интеллект, машиналық оқыту, болжам жасау.

Abstract. Currently, artificial intelligence is widely used in many fields. Artificial intelligence is also widely used in the field of medicine. This study used machine learning models to predict lung cancer. The study used a dataset consisting of lung cancer patients. Among the machine learning models used in the early detection of lung cancer are K-Neighbor Classifier, Support Vector Machine (SVM), Logistic Regression, Random Forest Classifier, Gradient Boosting Classifier, LGBM Classifier, and Support Vector Classifier. The prediction accuracies of these models were obtained, as a result, SVM and Support Vector Classifier models showed high performance of 99%, while other models such as K-Neighbor Classifier and Random Forest achieved high results ranging from 87.39% to 94.96%. The results show that machine learning models in lung cancer detection have shown superior results and have made a great contribution to future lung cancer detection and research in this field. The datasets and machine learning models used in the study have been proven to yield superior results when used in the medical field. In addition to the machine learning models considered in the study, it is recommended to use deep learning models in the future.

Keywords: Lung cancer, artificial intelligence, machine learning, prediction.

Аннотация. В настоящее время искусственный интеллект широко используется во многих сферах. Искусственный интеллект также широко используется в сфере медицины. В этом исследовании использовались модели машинного обучения для прогнозирования рака легких. В исследовании использовался набор данных, состоящий из пациентов с раком легких. Среди моделей машинного обучения, используемых для раннего выявления рака легких, — классификатор K-соседей, машина опорных векторов (SVM), логистическая регрессия, классификатор случайного леса, классификатор повышения градиента, классификатор LGBM и классификатор опорных векторов. Были получены точности прогнозирования этих моделей, в результате модели SVM и классификатора опорных векторов показали высокую производительность 99%, в то время как другие модели, такие как классификатор K-соседей и случайный лес, достигли высоких результатов в диапазоне от 87,39% до 94,96%. Результаты показывают, что модели машинного обучения при обнаружении рака легких показали превосходные результаты и внесли большой вклад в будущее обнаружение рака легких в исследовании в этой области. Доказано, что наборы данных и модели машинного обучения, использованные в исследовании, дают превосходные результаты при использовании в медицинской сфере. Помимо рассмотренных в исследовании моделей машинного обучения, в дальнейшем рекомендуется использовать модели глубокого обучения.

Ключевые слова: рак легких, искусственный интеллект, машинное обучение, прогнозирование.

Кіріспе

Өкпенің қатерлі ісігі Қазақстанда көп таралған және қауіпті онкологиялық ауру түрі болып табылады. Статистика көрсеткендей елімізде жыл сайын 3500-ге жуық адам осы аурумен ауырады. Алайда науқастардың 80%-ы медициналық көмекке аурудың асқынған кезеңінде ғана жүгінетіні анықталған. Қатерлі ісіктерді ерте анықтау үшін онкологтар скринингтік тексеруден өту міндетті болуы керек деп есептейді. Өкпенің қатерлі ісігінің ең көп тараған түрлері шағын жасушалы өкпенің қатерлі ісігі (СКЛК) және шағын жасушалы емес өкпенің қатерлі ісігі (ҰТҚК) болып табылады. Бұл жағдайда SCLC барлық өкпе ісіктерінің шамамен 10-15% құрайды. Ал қалған өкпенің қатерлі ісігімен ауыратын науқастардың 80-85% -ы NSCLC ретінде жіктеледі[1].

Дүние жүзінде өкпенің қатерлі ісігі өлім-жітім санының артуына жетекші себебі болып отыр. Америка Құрама Штаттарының деректеріне сәйкес, өкпе рагы ерлер мен әйелдер арасында кең таралған. Бұл онкологиялық өлімнің әрбір бесінші бөлігін құрайды. 2024 жылға арналған болжамдар өкпе ісігінің шамамен 234 580 жаңа жағдайына диагноз қойылады. Нәтижесінде науқастардың 125 070 өлім жағдайы орын алады. Өкпенің қатерлі ісігі көбінесе 65 жастан асқан адамдарда кездеседі[2]. Зерттеуде нысаны ретінде алынған аурумен байланысты өлім-жітім деңгейі жоғары болғандықтан, ерте анықтау қажеттілігі ерекше маңызды ие.

Медицинадағы соңғы жылдарда жасанды интеллект (AI) және машиналық оқыту алгоритмдері салаларындағы өкпе ісігін ерте анықтау үшін жаңа мүмкіндіктер ашып отыр. Машиналық оқыту үлкен деректер жиынтығын өңдеу мүмкіндігі арқылы дәстүрлі әдістермен салыстырғанда ауруды диагностикалауда үлкен дәлдік пен жылдамдықты ұсына алады. Бұл алгоритмдер өкпе ісігінің ерте кезеңдерінде анықтау қиын болатын үлгілер мен ауытқуларды анықтау үшін үлкен көлемдегі радиологиялық кескіндер мен медициналық деректерді талдай алады. Мұндай технологияларды қолдану диагностиканың сапасын арттырады. Бұл технологиялар сондай ақ емдеуді уақтылы бастауды, пациенттердің өмір сүру сапасын жақсартады.

Бұл зерттеуде машиналық оқыту алгоритмдерін пайдалана отырып аурудың ерте кезеңнен анықтаудың тәсілдерін ұсынады. Қазіргі уақытта өкпенің қатерлі ісігін диагностикалауда әртүрлі машиналық оқыту әдістері қолданылады. Бұл салада зерттеулерде терең оқыту және жасанды нейрондық желілер сияқты технологиялар мен модельдер жиі қолданылып жүр. Бұл әдістердің артықшылығы үлкен деректер жиынтығын жылдам өңдеу және ауруды анықтау дәлдігін жақсарту қабілетінде ие екені болып отыр.

Бұл зерттеудің мақсаты машиналық оқыту әдістерін қолдану арқылы өкпенің қатерлі ісігін ерте диагностикалаудың тиімділігін зерттеу. Сонымен қатар осы саладағы соңғы жетістіктерді талқылау болып табылады. Зерттеу әртүрлі машиналық оқыту алгоритмдерінің ерекшеліктерін және олардың клиникалық қолдану мүмкіндігін зерттейді. Мақалада сонымен қатар диагностикалық әдістердің артықшылықтары мен шектеулері талданады. Зерттеуде болашақ зерттеулерге ұсыныстар атап өтілетін болады.

Ерте анықтау және биомаркерді табу

Гулд және т.б. (2021) әдеттегі клиникалық және зертханалық деректерді пайдалана отырып, өкпенің қатерлі ісігін ерте анықтау үшін ML модельдерінің пайдалылығын зерттеді[3]. Олардың нәтижелері логистикалық регрессия және кездейсоқ орман сияқты алгоритмдер ерте диагностиканы айтарлықтай жақсарта алады, өкпенің қатерлі ісігінің қаупін жоғарылататын дәлдікпен болжайды. Хіе және т.б. (2021) ML әдістерін қолдана отырып, ерте диагностикалық биомаркерлерді ашуға бағытталған [4]. Функцияларды таңдау әдістерін қосу арқылы олар диагностикалық процесті жақсарта алатын тиісті биомаркерлерді анықтады. Дегенмен, Nageswaran және т.б. Өкпенің қатерлі ісігін ML және кескінді өңдеу арқылы жіктеуді мақсат еткен (2022) кейінірек алынып тасталды, бұл зерттеудегі әдістемелік қатаңдықтың маңыздылығын атап өтті[5].

Болжау және жіктеу үшін машиналық оқыту алгоритмдері

Өкпенің қатерлі ісігін болжау саласында Патра (2020) әртүрлі ML моделдерін, соның ішінде шешім ағаштарын, қолдау векторлық машиналарын (SVM) және k-ең жақын көршілерді (KNN) пайдаланған болатын [6]. Бұл зерттеу модель дәлдігі мен сыныптандыру тиімділігін арттырудағы алгоритмді таңдаудың маңызды рөліне атқарды. Сол сияқты Чатурведи және т.б. (2021) кездейсоқ орман алгоритмі тексерілген әдістердің арасында ең жоғары дәлдікке қол жеткізгенін анықтады. Өкпенің қатерлі ісігін болжау және жіктеу үшін бірнеше ML әдістерін енгізді [7]. Mukherjee and Bohra (2020) диагностикалық нәтижелерді жақсартуда деректерді алдын ала өңдеудің және мүмкіндіктерді таңдаудың маңыздылығын көрсетті [8].

Болжамдық модельдер және тәуекелді бағалау

Абдулла және т.б. (2021) ML әдістерімен біріктірілген корреляциялық таңдау әдістеріне негізделген өкпе обырын болжау және жіктеу моделін ұсынды [9]. Олардың нәтижелері мүмкіндікті тиімді таңдау болжау дәлдігін айтарлықтай арттыра алатынын көрсетті. Дрицас пен Тригга (2022) пациенттердің денсаулығының әртүрлі айнымалыларын біріктіретін өкпе ісігі қаупін болжау үшін ML үлгілерін әзірледі. Зерттеушілер ансамбльдік әдістер тәуекелді жоғары бағалауды қамтамасыз ететінін анықтады [10]. Сонымен қатар, Тункал және т.б. (2020) әртүрлі ML алгоритмдері арқылы өкпенің қатерлі ісігімен сырқаттанушылықты болжауды зерттеген болатын. Болжау дәлдігі градиентті күшейтетін машиналар ең жақсы нәтиже береді деген қорытындыға келді.

Жетілдірілген әдістер және түсіндіру

Алсинглави және т.б. (2022) өкпе обыры бар науқастардың ауруханада болу ұзақтығын болжауға арналған түсіндірілетін ML құрылымын енгізді [12]. Бұл модель болжаулардың денсаулық сақтау провайдерлері үшін түсінікті болуын үшін интерпретациялау әдістерін қолданды. ML қолданбаларында ашықтық қажеттілігін қарастырады. Осы сияқты зерттеулердің бірі Чаунзва және т.б. (2021) КТ кескіндері арқылы өкпе ісігі гистологиясын жіктеу үшін терең оқыту әдістерін қолданды. Зерттеуде терең нейрондық желілер гистологиялық ішкі типтерді жоғары дәлдікпен жіктей алатындығын көрсетті. Осылайша радиологиялық диагностика үшін құнды құралды қамтамасыз етеді [13].

Кешенді тәсілдер мен шолулар

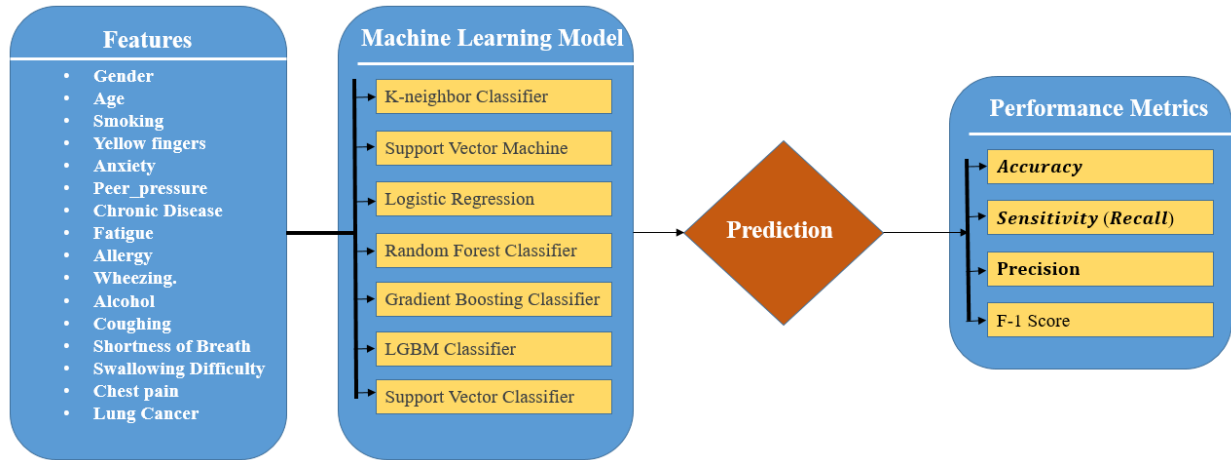
Ли және т.б. (2022) әртүрлі әдістерді, соның ішінде бақыланатын оқытуды, терең оқытуды және нығайтуды оқытуды талқылады. Өкпенің қатерлі ісігін диагностикалауда, емдеуде және болжауда ML қосымшаларына мұқият шолу жасады [14]. Рауф және т.б. (2020) дәлдік пен дәлдік [15] сияқты өнімділік көрсеткіштеріне негізделген бірнеше модельдерді бағалады. ML көмегімен өкпе обырын болжауға кешенді тәсілді ұсынды. Бұл өкпенің қатерлі ісігінің диагностикасын тиімдірек іздеуде зерттелетін әртүрлі әдістемелерді көрсетеді.

Өкпенің қатерлі ісігін диагностикалауда және болжауда машиналық оқытуды қолдану дәстүрлі алгоритмдерден күрделі тәсілдерге бөлді. Соның ішінде терең оқыту мен ансамбльдік әдістерге ауыса отырып, айтарлықтай дамыды. Қаралған зерттеулер диагностикалық дәлдік пен клиникалық қолдану мүмкіндігін арттыру үшін ерекшеліктерді таңдаудың дәйектілік көрсетті. Биомаркерді ерте анықтаудың және модельді түсіндірудің маңыздылығын дәйекті түрде атап көрсетеді. Алгоритмді таңдау және әдістемелік қатандық сияқты қиындықтар өкпенің қатерлі ісігін анықтау үшін ML шешімдерін тиімді қолдануда айтарлықтай кедергілер тудыруда. Осы қиындықтарды шешу машиналық оқыту технологияларын клиникалық тәжірибеге интеграциялауды ілгерілету маңызды.

Материалдар мен тәсілдер

Бұл зерттеуде өкпенің қатерлі ісігінің қаупін болжау үшін арнайы әзірленген деректер жиынтығы қолданылады. Зерттеуде пайдаланылған деректер жиыны науқастардың

деректерін пайдалана отырып, қатерлі ісікті дәл болжауға өз үлесін қосады. Зертеу барысында машиналық оқыту алгоритімдерін салсыра отырып жасалынған модель ұсынылады. Зерттеуде пайдаланылған архитектура төменде 1-суретте көрсетілген.



Сурет 1. Зертеуде қолданылған модель архитектурасы.

Деректер жиынына шолу

Зертеуден пайдаланылатын деректер жиыны өкпенің қатерлі ісігімен ауырған науқастар деректерімен жасалынған. Деректер жиыны науқастардың денсаулықтарына байланысты әр түрлі факторларды ескере отырып және қатерлі ісікті бағалауға арналған 284 инстанция мен 16 бағанан тұрады. Деректер қкпенің қатерлі ісігін анықтауда маңызды рөл атқарады. Төменде осы деретер жиынын сипаттама берілген:

- Жыныс: науқастың жынысын білдіретін категория (М = Ер, F = Әйел).
- Жасы: науқастың жасын көрсететін баған атауы.
- Темекі шегу: науқастың темекі шегіп, шекпегендігі туралы ақпарат беретін катигория (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Сары саусақтар: науқастың сары саусақтардың бар немесе жоқ екенін көрсететін категория (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Мазасыздық: мазасыздану деңгейін көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Бірлескен қысым: тең дәрежедегі қысым әсерін көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Созылмалы ауру: созылмалы аурулардың болуын көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Шаршау: Шаршау деңгейін көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Аллергия: Аллергия күйін көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Қырылдау: сырылдар белгілерін көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Алкоголь: алкогольді тұтынуды көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Жөтел: жөтел симптомдарын көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Тыныс алудың қысқа болуы: еңтігуді көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Жұтыну қиындығы: жұтылу қиындықтарын көрсететін категориялық айнымалы мән (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).
- Кеудедегі ауырсыну: Кеудедегі ауырсынуды көрсететін категориялық айнымалы (ИӘ = 2, ЖОҚ = 1).

- Өкпенің қатерлі ісігі: Өкпенің қатерлі ісігінің бар екенін көрсететін екілік мақсатты категория(ИӘ, ЖОҚ).

Машиналық оқыту үлгілері

Бұл зерттеуде берілген деректер жиынтығына негізделген өкпе ісігі қаупін болжау үшін машиналық оқыту модельдерін қолданылды. Әрбір модельдің бірегей күшті және әлсіз жақтары бар. Бұл оларды жіктеу тапсырмасының әртүрлі ерекшелікпен орындауы үшін қолайлы етеді.

К-Ең жақын көршілер классификаторы (KNN)

К-Ең жақын көршілер (KNN) данаға негізделген оқыту алгоритмі болып табылады. Ол Евклидтік қашықтық сияқты қашықтық өлшемдерімен өлшенеді. k-ең жақын көршілерінің көпшілік класына негізделген деректер нүктелерін жіктейді.

Қолдау векторлық машинасы (SVM)

Қолдау векторлық машинасы (SVM) класстарды бөлу үшін жоғары өлшемді кеңістікте гипержазықтықтарды құрастырады. Мақсат - әртүрлі сыныптар арасындағы маржаны барынша арттыратын гипержазықтықты табу.

Логистикалық регрессия

Логистикалық регрессия – логистикалық функцияны қолдану арқылы бір немесе бірнеше болжаушы айнымалылар негізінде екілік нәтиженің ықтималдығын бағалайтын және екілік жіктеу үшін қолданылатын статистикалық әдіс.

Кездейсоқ орман классификаторы

Кездейсоқ орман классификаторы – жаттығу кезінде бірнеше шешім ағаштарын құрастыратын және дәлдікті жақсарту қолданылады. Сонымен қатар артық орнатуды бақылау үшін олардың болжамдарын біріктіретін ансамбльді оқыту әдісі. Ол әрбір ағашты деректердің кездейсоқ жиынына үйрету үшін қаптауды пайдаланады.

Градиентті күшейтетін классификатор

Gradient Boosting классификаторы үлгілерді дәйекті түрде құрастырады. Мұнда әрбір жаңа үлгі алдыңғысының қателерін түзетуге әрекет жасайды. Ол жоғалту функциясын азайту үшін градиентті түсіруді қолдана отырып, әлсіз оқушыларды күшті оқушыға біріктіреді.

LightGBM классификаторы (LGBM)

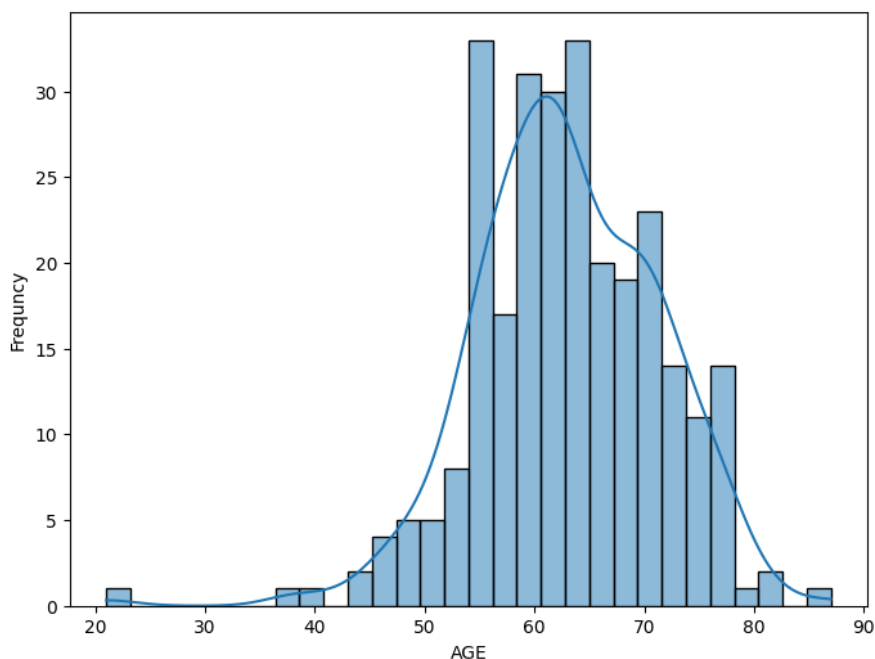
LightGBM (Light Gradient Boosting Machine) – жылдамдық пен тиімділікке арналған. Жадты аз қолданумен үлкен деректер жиынын өңдеуге қабілетті ағаш негізделген. LightGBM классификаторы оқыту алгоритмдерін пайдаланатын градиентті күшейтетін әдіс.

Бұл модельдер өкпе ісігі қаупін болжаудың әртүрлі тәсілдерін ұсынады. Модельдердің әрқайсысы дәл бағалау үшін ең тиімді шешімді анықтау үшін деректер жиынтығын кешенді бағалауға ықпал етеді.

Нәтижелер

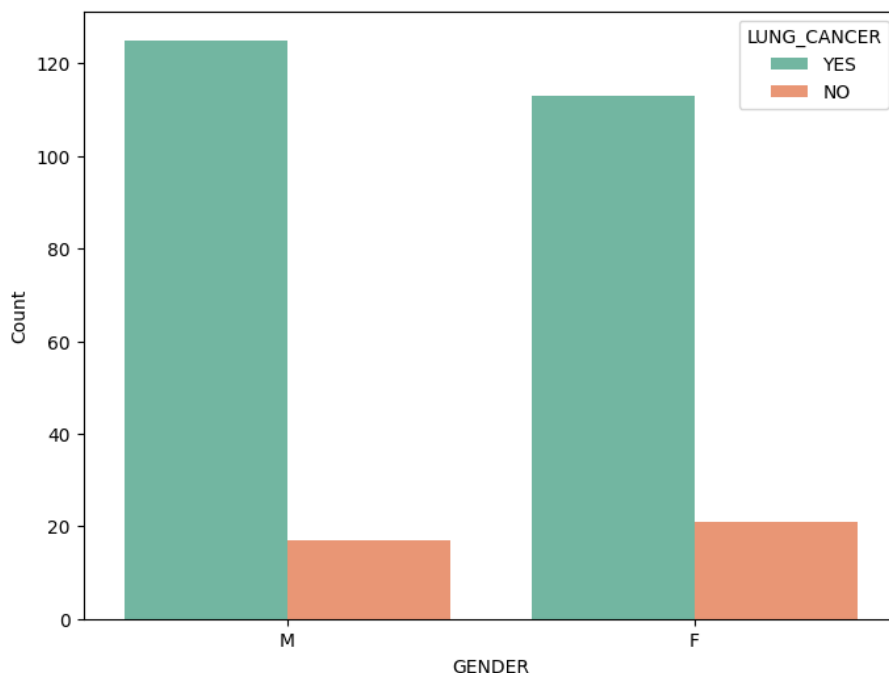
Бұл зерттеуде науқастардың жасына, жынысына, темекі шегу әдеттеріне, алкогольді тұтынуға және өкпе ісігі жағдайларының жалпы таралуына назар аударылды. Зерттеу барысында өкпе ісігі деректер жинағын талдау үшін әртүрлі визуализациялар жасалды. Келесі бөлімдер орындалған көрнекі талдаулардан алынған нәтижелерді егжей-тегжейлі сипаттайды.

Төменде Сурет 2-де науқастардың жасының таралуын бағалау үшін гистограмма көрсетілген. Бұл гистограмма өкпенің қатерлі ісігімен ауыратын науқастардың жастық бөлінуін нақты көрсету үшін 30 қалтаны пайдаланды. Гистограммадағы тығыздық қисығы (KDE) өкпенің қатерлі ісігінен ең көп зардап шеккен жас топтарын қосымша көрсетеді.



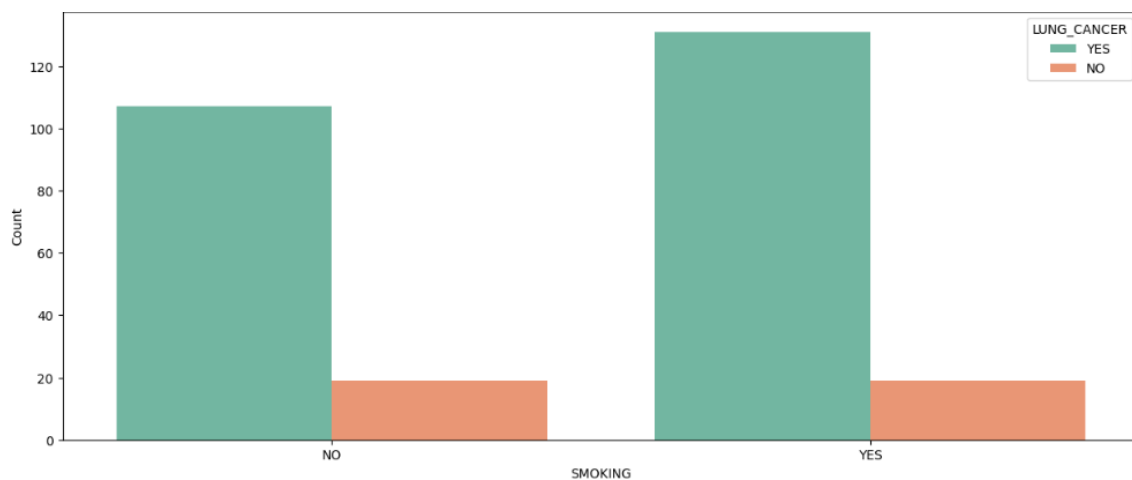
Сурет 2. Өкпенің қатерлі ісігі үшін жастарының таралуы диаграммасы.

Төменде Сурет 3-те өкпенің қатерлі ісігімен сырқаттанушылыққа қатысты жыныстың таралуы көрсетілген. Көрсетілген диаграммада ерлер мен әйелдердің арасында аурудың таралуын анықтауда маңызды рөл атқарады.



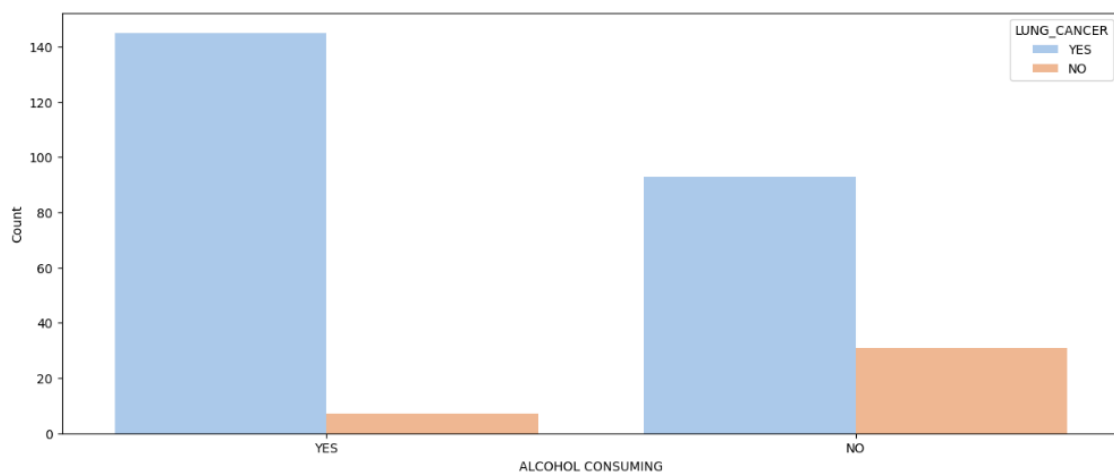
Сурет 3. Өкпе ісігі бойынша жыныстың таралуы.

Келесі Сурет 4-те темекі шегудің өкпенің қатерлі ісігі қаупіне әсері санау сызбасы арқылы көрсетілген. Бұл науқастардың темекі шегу мәртебесіне қарай жіктейді. Темекі шегу мен өкпе ісігінің пайда болуы арасындағы байланысты ашуға көмегін тигізеді.



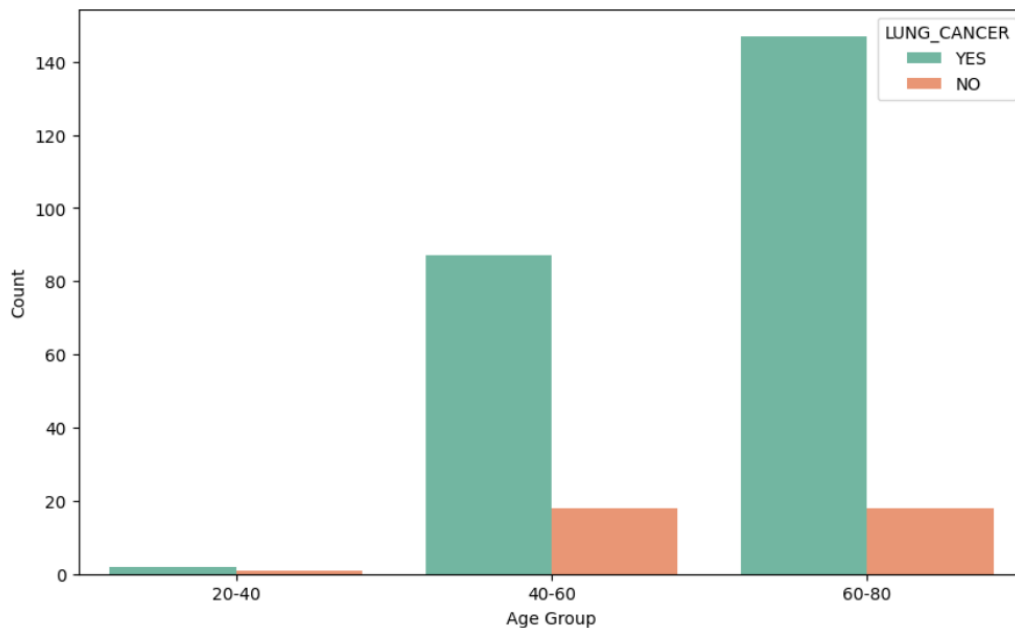
Сурет 4. Өкпенің қатерлі ісігі бойынша темекі шегудің таралуы.

Алкогольді тұтынудың өкпенің қатерлі ісігіне әсерін бағалау үшін басқа санау сызбасы салынды. Сурет 5-те алкогольді тұтыну әдеттері мен өкпе ісігінің жиілігі арасындағы байланысты көрсетеді.



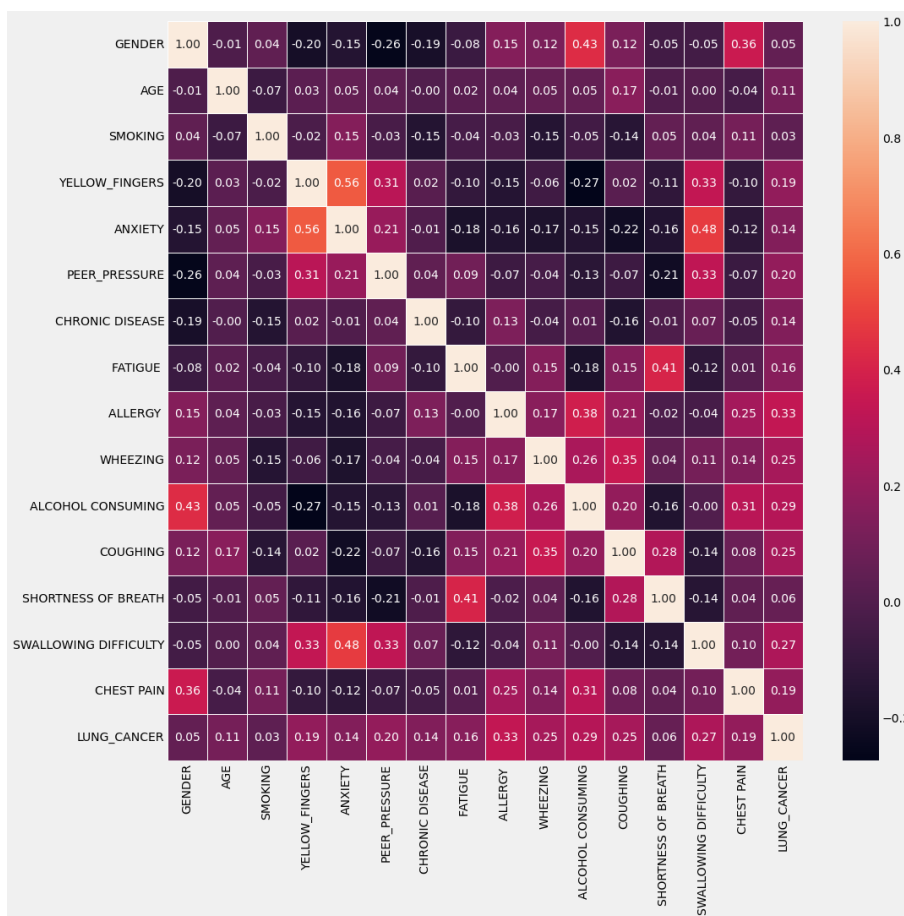
Сурет 5. Алкогольді тұтынуды өкпе ісігі бойынша бөлу.

Жасқа байланысты тенденцияларды әрі қарай талдау үшін пациенттердің жасы әртүрлі жас топтары бойынша анықтау Сурет 6-да көрсетілген. Суретте өкпе обырының таралуын зерттеуге мүмкіндік беретін жәшіктерге (AGE_BIN) жіктелді. Бұл жіктеу өкпенің қатерлі ісігімен ауыратын науқастарға байланысты жасқа байланысты қауіп факторларын жақсы түсінуге мүмкіндік береді.



Сурет 6. Жас топтары бойынша өкпе ісігінің таралуы.

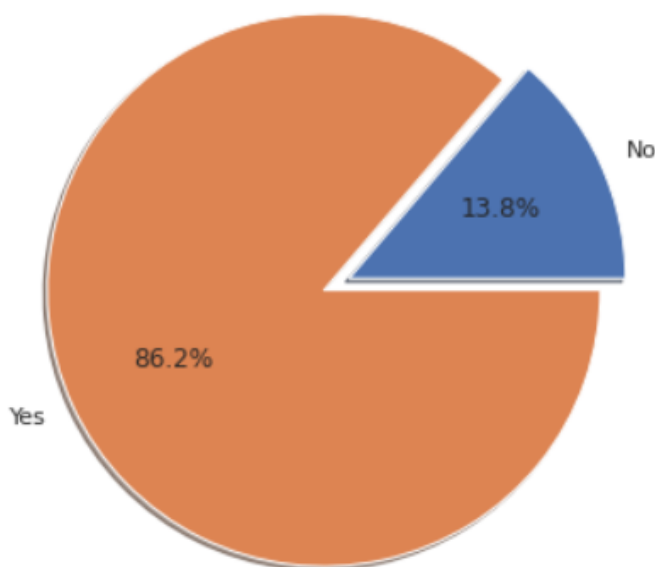
Деректер жиынындағы әртүрлі атрибуттар арасындағы корреляцияны зерттеу үшін жылу картасы көрсетілді. Бұл визуализация әртүрлі қауіп факторлары арасындағы қарым-қатынасты көрсетеді. Сурет 8-де науқастардың өкпенің қатерлі ісігіне ықтимал әсері туралы түсінік береді.



Сурет 7. Деректер жиынының корреляциялық жылу картасы.

Зерттеу барысында болжалды үлгілердің өнімділігін бағалау үшін ROC AUC талдауы жүргізілді. Бұл талдау өкпе ісігінің оң және теріс жағдайларын ажыратудағы әрбір модельдің тиімділігінің жан-жақты көрінісін қамтамасыз етеді. Жалған оң көрсеткішке қарсы шынайы оң көрсеткішті бағалайды.

Төменде сурет 9-да өкпенің қатерлі ісігі бар және онсыз науқастардың таралуын көрсету үшін дөңгелек диаграмма көрсетілген. Бұл визуализация өкпенің қатерлі ісігінің болуына қатысты деректер жиынтығының құрамының нақты шолуын қамтамасыз етеді.



Сурет 8. Өкпе ісігі жағдайларының таралуы.

Осы бөлімде ұсынылған суретте өкпе ісігі деректерінің жиынтық талдауын қамтамасыз етеді, өкпе ісігінің жиілігіне әсер ететін маңызды факторларды көрсетеді. Жастың, жыныстың, темекі шегудің, алкогольді тұтынудың және өкпе обырының жалпы таралуының таралуын зерттей отырып, бұл зерттеу осы аурумен байланысты қауіп факторлары туралы құнды түсініктерге ықпал етеді. Бұл нәтижелер біздің өкпе рагы динамикасын түсінуді жақсартып қана қоймайды, сонымен қатар одан әрі зерттеулер мен мақсатты араласу стратегияларына жол ашады.

Өкпенің қатерлі ісігін болжауда әртүрлі машиналық оқыту үлгілерінің өнімділігі Кесте 1-де жинақталған нәтижелермен бағаланды. Дәлдік көрсеткіштері деректер жиынына негізделген өкпе ісігі жағдайларын жіктеудегі әрбір модельдің тиімділігі көрсетілген.

Кесте 1. Өкпенің қатерлі ісігін болжау үшін машиналық оқыту үлгілерінің нәтижелері.

	Модель	Дәлдік (%)
1	K-Neighbor Classifier	90.76
2	Support Vector Machine (SVM)	99.16
3	Logistic Regression	87.39
4	Random Forest Classifier	94.12
5	Gradient Boosting Classifier	94.12
6	LGBM Classifier	94.96
7	Support Vector Classifier	99.16

Кестеде берілгендей қолдау векторлық машинасы (SVM) және қолдау векторының классификаторы екеуі де ең жоғары дәлдікке қол жеткізді - 99,16%. Бұл ерекше өнімділік бұл модельдердің өкпенің қатерлі ісігі жағдайлары мен емес жағдайларын ажыратуда жоғары тиімді екенін көрсетеді. Модель науқастардағы қатерлі ісік болжау үшін баға жетпес құрал етеді. SVM жоғары өлшемді кеңістіктерді өңдеу және күрделі деректер жиынын жіктеу қабілеті оның табысқа жетуіне ықпал етеді.

K-Neighbor классификаторы 90,76% дәлдікке қол жеткізді. Модель сенімді өнімділікті көрсетті. Алайда SVM модельімен салыстырғанда өкпенің қатерлі ісігін анықтауда жеткіліксіз болып отыр. Ал логистикалық регрессия моделі 87,39% дәлдікке ие нәтижені көрсетті. Логистикалық регрессия басқа модельдерге қарағанда төмен нәтижеге ие болды. Логистикалық регрессия өзінің қарапайымдылығы мен түсіндірмелілігі үшін жиі қолданылады. Логистикалық регрессия денсаулық сақтау мамандарына әртүрлі болжаушылар мен өкпе ісігі қаупі арасындағы қарым-қатынасты түсінуге көмектеседі. Кездейсоқ орман классификаторы, градиентті күшейту классификаторы және LGBM классификаторы сәйкесінше 94,12%, 94,12% және 94,96% дәлдікке қол жеткізді. Бұл ансамбльдік үлгілердің салыстырмалы өнімділігі олардың деректер жиынының күрделілігін түсірудегі тиімділігін көрсетеді. Random Forest, Gradient Boosting және LGBM классификаторларының салыстырмалы түрде өкпе обырын болжау ерекшеліктерін өңдеуде сенімді екенін көрсетеді.

Нәтижелер өкпенің қатерлі ісігін болжаудағы SVM негізіндегі әдістердің артықшылығын көрсетті. Сонымен бірге Random Forest және Gradient Boosting сияқты ансамбльдік әдістердің тиімділігіне баса назар аударады. Нәтижелер олардың интерпретациялануын жақсарту және клиникалық жағдайларда қолданылуын қамтамасыз ету үшін осы үлгілерді одан әрі зерттеуді ынталандырады. Өкпе обырын диагностикалау мен емдеуде ерте анықтауды және науқастардың нәтижелерін жақсартуға мүмкіндік береді.

Қорытынды

Бұл зерттеу пациенттің сипаттамалары мен симптомдарына қатысты әртүрлі атрибуттарды қамтитын деректер жиынтығын пайдаланылды. Өкпе обырын болжау үшін әртүрлі машиналық оқыту модельдерінің тиімділігін зерттеді. Нәтижелер машиналық оқыту өкпенің қатерлі ісігін ерте анықтауды айтарлықтай жақсарту алатынын көрсетті.

Жұмысты бағалау қолдау векторлық машинасы (SVM) және қолдау векторлық классификаторы 99,16% деңгейінде ең жоғары дәлдікке қол жеткізгенін көрсетті. Бұл нәтижелер SVM негізіндегі модельдер өкпенің қатерлі ісігі жағдайлары мен емес жағдайларды ажырату үшін өте қолайлы екенін көрсетті. Модель нәтижелері клиникалық шешім қабылдаудағы үлкен пайдасын көрсетеді. Ал K-Neighbor классификаторы, логистикалық регрессия және кездейсоқ орман, градиентті күшейту және LGBM сияқты әдістер де 87,39%-дан 94,96%-ға дейінгі жоғарғы нәтижелер көрсете алды.

Бұл зерттеуде дәлелденгендей машиналық оқыту модельдері өкпе обырын анықтауда жоғарғы нәтижелер көрсете алды. Зерттеудің барысында қолданылған деректер жиыны нақты деректерге негізделген. Болашақта осы сала зерттеушілеріне зерттеу объектісі ретінде бір медициналық орталықты алыну ұсынылып отыр. Сонымен қатар зерттеудің маңыздылығын ескере отырып машиналық оқытудан басқада салалармен байласын жасау ұсынылып отыр. Атап айтатын болсақ жасанды интеллекттің терең оқыту саласымен медициналық суреттерге, дыбыстарға жүргізу жоғарғы нәтиже береді деп күтілуде.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Qazaqstan. (2023, July 14). High incidence of lung cancer in Almaty. *Qazaqstan National Television*. Retrieved October 20, 2024, from <https://qazaqstan.tv/news/178923/>

- American Cancer Society. (n.d.). Key statistics for lung cancer. In *Cancer.org*. Retrieved October 20, 2024, from <https://www.cancer.org/cancer/types/lung-cancer/about/key-statistics.html>
- Gould, M. K., Huang, B. Z., Tammemagi, M. C., Kinar, Y., & Shiff, R. (2021). Machine learning for early lung cancer identification using routine clinical and laboratory data. *American journal of respiratory and critical care medicine*, 204(4), 445-453.
- Xie, Y., Meng, W. Y., Li, R. Z., Wang, Y. W., Qian, X., Chan, C., ... & Leung, E. L. H. (2021). Early lung cancer diagnostic biomarker discovery by machine learning methods. *Translational oncology*, 14(1), 100907.
- Nageswaran, S., Arunkumar, G., Bisht, A. K., Mewada, S., Kumar, J. S., Jawarneh, M., & Asenso, E. (2022). [Retracted] Lung Cancer Classification and Prediction Using Machine Learning and Image Processing. *BioMed research international*, 2022(1), 1755460.
- Patra, R. (2020). Prediction of lung cancer using machine learning classifier. In *Computing Science, Communication and Security: First International Conference, COMS2 2020, Gujarat, India, March 26–27, 2020, Revised Selected Papers I*. 132-142. Springer Singapore.
- Chaturvedi, P., Jhamb, A., Vanani, M., & Nemade, V. (2021, March). Prediction and classification of lung cancer using machine learning techniques. In *IOP conference series: materials science and engineering* (Vol. 1099, No. 1, p. 012059). IOP Publishing.
- Mukherjee, S., & Bohra, S. U. (2020, December). Lung cancer disease diagnosis using machine learning approach. In *2020 3rd International Conference on Intelligent Sustainable Systems (ICISS)* (pp. 207-211). IEEE.
- Abdullah, D. M., Abdulazeez, A. M., & Sallow, A. B. (2021). Lung cancer prediction and classification based on correlation selection method using machine learning techniques. *Qubahan Academic Journal*, 1(2), 141-149.
- Dritsas, E., & Trigka, M. (2022). Lung cancer risk prediction with machine learning models. *Big Data and Cognitive Computing*, 6(4), 139.
- Tuncal, K., Sekeroglu, B., & Ozkan, C. (2020). Lung cancer incidence prediction using machine learning algorithms. *Journal of advances in information technology*, 11(2).
- Alsinglawi, B., Alshari, O., Alorjani, M., Mubin, O., Alnajjar, F., Novoa, M., & Darwish, O. (2022). An explainable machine learning framework for lung cancer hospital length of stay prediction. *Scientific reports*, 12(1), 607.
- Chaunzwa, T. L., Hosny, A., Xu, Y., Shafer, A., Diao, N., Lanuti, M., ... & Aerts, H. J. (2021). Deep learning classification of lung cancer histology using CT images. *Scientific reports*, 11(1), 1-12.
- Li, Y., Wu, X., Yang, P., Jiang, G., & Luo, Y. (2022). Machine learning for lung cancer diagnosis, treatment, and prognosis. *Genomics, Proteomics and Bioinformatics*, 20(5), 850-866.
- Raof, S. S., Jabbar, M. A., & Fathima, S. A. (2020, March). Lung Cancer prediction using machine learning: A comprehensive approach. In *2020 2nd International conference on innovative mechanisms for industry applications (ICIMIA)* (pp. 108-115). IEEE.

Сведение об авторах

Абен А.Б. – преподаватель магистр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: arypzhan.aben@ayu.edu.kz

Әбдіжаппар Н. - студент, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: axmet4047@gmail.com

Information about authors

Aben A.B. - master lecturer, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: arypzhan.aben@ayu.edu.kz

Abdizhappar N. - student, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: axmet4047@gmail.com

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА

Шарафидинов Д.Д.

Турметов Б.Х.

БЕЙЛОКАЛ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КЕЙБІР БАСТАПҚЫ-ШЕТТІК
ЕСЕПТЕРДІҢ ШЕШІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ

7-18

Г.Б.Баканов

С.К.Мелдебекова

ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ҚОЙЫЛҒАН ДИСКРЕТТІ КЕРІ ЕСЕП ПЕН
КӨМЕКШІ ЕСЕП ШЕШІМДЕРІНІҢ АРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫС

19-27

ФИЗИКА

Ю.О.Амангельдиева

М.Т.Айдарова

Ш.Р.Курбанбеков

Д.Э.Балтабаева

Н.С.Эртаев

ЖОҒАРЫ ЭНТРОПИЯЛЫҚ ҚОРЫТПАЛАР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ СУТЕК
ЭНЕРГИЯСЫНДА ҚОЛДАНУ

28-36

Л.Г. Сулюбаева

Д.Р. Байжан

Б.А. Алибекова

ҚҰРЫЛЫМДЫҚ БОЛАТ 40ХН БЕТІНІҢ МИКРОҚАТТЫЛЫҒЫН АРТТЫРУ ҮШІН
ТЕРМОЦИКЛДІ ЭЛЕКТРОЛИТ-ПЛАЗМАНЫ ӨНДЕУ ӘДІСІ

37-46

ИНФОРМАТИКА

Н.М. Жунисов

А.А. Абушахма

ANDROID ПЛАТФОРМАСЫНДА ЗИЯНДЫ БАҒДАРЛАМАЛЫҚ
ҚОСЫМШАЛАРДЫ АНЫҚТАУДА МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ АЛГОРИТМДЕРІН
ҚОЛДАНУ

47-57

А.Б.Абен

Н. Әбдіжаппар

ӨКПЕНІҢ ҚАТЕРЛІ ІСІГІН АНЫҚТАУДА МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУДЫ ҚОЛДАНУ

58-68

МАЗМҰНЫ

69-71

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Шарафидинов Д.Д.

Турметов Б.Х.

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ
НЕЛОКАЛЬНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

7-18

Г.Б.Баканов

С.К.Мелдебекова

СВЯЗЬ МЕЖДУ РЕШЕНИЯМИ ДИСКРЕТНОЙ ОБРАТНОЙ И
ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

19-27

ФИЗИКА

Ю.О.Амангельдиева

М.Т.Айдарова

Ш.Р.Курбанбеков

Д.Э.Балтабаева

Н.С.Эртаев

ВЫСОКОЭНТРОПИЙНЫЕ СПЛАВЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ВОДОРОДНОЙ
ЭНЕРГЕТИКЕ

28-36

Л.Г. Сулюбаева

Д.Р. Байжан

Б.А. Алибекова

СПОСОБ ТЕРМОЦИКЛИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ ОБРАБОТКИ
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ МИКРОТВЁРДОСТИ ПОВЕРХНОСТИ КОНСТРУКЦИОННОЙ
СТАЛИ 40ХН

37-46

ИНФОРМАТИКА

Н.М. Жунисов

А.А. Абушахма

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ
ОБНАРУЖЕНИЯ ВРЕДНОСНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ НА ПЛАТФОРМЕ ANDROID

47-57

А.Б.Абен

Н. Абдижаппар

ПРИМЕНЕНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАКА ЛЕГКИХ

58-68

СОДЕРЖАНИЕ

69-71

CONTENT

MATHEMATICS

Sharafidinov D.D. Turmetov B.Kh ON THE SOLVABILITY OF CERTAIN INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR A NONLOCAL HYPERBOLIC EQUATION	7-18
---	------

G.B.Bakanov S.K.Meldebekova RELATIONSHIP BETWEEN SOLUTIONS OF DISCRETE INVERSE AND AUXILIARY PROBLEMS FOR A HYPERBOLIC EQUATION	19-27
--	-------

PHYSICS

Amangeldiyeva Y. Aidarova M.T. Kurbanbekov Sh.R. Baltabayeva D.E Ertaev N.S. HIGH-ENTROPY ALLOYS AND THEIR APPLICATION IN HYDROGEN ENERGY	28-36
---	-------

Sulyubaeva L.G. Baizhan D.R. Alibekova B.A. A METHOD OF THERMOCYCLIC ELECTROLYTIC PLASMA TREATMENT FOR IMPROVING THE SURFACE MICROHARDNESS OF STRUCTURAL STEEL 40KHN	37-46
---	-------

COMPUTER SCIENCE

N.M. Zhunissov A.A. Abushakhma APPLICATION OF MACHINE LEARNING ALGORITHMS IN DETECTING MALICIOUS SOFTWARE APPLICATIONS ON THE ANDROID PLATFORM	47-57
---	-------

A.B. Aben N. Abdizhappar APPLICATION OF MACHINE LEARNING IN LUNG CANCER DETECTION	58-68
---	-------

CONTENT	69-71
----------------	-------

**Қ.А. ЯСАУИ АТЫНДАҒЫ
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҚАЗАҚ-ТҮРІК УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРЛАРЫ
(МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ)**

Редакцияның мекен-жайы:

*161200, Қазақстан Республикасы, Түркістан қаласы,
Б. Саттарханов даңғылы, 29В, ректорат, 404 бөлме.
Байланыс тетіктері: 8 (725-33) 6-38-26 (19-60) e-mail: ayu-habarlari@ayu.edu.kz*

Ғылыми редакторлар:

Қошанова М.Д., Курбанбеков Ш.Р., Жунисов Н.М.

Жауапты хатшы: Мұсахан Н.П.

Техникалық редактор: Камбарбеков С.Х.

Жарияланған мақала авторларының пікірі редакция көзқарасын білдірмейді.

Мақала мазмұнына автор жауап береді.

Қолжазбалар өңделеді және авторларға қайтарылмайды.

Қ.А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің хабарлары
(математика, физика, информатика сериясы) журналына жарияланған материалдарды
сілтемесіз көшіріп басуға болмайды.

27.12.2024 ж. баспаға жіберілді

Журнал Қожса Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің

«Тұран» баспаханасында көбейтілді.

Қағаздың пішімі: 70x100. Қағазы офсеттік А4.

Офсеттік басылым. Шартты баспа табағы 6.

Таралымы 110 дана. Тапсырыс 145.