

Қ.А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің

ХАБАРЛАРЫ

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА,
ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ

Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Türk-Kazak Üniversitesi'nin

HABERLERİ

MATEMATİK, FİZİK, BİLİŞİM SERİSİ

ИЗВЕСТИЯ

Международного казахско-турецкого университета имени Х.А. Ясави

СЕРИЯ МАТЕМАТИКА,
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА

NEWS

Of the Khoja Akhmet Yassawi Kazakh-Turkish International University

MATHEMATICS, PHYSICS,
COMPUTER SCIENCE SERIES

ISSN 2524-0080
Ғылыми журнал

*Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-
түрік университетінің*

ХАБАРЛАРЫ

МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ

Hoca Ahmet Yesevi Uluslararası Türk-Kazak Üniversitesinin

HABERLERİ

МАТЕМАТİK, FİZİK, BİLİŞİM SERİSİ

ИЗВЕСТИЯ

*Международного казахско-турецкого университета имени
Ходжа Ахмеда Ясави*

СЕРИЯ МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА

NEWS

Of the Khoja Akhmet Yassawi Kazakh-Turkish International University
MATHEMATICS, PHYSICS, COMPUTER SCIENCE SERIES

*Қазақстан Республикасы Инвестициялар және даму министрлігінің Байланыс,
ақпараттандыру және ақпарат комитетінде 04.12.2015 ж. тіркелді, куәлік №15721-Ж.*

*Қазақстан Республикасы Ақпарат және коммуникациялар министрлігінің Байланыс,
ақпараттандыру және бұқаралық ақпарат құралдары саласындағы мемлекеттік
бақылау комитетінде 10.03.2017 ж. қайта тіркелген, куәлік №16387-Ж. Жылына 4 рет
шығарылады.*

Ғылыми басылым

*Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің хабарлары
(математика, физика, информатика сериясы) №3 (34) 2025 ж.*

*Журнал 2016 жылдың мамыр айының 30 жұлдызынан бастап
Париж қаласындағы ISSN орталығында тіркелген.*

Редакцияның мекен-жайы:

*Редакцияның мекен-жайы: 161200, Қазақстан Республикасы, Түркістан қаласы,
Б.Саттарханов даңғылы, 29В, ректорат, 404 бөлме.
Байланыс тетіктері: 8(725-33)6-38-26(19-60)
e-mail: ayu-habarlari@ayu.edu.kz*

РЕДАКЦИЯЛЫҚ АЛҚА МҮШЕЛЕРІ

МАТЕМАТИКА

Баканов Г.Б.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Турметов Б.Х.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Бөріханов М.	- PhD /Қазақстан/
Сәрсенби Ә.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Нұрсұлтанов Е.Д.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Ескендіроғлы Г.	- PhD /Түркия/
Мораес В.	- PhD /Бразилия/

ФИЗИКА

Турмамбеков Т.А.	- ф.-м.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Сейтов Б.Ж.	- PhD / Қазақстан /
Рахадиллов Б.К.	- PhD, қауым.проф. / Қазақстан /
Сағдолдина Ж.Б.	- PhD, қауым.проф. / Қазақстан /
Чорух А.	- проф., доктор /Түркия/
Демиркоз М.Б.	- проф., доктор /Түркия/
Курбанов У.Т.	- ф.-м.ғ.д. /Өзбекістан/

ИНФОРМАТИКА

Мамырбек Ә.Ж.	- PhD, проф. /Қазақстан/
Бидайбеков Е.Ы.	- п.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Беркимбаев К.М.	- п.ғ.д., проф. /Қазақстан/
Казбекова Г.Н.	- тех.ғ.к., доц. /Қазақстан/
Жумадилаева А.К.	- тех.ғ.к., доц. /Қазақстан/
Ақчайол М.А.	- проф., доктор /Түркия/
Караджан Х.	- проф., доктор /Түркия/

DANIŞMA KURULU

MATEMETİK

Bakanov G.B.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Turmetov B.Kh.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Borikhanov M.	- PhD /Kazakistan/
Sarsenbi A.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr. /Kazakistan/
Nursultanov E.D.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Yeskendirolu G.	- PhD /Türkiye/
Moraes W.	- PhD /Brazil/

FİZİK

Turmambekov T.A.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Seyitov B.Zh.	- PhD /Kazakistan/
Rakhadilov B.K.	- PhD, Doç. Dr. /Kazakistan/
Sagdoldina Zh.B.	- PhD., Doç. Dr. /Kazakistan/
Çoruh A.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Melehat B.D.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Kurbanov U.T.	- Fiz.-Mat. Bil. Dr. /Uzbekistan/

BİLİŞİM SERİSİ

Mamyrbek O.Zh.	- PhD, Prof. /Kazakistan/
Bidaibekov E.	- Ped. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Berkimbayev K.	- Ped. Bil. Dr., Prof. /Kazakistan/
Kazbekova G.N.	- Ped. Bil. Dr., Doç. Dr. /Kazakistan/
Kanadilova A.Zh.	- Ped. Bil. Dr., Doç. Dr. /Kazakistan/
Akchayol M.A.	- Prof. Dr. /Türkiye/
Karajan H.	- Prof. Dr. /Türkiye/

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

МАТЕМАТИКА

Баканов Г.Б.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Турметов Б.Х.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Бориханов М.	- PhD /Казахстан/
Сарсенби А.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Нурсултанов Е.Д.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Ескендируглу Г.	- PhD /Турция/
Мораес В.	- PhD, проф. /Бразилия/

ФИЗИКА

Турмамбеков Т.А.	- д.ф.-м.н., проф. /Казахстан/
Сейтов Б.Ж.	- PhD /Казахстан/
Рахадиллов Б.К.	- PhD, ассоц., проф. /Казахстан/
Сагдолдина Ж. Б.	- PhD, ассоц., проф. /Казахстан/
Чорух А.	- проф., доктор /Турция/
Мелехат Б.Д	- проф., доктор /Турция/
Курбанов У.Т.	- д.ф.-м.н. /Узбекистан/

ИНФОРМАТИКА

Мамырбек О.Ж	- PhD, проф. /Казахстан/
Бидайбеков Е.Ы.	- д.п.н., проф./Казахстан/
Беркимбаев К.М.	- д.п.н., проф. /Казахстан/
Казбекова Г.Н.	- д.п.н., доц. /Казахстан/
Жумадилаева А.К.	- д.п.н., доц. /Казахстан/
Акчайол М.А.	- проф., доктор /Турция/
Караджан Х.	- проф., доктор /Турция/

EDITORIAL BOARD

MATHEMATICS

Bakanov G.B.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Turmetov B.Kh.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Borikhanov M.	- PhD, /Kazakhstan/
Sarsenbi A.	- D.Sc. Phys.-Math. /Kazakhstan/
Nursultanov E.D.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof. /Kazakhstan/
Yeskendioglu G.	- PhD /Turkey/
Moraes W.	- PhD /Brazil/

PHYSICS

Turmambekov T.A.	- D.Sc. Phys.-Math., Prof./Kazakhstan/
Seyitov B.Zh.	- PhD /Kazakhstan/
Rakhadilov B.K.	- PhD., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Sagdoldina Zh.B.	- PhD., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Coruh A.	- Prof. Dr. /Turkey/
Melehat B.D.	- Prof. Dr. /Turkey/
Kurbanov U.T.	- D.Sc. Phys.-Math. /Uzbekistan/

COMPUTER SCIENCE

Mamyrbek O.Zh.	- PhD., Prof. /Kazakhstan/
Bidaibekov E.	- Dr. Ped. Sc., Prof. /Kazakhstan/
Berkimbayev K.	- Dr. Ped. Sc., Prof. /Kazakhstan/
Kazbekova G.N.	- Dr. Ped. Sc., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Kanadilova A.Zh.	- Dr. Ped. Sc., Assoc. Prof. /Kazakhstan/
Akchayol M.A.	- Prof. Dr. /Turkey/
Karajan H.	- Prof. Dr. /Turkey/

Назарова К.Ж.¹, Усманов К.И.², Нұрсейтов А.³

¹физика-математика ғылымдарының кандидаты, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті

(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz

²физика-математика ғылымдарының кандидаты, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті

(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz

³магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті

(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: akhmad.nurseitov@ayu.edu.kz

**ЖӘЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ҮШІН БЕЙЛОКАЛДЫ ШАРТТЫ ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ
ШЕШІЛІМДІЛІК ЖАҒДАЙЛАРЫ**

**CONDITIONS FOR SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ORDINARY
DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH NONLOCAL CONDITIONS**

**УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ**

Аңдатпа. Бұл мақалада бейлокальды шекаралық шарттары бар жәй дифференциалдық теңдеулерді зерттеу үшін Д. Джумабаевтың параметрлеу әдісі қолданылады. Есепті шешу барысында арнайы $\mu = y(0)$

параметр енгізіліп, $y(x) = u(x) + \mu$ алмастыру жасалады. Қарастырылып отырған есеп екі бөлікке бөлінеді: біріншісі - жәй дифференциалдық теңдеу үшін Коши есебі, екіншісі - енгізілген параметрге қатысты сызықтық теңдеу.

Коши есебінің шешімін анықтау үшін орамдар теориясына негізделген Микусинскийдің операторлық әдісі пайдаланылады. Микусинскийдің операторлық әдісі - жәй дифференциалдық және интегралдық теңдеулерді шешуде қолданылатын тиімді аналитикалық құрал. Бұл әдіс орамдар (свертка) теориясына негізделген және операторлық есептеулер арқылы теңдеулердің шешімін табуға мүмкіндік береді. Микусинский әдісінің негізгі ерекшелігі - дифференциалдық теңдеуді арнайы анықталған операторлар көмегімен түрлендіру арқылы оны алгебралық түрде қарастыру болып табылады. Осы әдіс негізінде параметр λ мәндеріне байланысты Коши есебінің шешімі анықталып, ол шеттік шарттарға қойылады. Нәтижесінде, енгізілген α, β параметрлерге қатысты сызықтық теңдеулер жүйесі алынады.

Алынған теңдеудің параметрлеріне қатысты шешімділігіне байланысты бастапқы бейлокальды шеттік есептің шешімділігі туралы теоремалар тұжырымдалады. Зерттеу нәтижелері бейлокальды шарттары бар дифференциалдық теңдеулерді шешудің тиімді жолдарын көрсетіп, олардың теориялық негіздерін нақтылайды.

Негізгі сөздер: бейлокал шартты, шекаралық есеп, параметрлеу әдісі, Коши есебі, бірімді шешімділік, операторлық әдіс, орамдар теориясы.

Abstract. In this paper, Dzhumabaev's parameterization method is used to study ordinary differential equations with nonlocal boundary conditions. The parameter $\mu = y(0)$ was introduced and the replacement $y(x) = u(x) + \mu$ was performed. The problem under consideration is divided into two parts: the first is the Cauchy problem for an ordinary differential equation, the second is a linear equation with respect to the introduced parameter.

To determine the solution to the Cauchy problem, the Mikusinsky operator method is used, based on the convolution theory. The Mikusinsky operator method is an effective analytical tool used to solve ordinary differential and integral equations. This method is based on the theory of convolutions and allows finding solutions to equations using operator calculations. The main feature of Mikusinsky's method is that it is considered algebraically, by transforming the differential equation using specially defined operators. Based on this method, using the values of λ , we determine the solution to the Cauchy problem and, by placing it on the boundary conditions, we obtain a system of linear equations associated with the introduced parameters α, β .

Theorems on the solvability of the original nonlocal boundary value problem are formulated based on the solvability of the resulting equation with respect to its parameters. The results of the study demonstrate effective methods for solving differential equations with nonlocal conditions and clarify their theoretical foundations.

Key words: nonlocal conditions, boundary value problem, parameterization method, Cauchy problem, unique solvability, operator method, convolution theory.

Аннотация. В данной статье метод параметризации Джумабаева используется для исследования обыкновенных дифференциальных уравнений с нелокальными граничными условиями. Был введен параметр $\mu = y(0)$ и выполнена замена $y(x) = u(x) + \mu$. Рассматриваемая задача разделена на две части: первая - задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, вторая - линейное уравнение относительно введенного параметра. Для определения решения задачи Коши используется метод оператора

Микусинского, основанный на теории свертки. Операторный метод Микусинского является эффективным аналитическим инструментом, используемым для решения обыкновенных дифференциальных и интегральных уравнений. Этот метод основан на теории свертки и позволяет находить решения уравнений посредством операторных вычислений. Главной особенностью метода Микусинского является то, что он рассматривается алгебраически, путем преобразования дифференциального уравнения с помощью специально определенных операторов. На основе этого метода по значениям λ определяем решение задачи Коши и, поставив его на граничные условия, получаем систему линейных уравнений, связанную с введенными параметрами α, β .

Формулируются теоремы о разрешимости исходной нелокальной краевой задачи на основе разрешимости полученного уравнения относительно его параметров. Результаты исследования демонстрируют эффективные способы решения дифференциальных уравнений с нелокальными условиями и проясняют их теоретические основы.

Ключевые слова: нелокальные условия, краевая задача, метод параметризации, задача Коши, однозначная разрешимость, операторный метод, теория свертки.

Кіріспе

Дифференциалдық теңдеулер әртүрлі физикалық, биологиялық және инженерлік процестерді математикалық модельдеуде маңызды рөл атқарады. Классикалық тұрғыда шекаралық шарттар қарастырып отырған есептің белгілі бір нүктелеріндегі мәндерді беру арқылы анықталады. Алайда көптеген практикалық есептерді шешу барысында, шеттік шарттар шешімнің бүкіл аймақтағы нүктелерінде немесе оның бір бөлігінің интегралы арқылы немесе басқа да тәуелділіктер түрінде анықталады, яғни бейлокальды шеттік шарттар пайда болады.

Мұндай есептер жылуөткізгіштік теориясы, деформацияланған қатты дене механикасы, биофизика және экология сияқты салаларда кездеседі. Мысалы, жылу таралу есесінде жылу көздерінің жиынтығын есептеуді модельдеу барысында интегралдық шекаралық шарттар туындайды, ал популяциялардың таралуын сипаттайтын биология есептерінде шеттік шарттар индивидтердің таралуынан жаһандық тәуелділігін қамтуы мүмкін бейлокальдық шарттармен беріледі.

Бейлокальды шеттік шарттары бар дифференциалдық теңдеулерді зерттеу теориялық және қолданбалы маңызға ие. Бір жағынан, шешімдердің бар болуы мен бірегейлігін анықтау, сондай-ақ олардың аналитикалық және сандық әдістерін әзірлеу маңызды. Екінші жағынан, мұндай модельдерді практикалық қолдану тиімді есептеу алгоритмдерін дамытуды және оларды нақты есептерге бейімдеуді талап етеді.

Соңғы жылдарда дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокальдық шекаралық есептер зерттеушілердің назарын барған сайын көбірек аударуда. Себебі, бейлокальдық шарттар шешімнің мәндерін тек облыстың шекарасында ғана емес, оның ішкі нүктелерінде немесе интегралдық байланыстыр ретінде беріледі.

А.М. Нахушев дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокальды шекаралық есептер теориясының дамуына елеулі үлес қосты. Ол алғаш рет ығысуы бар шекаралық есеп, бейлокальды есептер және жүктелген теңдеулер ұғымдарын енгізді, бұл осы саладағы одан әрі

зерттеулердің негізіне айналды. [1] жұмысында ол шекаралық шарттары шешімнің облыстың басқа нүктелеріндегі мәндеріне немесе облыс бойынша интегралдарға тәуелді болатын есептерді зерттеді, бұл шешімнің жергілікті қасиеттеріне оның ғаламдық сипаттарының әсерін көрсетеді.

А.А. Самарский мен Н.И. Ионкин бұл есептерді шешудің сандық әдістерін дамытуға айтарлықтай үлес қосты, олар бейлокалды шекаралық шарттар үшін орнықты айырмалар схемаларын жасады [2].

Сонымен қатар, М.А. Садыбековтың парабола-гипербола типті теңдеулер үшін бейлокалды шекаралық есептердің спектрлік қасиеттеріне арналған зерттеулері маңызды [3]. Әртүрлі теңдеулер үшін локальді емес есептер көптеген авторлардың жұмыстарында қарастырылды [4-8].

Бұл мақалада бейлокалды шекаралық шарттары бар дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің негізгі тәсілдері қарастырылады. Шеттік есептерді шешудің жаңа бір әдісі ретінде профессор Д.Джумабаевтың [9] параметрлеу әдісі қолданылады. Бастапқы кезде параметрлеу әдісі дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешуде қолданылған болатын [10]. Кейін ол интегралдық - дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептерді шешуде [11-13], дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер үшін бастапқы - шеттік есептерді шешуде кеңінен қолданылатын болды [14,15].

Зерттеу әдістері және негізгі нәтижелер

[0,1] кесіндісінде интегралдық шартты шеттік есепті қарастырамыз:

$$y''(x) + \lambda y(x) = f(x), \quad x \in [0,1] \quad (1)$$

$$y'(0) = 0, \quad (2)$$

$$y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx \quad (3)$$

мұндағы, $f(x)$ - [0,1] кесіндісінде үзіліссіз функция. α, β - тұрақтылар. λ - параметр.

Анықтама. (1) - (3) есебінің шешімі деп (1) дифференциалдық теңдеуді және (2), (3) шеттік шарттарды қанағаттандыратын [0,1] кесіндісінде үзіліссіз дифференциалданатын $y(x)$ функциясын айтамыз.

Кесіндінің бастапқы нүктесінде $\mu = y(0)$ параметрін енгіземіз және $y(x) = u(x) + \mu$ алмастыруын жасаймыз. Сонда (1)-(3) есебі келесі эквивалентті есепке келтіріледі:

$$u''(x) + \lambda u(x) = f^*(x), \quad x \in [0,1] \quad (4)$$

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 0 \quad (5)$$

$$\mu = \alpha u(1) + \alpha \mu + \beta \int_0^1 u(x) dx + \beta \mu \quad (6)$$

мұндағы, $f^*(x) = f(x) - \lambda \mu$.

Лемма. (1) - (3) есебі (4) - (5) есебіне эквивалентті. Егер $(u(x), \mu)$ жұбы (4) - (5) есебінің шешімі болса, онда $y(x) = u(x) + \mu$, $\mu = y(0)$ бастапқы берілген (1) - (3) есебінің шешімі болады. Керісінше, егер $y(x)$ функциясы (1) - (3) есебінің шешімі болса, онда $u(x) = y(x) - \mu$, $\mu = y(0)$ функциясы (4) - (6) есебінің шешімі болады.

Коши есебінің шешімін Микусинский ұсынған операциялық есептеулер [16] арқылы анықтаймыз

$$u''(x) \rightarrow s^2 u(x) - su(0) - u'(0) = s^2 u(x) \quad (7)$$

болса, онда (4) теңдеу мына түрге келтіріледі:

$$s^2 u(x) + \lambda u(x) = f^*(x). \quad (8)$$

Бұдан

$$u(x) = \frac{1}{s^2 + \lambda} f^*(x). \quad (9)$$

Енді λ - параметрінің әр түрлі жағдайларында $u(x)$ функциясын қарастырамыз:

$\lambda = 0$ болған жағдайда.

Егер $\lambda = 0$ болса, онда $u(x) = \frac{1}{s^2} f^*(x)$ болады. Сонда $u(x)$ функциясын келесі түрде жазып аламыз:

$$u(x) = \frac{1}{s^2} f^*(x) = \int_0^x (x-\tau) f^*(\tau) d\tau = \int_0^x (x-\tau) f(\tau) d\tau - \lambda \mu \frac{x^2}{2} = \int_0^x (x-\tau) f(\tau) d\tau \quad (10)$$

Шыққан өрнекті шеттік шарттарға қою арқылы μ параметрінің мәнін анықтаймыз:

$$\mu = \alpha u(1) + \alpha \mu + \beta \int_0^1 u(x) dx + \beta \mu \Rightarrow$$

$$\mu = \alpha \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \alpha \mu + \beta \mu + \beta \int_0^1 \int_0^x (x-\tau) f(\tau) d\tau dx$$

$$\mu - \alpha \mu - \beta \mu = \alpha \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \beta \int_0^1 f(\tau) d\tau \int_{\tau}^1 (x-\tau) dx$$

$$\mu = \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau. \quad (11)$$

Теорема 1. $\lambda = 0$, $\alpha + \beta \neq 1$ болсын. Онда (1) - (3) теңдеуінің $y(x)$ шешімі бар болады

$$y(x) = \int_0^x (x-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau.$$

Дәлелдеуі. (10) және (11) теңдіктерінен анықталған $(u(x), \mu)$ жұбы (4)-(6) есебінің шешімі болсын. Онда $u(x)$ пен μ мәндері арқылы анықталатын $y(x) = u(x) + \mu$ шешімі (1) - (3) есебінің шешімі болатындығын көрсетеміз. Ол үшін $y(x) = u(x) + \mu$ алмастыруына $u(x)$ пен μ мәндерін қойып $y(x)$ - ты анықтаймыз:

$$y(x) = \int_0^x (x-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau \quad (12)$$

Шыққан (12) шешім (1) $y''(x) + \lambda y(x) = f(x)$ дифференциалдық теңдеуді, (2) $y'(0) = 0$ және (3) $y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx$ шеттік шарттарын қанағаттандыратынын тексереміз:

$$1. \quad y'(x) = \int_0^x f(\tau) d\tau, \quad y''(x) = f(x), \quad y''(x) + \lambda y(x) = f(x) \Rightarrow f(x) + 0 = f(x).$$

Демек (1) дифференциалдық теңдеуді қанағаттандырады.

$$2. \quad y'(0) = 0 \text{ шеттік шарты орындалады.}$$

$$3. \quad y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx \Rightarrow \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau -$$

$$-\alpha \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\alpha^2}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau -$$

$$-\beta \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau - \frac{\alpha\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 (1-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\beta^2}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{(1-\tau)^2}{2} f(\tau) d\tau = 0$$

Тепе-теңдік орындалды. Демек (3) шеттік шартты да қанағаттандырады. Теорема дәлелденді.

$\lambda > 0$ болған жағдай.

$\lambda > 0$ болған жағдайда $u(x) = \frac{1}{s^2 + \lambda} f^*(x)$, $f^*(x) = f(x) - \lambda \mu$ болады. Сонда $u(x)$

функциясын келесі түрде жазып аламыз:

$$u(x) = \frac{1}{s^2 + (\sqrt{\lambda})^2} f^*(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f^*(\tau) d\tau =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\lambda \mu}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) d\tau = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \mu (1 - \cos \sqrt{\lambda} x)
 \end{aligned} \quad (13)$$

Шыққан өрнекті шеттік шарттарға қоямыз:

$$\mu = \alpha u(1) + \alpha \mu + \beta \int_0^1 u(x) dx + \beta \mu \Rightarrow \mu(1 - \alpha - \beta) = \alpha u(1) + \beta \int_0^1 u(x) dx$$

Бұдан

$$\mu = \frac{1}{(1 - \alpha - \beta)} \alpha u(1) + \frac{\beta}{(1 - \alpha - \beta)} \int_0^1 u(x) dx \quad (14)$$

болады. $u(1)$ және $\int_0^1 u(x) dx$ мәндерін анықтап (14) теңдігіне қоямыз. Сонда

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^1 \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) f(\tau) d\tau - \mu (1 - \cos \sqrt{\lambda}) \right] + \\
 &+ \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^1 (1 - \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)) f(\tau) d\tau - \mu \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sin \sqrt{\lambda} \right) \right],
 \end{aligned}$$

Осыдан μ параметрінің мәнін анықтаймыз:

$$\mu = \frac{1}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \int_0^1 \left[\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau \quad (15)$$

Теорема 2. $\lambda > 0$ болғанда $\beta = 0$, $\alpha = 1$, $\lambda \neq 4\tau^2 k^2$ болсын.

Онда (1) - (3) теңдеуінің $y(x)$ шешімі бар болады:

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau + \\
 &+ \frac{\cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \int_0^1 \left[\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau
 \end{aligned} \quad (16)$$

Дәлелдеуі. (13) және (15) теңдіктерінен анықталған $(u(x), \mu)$ жұбы (4) - (6) есебінің шешімі болсын. Онда $u(x)$ пен μ мәндері арқылы анықталатын $y(x) = u(x) + \mu$ шешімі (1)

- (3) есебінің шешімі болатындығын көрсетеміз. Ол үшін $y(x) = u(x) + \mu$ алмастыруына (13) және (15) теңдіктерінің оң жағын қойып $y(x)$ - ты анықтаймыз:

$$y(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau + \\ + \frac{\cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \int_0^1 [\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)] f(\tau) d\tau$$

Шыққан (16) шешім (1) $y''(x) + \lambda y(x) = f(x)$ дифференциалдық теңдеуді, (2) $y'(0) = 0$ және (3) $y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx$ шеттік шарттарын қанағаттандыратынын тексереміз. Ол үшін $y'(x)$, $y''(x)$ -ті анықтап аламыз.

$$y'(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sqrt{\lambda} \cos \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times \\ \times \int_0^1 [\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)] f(\tau) d\tau \\ y''(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{\lambda} f(x) - \int_0^x \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\lambda \cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times \\ \times \int_0^1 [\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)] f(\tau) d\tau.$$

Бастапқы теңдеуге қоямыз:

$$1. \quad f(x) - \int_0^x \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\lambda \cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times \\ \times \int_0^1 [\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)] f(\tau) d\tau + \frac{\sqrt{\lambda} \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau + \\ + \frac{\lambda \cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha \lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \cdot \int_0^1 [\alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau)] f(\tau) d\tau = f(x) \\ f(x) = f(x).$$

Тепе-теңдік орнады, демек шешім $y(x)$ - бастапқы (1) теңдеуін қанағаттандырады. Енді $y(x)$ шеттік шарттарды да қанағаттандыратындығын тексереміз:

2. $y'(0) = 0$

3. $y(0), y(1), \int_0^1 y(x) dx$ -ті анықтап алып (3) шеттік шартқа қоямыз.

$$y(0) = \frac{1}{\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \cdot \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau,$$

$$y(1) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^1 \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\cos \sqrt{\lambda}}{\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times$$

$$\times \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau,$$

$$\int_0^1 y(x) dx = \int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau + \frac{\cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau \right] dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^1 f(\tau) d\tau \int_{\tau}^1 \sin \sqrt{\lambda} (x-\tau) dx + \int_0^1 \frac{\cos \sqrt{\lambda} x}{\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times$$

$$\times \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau dx =$$

$$= -\frac{1}{\lambda} \int_0^1 \left(\cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) - 1 \right) f(\tau) d\tau + \frac{\sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda} (\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda})} \times$$

$$\times \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau.$$

Сонда келесі теңдік алынады:

$$y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda - \alpha\lambda \cos \sqrt{\lambda} - \beta\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda}} \times \int_0^1 \left[\alpha\sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) \right] f(\tau) d\tau \times$$

$$\times \left(1 - \alpha \cos \sqrt{\lambda} - \frac{\beta \sin \sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}} \right) = \frac{\alpha}{\sqrt{\lambda}} \int_0^1 \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\beta}{\lambda} \left(\int_0^1 \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) - 1 \right) f(\tau) d\tau$$

немесе

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \alpha \sqrt{\lambda} \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) f(\tau) d\tau = \\ & = \frac{1}{\lambda} \left(\int_0^1 \sqrt{\lambda} \alpha \sin \sqrt{\lambda} (1-\tau) - \beta \cos \sqrt{\lambda} (1-\tau) + \beta \right) f(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Сонымен $u(x)$ үшінші шартты да қанағаттандырады. Теорема дәлелденді.

$$\lambda < 0 \text{ болған жағдайда } u(x) = \frac{1}{s^2 + \lambda} f^*(x) = \frac{1}{s^2 - (\sqrt{-\lambda})^2} f^*(x), \quad f^*(x) = f(x) - \lambda \mu$$

болады. Сонда $u(x)$ функциясын келесі түрде жазып аламыз:

$$\begin{aligned} u(x) &= \frac{1}{s^2 - (\sqrt{-\lambda})^2} f^*(x) = \frac{1}{2\sqrt{-\lambda}} \frac{1}{s - \sqrt{-\lambda}} f^*(x) - \frac{1}{2\sqrt{-\lambda}} \frac{1}{s + \sqrt{-\lambda}} f^*(x) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \left[\int_0^x \frac{e^{\sqrt{-\lambda}(x-\tau)} - e^{-\sqrt{-\lambda}(x-\tau)}}{2} \right] f^*(\tau) d\tau = \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) f^*(\tau) d\tau = \\ &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \frac{\lambda \mu}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) d\tau = \\ &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) f(\tau) d\tau - \mu (1 - ch x \sqrt{-\lambda}) \end{aligned} \quad (17)$$

Шыққан өрнектің $u(1) \int_0^x u(x) dx$ мәндерін есептеп шеттік шарттарға қоямыз:

$$\begin{aligned} u(1) &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^1 sh \sqrt{-\lambda} (1-\tau) f^*(\tau) d\tau \\ \int_0^1 u(x) dx &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) f^*(\tau) d\tau dx = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} f^*(\tau) d\tau \int_\tau^1 sh \sqrt{-\lambda} (x-\tau) dx = \\ &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\lambda} \sqrt{-\lambda}} (ch \sqrt{-\lambda} (1-\tau) - 1) f^*(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Енді μ мәнін анықтаймыз:

$$\mu = \alpha (u(1) + \mu) + \beta \int_0^x u(x) dx + \beta \mu = \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^1 sh \sqrt{-\lambda} (1-\tau) f^*(\tau) d\tau +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\lambda}} (ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau)-1) f^*(\tau) d\tau = \\
 & = \left[\int_0^1 \frac{\alpha sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau)}{\sqrt{-\lambda}(1-\alpha-\beta)} + \frac{\beta(ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau)-1)}{\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\lambda}(1-\alpha-\beta)} \right] f(\tau) d\tau - \\
 & - \lambda \mu \int_0^1 \frac{\alpha sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau)}{\sqrt{-\lambda}(1-\alpha-\beta)} + \frac{\beta(ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau)-1)}{\sqrt{-\lambda}\sqrt{-\lambda}(1-\alpha-\beta)} d\tau = \\
 & = \frac{1}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda}-\alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda}-\beta sh\sqrt{-\lambda})} \int_0^1 (\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

Сонымен

$$\mu = \frac{1}{-\lambda - \alpha\lambda ch\sqrt{-\lambda} - \beta\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}} \int_0^1 (\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau. \quad (18)$$

Теорема 3. $\lambda < 0$ болғанда $\beta = 0$, $\alpha = 1$, $\lambda \neq -4\pi^2 k^2$, $\lambda \neq 0$ болсын. Онда (1)-(3) теңдеуінің $y(x)$ шешімі бар болады:

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau + chx\sqrt{-\lambda} \times \\
 & \times \frac{1}{-\lambda + \alpha\lambda ch\sqrt{-\lambda} - \beta\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}} \int_0^1 (\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau \quad (19)
 \end{aligned}$$

Дәлелдеуі. (17) және (18) теңдіктерінен анықталған $(u(x), \mu)$ жұбы (4) - (6) есебінің шешімі болсын. Онда $u(x)$ пен μ мәндері арқылы анықталатын $y(x) = u(x) + \mu$ (19) шешімі (1) - (3) есебінің шешімі болатындығын көрсетеміз. Ол үшін $y(x) = u(x) + \mu$ алмастыруына (17) және (18) теңдіктерінің оң жағын қоямыз.

Шыққан (19) шешім (1) $y''(x) + \lambda y(x) = f(x)$ дифференциалдық теңдеуді, (2) $y'(0) = 0$ және (3) $y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx$ шеттік шарттарын қанағаттандырады. Ол үшін $y'(x)$, $y''(x)$ -ті анықтап аламыз.

$$y'(x) = - \int_0^x ch\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau + \sqrt{-\lambda} shx\sqrt{-\lambda} \int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda}-\alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda}-\beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau,$$

$$y''(x) = f(x) + \int_0^x \sqrt{-\lambda} sh\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau +$$

$$+ (\sqrt{-\lambda})^2 chx\sqrt{-\lambda} \int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau$$

Табылған мәндерді бастапқы дифференциалдық теңдеуге қоямыз:

$$\begin{aligned} y''(x) + \lambda y(x) = f(x) \quad \Rightarrow \quad f(x) + \int_0^x \sqrt{-\lambda} sh\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau + \\ + (\sqrt{-\lambda})^2 chx\sqrt{-\lambda} \int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau + \\ + \frac{\lambda}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau + \lambda chx\sqrt{-\lambda} \times \\ \times \int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau = f(x) \quad \Rightarrow f(x) = f(x) \end{aligned}$$

Енді шеттік шарттарды тексереміз. $y(1)$, $\int_0^1 y(x) dx$ мәндерін есептейміз.

$$\begin{aligned} y(1) &= \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^1 sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) f(\tau) d\tau + ch\sqrt{-\lambda} \times \\ &\times \frac{1}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} \int_0^1 (\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^1 \frac{\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta ch\sqrt{-\lambda} + \beta ch\tau\sqrt{-\lambda}}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau, \\ \int_0^1 y(x) dx &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\lambda}} \int_0^x sh\sqrt{-\lambda}(x-\tau) f(\tau) d\tau + \\ &+ \int_0^1 chx\sqrt{-\lambda} \left[\int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - \beta}{\sqrt{-\lambda}(\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau \right] dx = \int_0^1 \frac{(ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) - 1) f(\tau) d\tau}{(\sqrt{-\lambda})^2} + \\ &+ \int_0^1 \frac{\alpha\sqrt{-\lambda}sh\sqrt{-\lambda}(1-\tau) sh\sqrt{-\lambda} + \beta ch\sqrt{-\lambda}(1-\tau) sh\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda}}{(\sqrt{-\lambda})^2 (\sqrt{-\lambda} - \alpha\sqrt{-\lambda}ch\sqrt{-\lambda} - \beta sh\sqrt{-\lambda})} f(\tau) d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(0) = \alpha y(1) + \beta \int_0^1 y(x) dx &\Rightarrow \int_0^1 (\alpha \sqrt{-\lambda} sh \sqrt{-\lambda} (1-\tau) + \beta ch \sqrt{-\lambda} (1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^1 (\alpha \sqrt{-\lambda} sh \sqrt{-\lambda} (1-\tau) + \beta ch \sqrt{-\lambda} (1-\tau) - \beta) f(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Шешім $y(x)$ (3) шеттік шартын қанағаттандырады. Теорема дәлелденді.

Қорытынды

Бұл жұмыста жәй дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал шартты шеттік есеп қарастырылды. Қарастырылып отырған есептердің шешілімділігін алу жолдары көрсетіледі. Шешімнің бірегейлігі мен бар болуын дәлелдеу үшін Микусинский теориясы пайдаланылады.

Бұл жұмыс Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің грантымен (грант № AP23488086) қолдау тапты.

Әдебиеттер тізімі.

1. Нахушев, А. М. (1995). *Уравнения математической биологии*. – Москва: Издательство "Высшая Школа",
2. Ionkin, N. I. (1977). *Solution of nonlocal problems for one-dimensional oscillations of a medium*. Differential Equations, 12(4), 294–304.
3. Садыбеков, М. А., Турметов, Б. Х. (2014). *Об одном аналоге периодических краевых задач для уравнения Пуассона в круге*. Дифференциальные уравнения, 50(2), 264–264.
4. Кожанов, А. И., Тарасова, Г. И. (2023). *Пространственно-нелокальные краевые задачи для некоторых классов уравнений соболевского типа высокого порядка*.
5. Покровский, И. Л., Мартынов, Д. А., Зубарев, К. М. (2024). *Исследование собственных функций краевой задачи с нелокальными граничными условиями*. Международный журнал гуманитарных и естественных наук, 4 (98), 177–185.
6. Зикиров, Б. З., Маманазаров, Д. С. (2022). *Локальные и нелокальные краевые задачи для некоторых классов дифференциальных уравнений с незнакомоопределенным направлением эволюции*.
7. Езаова, А. Г. и др. (2021). *Нелокальная внутренняя краевая задача для смешанного уравнения третьего порядка*. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки, 2 (210), 4–10.
8. Марданов, М. Д., Шарифов, Я. А. (2025). *Существование и единственность решений системы Гурса–Дарбу с интегральными граничными условиями*. Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки», 29(2), 241–255.
9. Джумабаев, Д. С. (1989). *Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения*. Журнал вычислительной математики и математической физики, 29(1), 50–66.
10. Джумабаев, Д. С., Назарова, К. Ж. (2006). *Об одном варианте метода параметризации для нелинейной двухточечной краевой задачи*. Математический журнал, 6(2), 60–67.
11. Bakirova, E., Iskakova, N., Kadirbayeva, Z. (2023) *Numerical implementation for solving the boundary value problem for impulsive integro-differential equations with parameter*. Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, 119(3), 19–29.
12. Кадирбаева, Ж. М., Бакирова, Е. А. (2020) *Numerical Solution of the Boundary Value Problems for the Loaded Differential and Fredholm Integro-differential Equations*. International Journal of Information and Communication Technologies, 1(2), 406941.
13. Усманов, К. И. (2022). *Условие однозначной разрешимости нелокальных краевых задач для систем функционально-дифференциальных уравнений*. QA Iasaýı atyndaǵy Halyqaralyq qazaq-túrik yníversitetiniń habarlary, 3(22), 48–58.

14. Assanova, A., Molybaikyzy, A. (2025). Solution to the periodic problem for the impulsive hyperbolic equation with discrete memory. *Kazakh Mathematical Journal*, 25(1), 16-27.
15. Каженова, Н. Ж., Орумбаева, Н. Т. (2022). Об одной нелинейной краевой задаче для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка. *Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры*, 206(0), 63-67.
16. Микусинский, Я. (2013). *Операторное исчисление*. – Рипол Классик.

References

1. Nakhushev, A. M. (1995). *Uravneniya matematicheskoy biologii*. – Moskva: Izdatel'stvo "Vysshaya Shkola".
2. Ionkin, N. I. (1977). Solution of nonlocal problems for one-dimensional oscillations of a medium. *Differential Equations*, 12(4), 294–304.
3. Sadybekov, M. A., Turmetov, B. Kh. (2014). Ob odnom analoge periodicheskikh kraevykh zadach dlya uravneniya Puassona v krugе. *Differentsial'nye uravneniya*, 50(2), 264–264.
4. Kozhanov, A. I., Tarasova, G. I. (2023). Prostranstvenno-nelokal'nye kraevye zadachi dlya nekotorykh klassov uravneniy sobolevskogo tipa vysokogo poriyadka.
5. Pokrovskiy, I. L., Martynov, D. A., Zubarev, K. M. (2024). Issledovanie sobstvennykh funktsiy kraevoy zadachi s nelokal'nymi granichnymi usloviyami. *Mezhdunarodnyy zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk*, 4 (98), 177–185.
6. Zikirov, B. Z., Mamanazarov, D. S. (2022). Lokal'nye i nelokal'nye kraevye zadachi dlya nekotorykh klassov differentsial'nykh uravneniy s neznakoopredelennym napravleniem evolyutsii.
7. Ezaova, A. G. i dr. (2021). Nelokal'naya vnutrennyaya kraevaya zadacha dlya smeshannogo uravneniya tret'ego poriyadka. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severokavkazskiy region. Estestvennye nauki*, 2 (210), 4–10.
8. Mardanov, M. D., Sharifov, Ya. A. (2025). Sushchestvovanie i edinstvennost' resheniy sistemy Gursa–Darbu s integral'nymi granichnymi usloviyami. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya "Fiziko-matematicheskie nauki"*, 29(2), 241–255.
9. Dzhumabajev, D. S. (1989). Priznaki odnoznachnoy razreshimosti lineynoy kraevoy zadachi dlya obyknovennogo differentsial'nogo uravneniya. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*, 29(1), 50–66.
10. Dzhumabajev, D. S., Nazarova, K. Zh. (2006). Ob odnom variante metoda parametrizatsii dlya nelineynoy dvukhtochkevoy kraevoy zadachi. *Matematicheskij zhurnal*, 6(2), 60–67.
11. Bakirova, E., Iskakova, N., Kadirbayeva, Z. (2023). Numerical implementation for solving the boundary value problem for impulsive integro-differential equations with parameter. *Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science*, 119(3), 19–29.
12. Kadirbaeva, Zh. M., Bakirova, E. A. (2020). Numerical Solution of the Boundary Value Problems for the Loaded Differential and Fredholm Integro-differential Equations. *International Journal of Information and Communication Technologies*, 1(2), 406941.
13. Usmanov, K. I. (2022). Uslovie odnoznachnoy razreshimosti nelokal'nykh kraevykh zadach dlya sistem funktsional'no-differentsial'nykh uravneniy. *QA Iasayı atyndaǵy Halyqaralyq qazaq-turik ıniversitetiniń habarlary*, 3(22), 48–58.
14. Assanova, A., Molybaikyzy, A. (2025). Solution to the periodic problem for the impulsive hyperbolic equation with discrete memory. *Kazakh Mathematical Journal*, 25(1), 16–27.
15. Kazhenova, N. Zh., Orumbaeva, N. T. (2022). Ob odnoy nelineynoy kraevoy zadache dlya differentsial'nogo uravneniya v chastnykh proizvodnykh tret'ego poriyadka. *Itogi nauki i tekhniki. Sovremennaya matematika i ee prilozheniya. Tematicheskie obzory*, 206(0), 63–67.
16. Mikusinskiy, Ya. (2013). *Operatornoe ischislenie*. – Ripol Klassik.

Авторлар туралы мәліметтер

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Назарова К. Ж. – физика-математика ғылым кандидаты, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-2093-1879, +7 7479901964
	Nazarova K. Zh. – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Ahmet Yassawi University , Turkestan, Kazakhstan, e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-2093-1879, +7 7479901964

	Назарова К. Ж. – кандидат физико-математических наук, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: kulzina.nazarova@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-2093-1879, +7 7479901964
2	Усманов К. И. - физика-математика ғылым кандидаты, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-4311-5807, +7 7786467765
	Usmanov K. I. - Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Ahmet Yassawi University , Turkestan, Kazakhstan, e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-4311-5807, +7 7786467765
	Усманов К. И. – кандидат физико-математических наук, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: kairat.usmanov@ayu.edu.kz , ORCID:0000-0002-4311-5807, +7 7786467765
3	Нұрсейтов А. - магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: akhmad.nurseitov@ayu.edu.kz
	Nurseitov A. - master's student, Ahmet Yassawi University , Turkestan, Kazakhstan, e-mail: akhmad.nurseitov@ayu.edu.kz
	Нұрсейтов А – магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: akhmad.nurseitov@ayu.edu.kz

Мамбетов С.А.¹

¹докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: samat.mambetov@ayu.edu.kz

УАҚЫТ-КЕҢІСТІК БОЙЫНША СИНГУЛЯРЛЫ-БЕЙЛОКАЛ ДИФФУЗИЯ ТЕҢДЕУІ ҮШІН ТУРА
ЕСЕП

DIRECT PROBLEM FOR THE SPACE-TIME SINGULAR-NONLOCAL DIFFUSION EQUATION
ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО СИНГУЛЯРНО-
НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ

Аңдатпа. Бұл жұмыста кеңістік-уақыттық бойынша сингулярлы-бейлокал диффузия теңдеуі үшін тура есеп қарастырылады. Зерттеу барысында Лежандр дифференциалдық теңдеуімен байланысқан спектрлік бөлшек-сызықты теңдеулердің шешімдері талданады. Алдымен шешімнің бар болу және жалғыздық шарттары дәлелденіп, осыған қажетті регулярлық шарттар енгізіледі. Есепті шешу әдісі ретінде айнымалыларды ажырату тәсілі қолданылады. Бұл тәсіл негізінде шешімдер қатар түрінде өрнектеліп, олардың Лежандрдың ортогоналды көпмүшелері арқылы берілуі қарастырылады. Сонымен қатар, қатарлардың жинақталуы жан-жақты зерттеліп, шешімдердің тегістігі мен функционалдық қасиеттері талданады.

Мақалада Капуто мағынасындағы бөлшекті туындылар, Риман–Лиувиль интегралдары және инволюция типіндегі операторлардың қолданысы түсіндіріледі. Теоремалар мен леммалар негізінде спектрлік есептердің меншікті мәндері мен функциялары анықталады. Шешімдердің бірқалыпты жинақталуы мен абсолютті жинақталуы дәлелденіп, олардың қойылған бастапқы-шеттік шарттарға сәйкестігі көрсетіледі.

Жалпы алғанда, бұл жұмыс бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер теориясын толықтыра отырып, тура есептерді шешудің жаңа тәсілдерін ұсынады және болашақта кері есептердің теориясына қолданылу мүмкіндігін ашады. Зерттеу нәтижелері математикалық физикадағы күрделі есептерді шешуге ықпал етіп, қолданбалы модельдерде пайдалануға негіз бола алады.

Негізгі сөздер: дербес туынды дифференциалдық теңдеу, Капуто бөлшекті туындысы, тура есеп, инволюция, спектрлік есеп, Лежандр көпмүшелері.

Abstract. This article investigates the direct problem for the space-time singular-nonlocal diffusion equation. The study focuses on solutions of spectral fractional-linear equations associated with the Legendre differential equation. First, the existence and uniqueness of the solution are established by introducing certain regularity conditions. The method of separation of variables is applied to construct the solutions, which are represented as series in terms of orthogonal Legendre polynomials. Furthermore, the convergence of these series is thoroughly analyzed, along with the smoothness and functional properties of the obtained solutions.

The paper discusses Caputo fractional derivatives, Riemann–Liouville integrals, and operators of the involution type. Based on several theorems and lemmas, eigenvalues and eigenfunctions of the spectral problems are derived. The uniform and absolute convergence of the solutions is proven, and their consistency with the given initial-boundary conditions is demonstrated.

Overall, this work contributes to the theory of fractional-order differential equations by proposing new approaches to solving direct problems and laying the foundation for further applications in inverse problem theory. The results can be applied to complex problems in mathematical physics and serve as a basis for use in applied models. Moreover, the proposed methods provide opportunities for improving the numerical solutions of specific problems.

Keywords: Partial differential equation, Caputo fractional derivative, direct problem, involution, spectral problem, Legendre polynomials.

Аннотация. В данной статье рассматривается прямая задача для пространственно-временного сингулярно-нелокального уравнения диффузии. Исследуются решения спектральных дробно-линейных уравнений, связанных с дифференциальным уравнением Лежандра. В начале устанавливаются условия существования и единственности решения, вводятся необходимые регулярные ограничения. Для решения задачи применяется метод разделения переменных. На этой основе решения получаются в виде рядов, выражаемых через ортогональные многочлены Лежандра. Также подробно анализируется сходимость рядов, гладкость решений и их функциональные свойства.

В статье рассматриваются дробные производные в смысле Капуто, интегралы Римана–Лиувилля и операторы инволюционного типа. На основе теорем и лемм определяются собственные значения и собственные функции спектральных задач. Доказана равномерная и абсолютная сходимость решений, а также их соответствие заданным начальными-краевыми условиями.

В целом, работа вносит вклад в теорию дифференциальных уравнений дробного порядка, предлагая новые подходы к решению прямых задач и создавая предпосылки для применения в теории обратных задач. Полученные результаты могут использоваться при решении сложных задач математической физики и в прикладных моделях. Кроме того, предложенные методы позволяют улучшить численные решения специальных задач.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение в частных производных, дробная производная Капуто, прямая задача, инволюция, спектральная задача, многочлены Лежандра.

Кіріспе

Бұл мақала Лежандр дифференциалдық операторын қамтитын бейлокал сызықты дифференциалдық тендеулерге байланысты тура есепті зерттеуге арналған. Атап айтқанда, Капуто бөлшекті туындыларын және инволюция типті кеңістіктік операторларды қамтитын тура есеп талданады. Осы типтегі есептер [2-8] жұмыстарда қарастырылған атап өткен жөн.

Негізгі мақсат - айнымалыларды ажырату әдісі арқылы қатар түріндегі шешімдерді құру және талдау. Біз меншікті функциялары Лежандр көпмүшелері арқылы өрнектелетін спектрлік есептерді шығарамыз және осы функцияларды шешімді бейнелеу үшін қолданамыз. Сонымен қатар, белгілі бір регулярлық шарттар енгізу арқылы шешімнің бар болуы мен жалғыздығы қатаң түрде дәлелденіп, бөлшекті кері есептердің теориясына үлес қосылады.

Зерттеу әдістері және материалдар

Анықтама1 [1] $g(t) \in L^q(0, T)$ ($1 \leq q \leq \infty$) функциясы және $\alpha \in (0, 1)$ саны үшін

$$I_{0|t}^{\alpha} g(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} g(s) ds, \quad t \in (0, T]$$

және

$$I_{t|T}^{\alpha} g(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_t^T (s-t)^{\alpha-1} g(s) ds, \quad t \in [0, T]$$

өрнектері Риман - Лиувилль мағынасындағы сол жақты және оң жақты бөлшек ретті интегралдары деп аталады. Мұндағы $\Gamma(\alpha)$ - Эйлер гамма функциясы.

Анықтама2 [1, 91 бет] $g(t) \in AC^1([0, T])$ функциясы және $\alpha \in (0, 1)$ саны үшін

$$D_{0|t}^{\alpha} g(t) = I_{0|t}^{1-\alpha} \frac{d}{dt} g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} g'(s) ds, \quad t \in (0, T]$$

және

$$D_{t|T}^{\alpha} g(t) = -I_{t|T}^{1-\alpha} \frac{d}{dt} g(t) = -\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_t^T (s-t)^{-\alpha} g'(s) ds, \quad t \in [0, T]$$

өрнектер Капуто мағынасындағы α - ретті сол жақты және оң жақты бөлшек ретті туынды деп аталады.

Лемма1 [1, 233 бет] $0 < \alpha < 1$, $\beta > -\alpha$ және $\lambda \in R$ болатын

$$D_t^\alpha u(t) + \lambda t^\beta u(t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(0) = \varphi, \quad \varphi \in R,$$

Коши есебінің шешімі келесідей анықталады:

$$u(t) = \varphi E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda t^{\alpha+\beta}),$$

мұндағы $E_{\alpha, m, n}(z)$ -Килбас-Сайго функциясы төмендегідей беріледі [1]

$$E_{\alpha, m, n}(z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{j=0}^{k-1} \frac{\Gamma(\alpha(jm+n)+1)}{\Gamma(\alpha(jm+n+1)+1)} z^k,$$

α, m - нақты сандар, ал $n \in C$, және мына шарттар орындалады:

$$\alpha > 0, m > 0, \alpha(jm+n)+1 \neq -1, -2, -3, \dots (j \in N_0).$$

Лемма2 Кез келген $\alpha \in (0,1)$, $\beta > \alpha$ үшін келесі теңдіктер орындалады:

$$D_t^\alpha \left[E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda t^{\alpha+\beta}) \right] = -\lambda t^\alpha E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda t^{\alpha+\beta}),$$

$$I_t^\alpha \left[t^\beta E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda t^{\alpha+\beta}) \right] = \frac{1}{\lambda} \left[1 - E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda t^{\alpha+\beta}) \right].$$

Нәтижелер және талқылау

$$D_t^\alpha u(x, t) + t^\beta S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) = 0, \quad (x, t) \in (-1, 1) \times (0, T) \equiv Q, \quad (1)$$

(1) түрдегі бөлшек ретті диффузия теңдеуі үшін

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [-1, 1], \\ u(-1, t) = u(1, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (2)$$

бастапқы-шеттік есебі берілсін. Мұндағы $\varphi(x)$ функциясы үздіксіз және $\gamma > 0$, $0 < \alpha < 1$, $\beta > 0$, $\varepsilon > 0$. D_t^α - Капуто мағынасындағы бөлшек ретті туынды. $S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t)$ - операторының көрінісі келесідей анықталады

$$S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) = (x^2 - 1) \left[\gamma \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) + \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(-x, t) \right] + 2x \left[\gamma \frac{\partial}{\partial x} u(x, t) - \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} u(-x, t) \right]. \quad (3)$$

Мұнда $S_{x,\varepsilon,\gamma}$ операторының спектралдық қасиеттері [10] еңбегінде зерттелген.

Лемма 3 [1, Ескертпе 6.1] Айталық α, m - нақты сандар, ал $n \in \mathbb{C}$, және

$$\alpha > 0, m > 0, \alpha(jm + n) + 1 \neq -1, -2, -3, \dots (j \in \mathbb{N}_0)$$

болса, Килбас-Сайго функциясы үшін келесі бағалау орынды

$$\frac{1}{1 + \Gamma(1 - \alpha)z} \leq E_{\alpha, m, m-1}(-z) \leq \frac{1}{1 + \frac{\Gamma(1 + (m-1)\alpha)}{\Gamma(1 + m\alpha)}z}, \quad z \geq 0, \quad (4)$$

мұнда $m > 1$ және $0 < \alpha < 1$.

1 – теорема Айталық, $\varphi(x) \in C^1[-1, 1]$, $\varphi(-1) = \varphi(1) = 0$, $\varphi''(x) \in L^2(-1, 1)$, $u(x, t) \in C(\bar{Q})$, $D_t^\alpha u(x, t)$, $t^\beta S_{x,\varepsilon,\gamma} u(x, t) \in C(Q)$. Онда (1) – (2) есебінің шешімі бар, жалғыз және келесідей анықталады

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} E_{\alpha, 1 + \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda_k t^{\alpha+\beta}) \varphi_k X_k(x). \quad (5)$$

Дәлелдеуі: $u(x, t)$ функциясын формал түрде келесідей іздейміз

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) X_k(x), \quad (6)$$

мұндағы $u_k(t)$ белгісіз функция. $X_n(x)$ - Лежандр көпмүшесі келесідей анықталады:

$$X_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n. \quad (7)$$

(6) өрнектерін (1) теңдеуіне қойсақ және айнымалыларды ажырату әдісін қолдану арқылы спектрлік есеп пен бөлшек ретті дифференциалдық теңдеу аламыз. Спектрлік есеп келесідей анықталады

$$(x^2 - 1)[\gamma X''(x) + \varepsilon X''(-x)] + 2x[\gamma X'(x) - \varepsilon X'(-x)] = -\lambda_k X_k(x), \quad (8)$$

мұндағы $x \in (-1, 1)$, γ және ε - берілген тұрақтылар, ал λ_k - спектрлік параметр. (8) теңдеудің оң меншікті мәндері мына түрде анықталады [9]:

$$\lambda_k = (\gamma + (-1)^k \varepsilon) k(k+1). \quad (9)$$

Олай болса, $u_k(t)$ функциясы үшін келесі теңдеуді аламыз

$$D_t^\alpha u(t) + \lambda_k t^\beta u(t) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

Лемма 1 нәтижесінен (7) теңдеуінің шешімі келесідей анықталады

$$u_k(t) = \varphi_k E_{\alpha, 1 + \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda_k t^{\alpha+\beta}). \quad (11)$$

Біз осылай $u(x, t)$ функциялары үшін $u_k(t)$ мәнін тауып алдық. Құрылымы бойынша бұл функция (1)-(2) есебінің барлық шарттарын формалды түрде қанағаттандырады. Енді осы функциялардың тегістігін зерттеу қажет болады. Олай болса (5) қатарын тұйық $\bar{Q}$ облысында біркелкі жинақтылығын, D_t^β және $S_{x, \varepsilon, \gamma} u$ операторларын қолдану арқылы $\bar{Q}_0 \subset Q$ кез келген қатаң тұйық ішкі облысында жинақтылығын көрсету жеткілікті.

Келесі кезекте φ_k коэффициентін бағалайық. Алдымен берілген өрнекті бөліктеп интегралдаймыз,

$$\varphi_k = \int_{-1}^1 \varphi_k(x) X_k(x) dx = -\frac{\gamma + (-1)^k \varepsilon}{\lambda_k} \int_{-1}^1 X_k(x) \left[(x^2 - 1) \varphi'_k(x) \right]' dx,$$

$$\varphi_k^1 = \int_{-1}^1 X_k(x) \left[(x^2 - 1) \varphi'_k(x) \right]' dx,$$

$$\varphi_k = -\frac{1}{k(k+1)} \varphi_k^1. \quad (12)$$

мұндағы $h_k^1(x) = \left[(x^2 - 1) \varphi'_k(x) \right]'$ белгілеу енгізетін болсақ, онда

$$\varphi_k^1 = \int_{-1}^1 h_k^1(x) X_k(x) dx < \infty.$$

Демек,

$$\left| \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \right| = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} |\varphi_k^1| = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} \leq C,$$

Олай болса (12) қатары тұйық облыста бірқалыпты жинақты.

Енді $u(x, t)$ қатарының жинақтылығын зертеп көрейік. (4) теңсіздігін пайдаланып келесідей нәтижелерді аламыз

$$\left| \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \right| \leq \left| \sum_{k=1}^{\infty} E_{\alpha, 1 + \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda_k t^{\alpha+\beta}) \varphi_k \right| \leq C |\varphi_k|$$

Олай болса, $X_k(x)$ функциясы шенелген болғандықтан және (4) теңсіздігінен пайдаланып мынаны аламыз

$$|u(x, t)| \leq \left| \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) X_k(x) \right| \leq C |\varphi_k| < C.$$

φ_k^1 функциялары шенелген болғандықтан (5) қатары $\bar{Q}$ тұйық облысында абсолютті және бірқалыпты жинақты болады. Демек, $u(x, t)$ функция $C(\bar{Q})$ класында жатады.

Әрі қарай, формалды түрде D_t^α операторын (5) қатарына 2 лемманы қолдансақ, онда

$$D_t^\alpha u(x, t) = -t^\alpha \sum_{k=1}^{\infty} E_{\alpha, 1+\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\beta}{\alpha}}(-\lambda_k t^{\alpha+\beta}) \lambda_k \varphi_k X_k(x). \quad (13)$$

Мұнда Лемма 2 теңдіктерін Лемма 3 теңсіздігін пайдаланып, келесі бағалауды аламыз

$$|D_t^\alpha u(x, t)| \leq C \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \frac{1}{\lambda_k} |\varphi_k| \leq C.$$

Демек (13) қатары кез келген тұйық ішкі облыста $\bar{Q}_\delta \subset Q$ біркелкі жинақталады, сондықтан $D_t^\beta u(x, t) \in C(Q)$ болады.

Келесі кезекте $S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t)$ операторына (5) теңдігін қолданып, қатарды жинақтылыққа зертейміз

$$S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \lambda_k X_k(x). \quad (14)$$

Олай болса,

$$|S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t)| \leq \left| \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \lambda_k X_k(x) \right| \leq C \lambda_k |\varphi_k| \leq C.$$

Олай болса, (14) қатары бірқалыпты жинақталады, олай болса $S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) \in C(Q)$.

Шешімнің жалғыздығы

Шешімнің жалғыз екенін көрсету үшін кері жорып көрейік, яғни (1)-(2) есебінің $u_1(x, t)$ және $u_2(x, t)$ екі шешімі бар деп алайық. $u(x, t) = u_1(x, t) - u_2(x, t) \equiv 0$ болатынын дәлелдейік. Себебі есеп сызықты, $u(x, t)$ үшін біз (1)-(2) есебінің біртекті шешімін аламыз. Шешімнің анықтамасы бойынша, $u(x, t)$ функциясы келесі қасиеттерге ие $u(x, t) \in C(\bar{Q})$, $D_t^\beta u(x, t) \in C(Q)$ және $S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) \in C(Q)$. Олай болса, үздіксіздікке байланысты $u_k(t) = (u(x, t), X_k(x))$ функциясы біртекті. Егер δ өте кіші кез келген сан болса, онда $D_t^\beta u(x, t), S_{x, \varepsilon, \gamma} u(x, t) \in C(\bar{Q}_\delta)$, $\bar{Q}_\delta \subset Q$ барлық $t \geq \delta > 0$ үшін, келесі теңдік орындалады:

$$D_t^\alpha u_k(t) + \lambda_k t^\beta u_k(t) = 0. \quad (15)$$

δ кез келген сан болғандықтан, (15) теңдеуі $0 < t < T$ облысында орындалады. Сондықтан $u_k(t) = (u(x, t), X_k(x))$ біртекті есептің шешімі болып табылады. Бұл есептің шешімінің жалғыздығына байланысты $\langle u(x, t), X_k(x) \rangle = 0$, яғни $u(x, t)$ функциясы $\{X_k(x)\}$ жүйесінің барлық элементтеріне ортогональ. Сондықтан $u(x, t) = 0$ барлық $t \in [0, T]$ үшін.

$u(x, t) \in C(\overline{Q})$ болғандықтан, $u(x, t) \equiv 0$, $(x, t) \in \overline{Q}$ болады. Осылайша біз теңдеудің шешімі $u(x, t)$ жалғыз болатынын дәлелдедік.

Қорытынды

Бұл жұмыста кеңістік-уақыттық сингулярлы-бейлокал диффузия теңдеуі үшін тура есеп жан-жақты зерттелді. Алдымен шешімнің бар болуы мен жалғыздығы қатаң түрде дәлелденіп, қажетті регулярлық шарттар енгізілді. Айнымалыларды ажырату әдісі арқылы есептің қатар түріндегі шешімдері құрылып, олардың Лежандр көпмүшелерімен өрнектелуі көрсетілді. Қатарлардың жинақталу қасиеттері талданып, шешімдердің тегістігі мен қойылған бастапқы-шеттік шарттарға сәйкестігі негізделді.

Зерттеу нәтижесінде алынған теориялық тұжырымдар бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер теориясын толықтыра түсіп, спектрлік есептердің шешімдерін сипаттау үшін жаңа әдістемелік негіз ұсынады. Бұл әдістердің қолданылуы кері есептердің шешілуіне, сондай-ақ математикалық физикадағы күрделі модельдерді талдауға мүмкіндік береді.

Жалпы алғанда, мақалада ұсынылған тәсілдер бөлшек туындыға негізделген бейжергілікті есептердің теориялық және қолданбалы аспектілерін дамытуға бағытталған және келешекте сандық әдістерді жетілдіруге жол ашады.

Әдебиеттер тізімі

1. Kilbas, A. A., Srivastava, H. M., & Trujillo, J. J. (2006). *Theory and application of fractional differential equations* (1st ed.). Elsevier Science B.V.
2. Tenreiro, J. A. (2019). Recent history of the fractional calculus: Data and statistics. *Basic Theory*, 1.
3. Luchko, Y. (2011). Initial-boundary-value problems for the generalized multi-term time-fractional diffusion equation. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 374, 538–548.
4. Abdullaev, O. K., & Sadarangani, K. B. (2016). Non-local problems with integral gluing condition for loaded mixed type equations involving the Caputo fractional derivative. *Electronic Journal of Differential Equations*.
5. Karimov, E., Mamchuev, M., & Ruzhansky, M. (2020). Non-local initial problem for second order time-fractional and space-singular equation. *Hokkaido Mathematical Journal*, 49(2), 349–361.
6. Turmetov, B. K., & Kadirkulov, B. J. (2021). An inverse problem for a parabolic equation with involution. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 42(12), 3006–3015.
7. Turmetov, B., & Karachik, V. (2024). On solvability of some inverse problems for a nonlocal fourth-order parabolic equation with multiple involution. *AIMS Mathematics*, 9(3), 6832–6849.
8. Ruzhansky, M., Serikbaev, D., Torebek, B. T., & Tokmagambetov, N. (2022). Direct and inverse problems for time-fractional pseudo-parabolic equations. *Quaestiones Mathematicae*, 45(7), 1071–1089.
9. Naimark, M. A. (1968). *Linear differential operators: Part II*. Ungar.
10. Beroudj, M. E., Kirane, M., & Mennouni, A. (2025). An inverse problem for an evolution equation with a time fractional derivative of order involving Legendre polynomials. *Discrete and Continuous Dynamical Systems - S*.

Авторлар туралы мәліметтер

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Мамбетов С.А. – докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: samat.mambetov@ayu.edu.kz
	Mambetov S.A. – Doctoral student, Ahmet Yassawi University, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: samat.mambetov@ayu.edu.kz
	Мамбетов С.А. – докторант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: samat.mambetov@ayu.edu.kz

ФИЗИКА

UDC 53.06
IRSTI 29.03.45

<https://doi.org/10.47526/2025-3/2524-0080.32>

Nurkozha Zh.¹, Skakov M.K.², Çoruh A.³, Nuraim K.⁴, Ramankulov Sh. Zh.⁵

¹PhD student, Khoja Akhmet Yassawi International kazakh-turkish university,
(Kazakhstan, Turkestan), e-mail: nurkozha.zhaksylyk@ayu.edu.kz

²Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan University,
(Kazakhstan, Ust-Kamenogorsk), e-mail: skakovmk@mail.ru

³ Professor, Sakarya University,
(Turkey, Sakarya), e-mail: coruh@sakarya.edu.tr

⁴master's student, Khoja Akhmet Yassawi International kazakh-turkish university,
(Kazakhstan, Turkestan), e-mail: nuraim.kalbay2024@ayu.edu.kz

⁵associate professor, Khoja Akhmet Yassawi International kazakh-turkish university,
(Kazakhstan, Turkestan), e-mail: sherzod.ramankulov@ayu.edu.kz

DEVELOPMENT OF A RESEARCH-TRAINING STAND AND INVESTIGATION OF THE
RELATIONSHIP BETWEEN THE OUTPUT POWER OF A SOLAR PANEL AND LIGHT INTENSITY
ОҚУ-ЗЕРТТЕУ СТЕНДІН ӘЗІРЛЕУ ЖӘНЕ КҮН ПАНЕЛІНІҢ ШЫҒЫС ҚУАТЫ МЕН ЖАРЫҚ
ИНТЕНСИВТІЛІГІ АРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫСТЫ ЗЕРТТЕУ
РАЗРАБОТКА УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО СТЕНДА И ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ
МЕЖДУ ВЫХОДНОЙ МОЩНОСТЬЮ СОЛНЕЧНОЙ ПАНЕЛИ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ СВЕТА

Abstract. In the 21st century, the global energy system has been moving towards renewable energy sources. Solar energy, as an environmentally friendly and inexhaustible resource, is becoming a strategic source of electricity production. The efficiency and performance of solar panels are determined by their dependence on external factors, especially the intensity of incident light and the panel's tilt angle. Therefore, studying the relationship between the output power of a solar panel and light intensity is a relevant scientific direction for optimizing solar energy systems, reducing costs, and increasing efficiency. By developing a special educational and experimental stand, the dependence of the solar panel's output power on light intensity was experimentally investigated; the panel's current-voltage (IV) characteristic was plotted, and the fill factor and efficiency indicators were determined. The research was carried out using a research-training stand consisting of a photovoltaic panel, a control panel, projectors, variable loads, voltage/current sensors, and a lux meter. During the experiment, the light intensity was gradually varied, and the panel parameters V_{oc} , I_{sc} , V_{max} , and I_{max} were measured. Based on the obtained data, the fill factor (Fill Factor) and the efficiency coefficient were calculated. The experimental results showed that the output power of the solar panel is approximately directly proportional to the light intensity. The short-circuit current increased linearly with increasing illumination, while the open-circuit voltage changed only slightly. The IV curves at different light levels and the calculated fill factors corresponded to the operating patterns of the photovoltaic panel. In addition, it was observed that the effect of the panel's tilt angle on power complies with the cosine law. The obtained results can serve as a basis for improving the efficiency of solar panels, ensuring their reliable operation under various conditions, and developing new engineering solutions.

Keywords: solar panel; photovoltaic system; light intensity; output power; current-voltage (IV) characteristic; fill factor (Fill Factor); efficiency coefficient; educational and experimental stand.

Аңдатпа. XXI ғасырда жаһандық энергетика жүйесі жаңартылатын энергия көздеріне көшуге бет бұрды. Күн энергиясы экологиялық таза әрі сарқылмайтын ресурс ретінде электр энергиясын өндірудің стратегиялық көзіне айналып келеді. Күн панельдерінің тиімділігі мен жұмыс өнімділігі олардың сыртқы факторларға, әсіресе түсетін жарық қарқындылығы мен панельдің орналасу бұрышына тәуелділігімен анықталады. Сондықтан күн панелінің шығыс қуаты мен жарық интенсивтілігі арасындағы байланысты зерттеу – күн энергетикасы жүйелерін оңтайландыру, шығындарды азайту және тиімділікті арттыру үшін өзекті ғылыми бағыт болып табылады. Арнайы оқу-тәжірибелік стенд әзірлеу арқылы күн панелінің шығыс қуаты мен жарық қарқындылығы арасындағы тәуелділікті тәжірибелік тұрғыдан зерттеу, панельдің ток-кернеу (IV) сипаттамасын тұрғызып, толтыру коэффициентін және тиімділік көрсеткіштерін анықтау. Зерттеу жұмысы фотозлектрлік панель, басқару панелі, прожекторлар, айнымалы жүктемелер, кернеу/ток датчиктері және люксметрден тұратын оқу-зерттеу стенді арқылы жүргізілді. Эксперимент барысында жарық қарқындылығы кезең-кезеңімен өзгертіліп, панельдің V_{oc} , I_{sc} , V_{max} және I_{max} параметрлері өлшенді. Алынған деректер негізінде толтыру коэффициенті (Fill Factor) мен тиімділік коэффициенті есептелді.

Эксперимент нәтижелері күн панелінің шығыс қуаты жарық қарқындылығына шамамен тікелей пропорционал екенін көрсетті. Қысқа тұйықталу тогы жарық артқан сайын сызықты өсіп, ашық тізбектегі кернеу аз ғана өзгерді. Әртүрлі жарық деңгейіндегі IV қисықтар мен есептелген толтыру коэффициенттері фотоэлектрлік панельдің жұмыс істеу заңдылықтарына сәйкес келді. Сонымен қатар панельдің орналасу бұрышының қуатқа әсері косинустық заңға сай екендігі байқалды. Алынған нәтижелер күн панельдерінің тиімділігін арттыруға, олардың әртүрлі жағдайда сенімді жұмысын қамтамасыз етуге және жаңа инженерлік шешімдер әзірлеуге негіз бола алады.

Негізгі сөздер: күн панелі; фотоэлектрлік жүйе; жарық қарқындылығы; шығыс қуаты; ток-кернеу (IV) сипаттамасы; толтыру коэффициенті (Fill Factor); тиімділік коэффициенті; оқу-тәжірибелік стенд;

Аннотация. В XXI веке мировая энергетическая система направлена на переход к возобновляемым источникам энергии. Солнечная энергия, как экологически чистый и неисчерпаемый ресурс, становится стратегическим источником производства электрической энергии. Эффективность и производительность солнечных панелей определяются их зависимостью от внешних факторов, особенно от интенсивности падающего света и угла установки панели. Поэтому исследование взаимосвязи между выходной мощностью солнечной панели и интенсивностью света является актуальным научным направлением для оптимизации солнечных энергетических систем, снижения затрат и повышения эффективности. Путём разработки специального учебно-практического стенда проведено экспериментальное исследование зависимости выходной мощности солнечной панели от интенсивности света, построена токово-вольтная (IV) характеристика панели, а также определены коэффициент заполнения и показатели эффективности. Исследование проводилось с использованием учебно-исследовательского стенда, состоящего из фотоэлектрической панели, управляющего блока, прожекторов, переменных нагрузок, датчиков напряжения/тока и люксметра. В ходе эксперимента интенсивность света изменялась поэтапно, измерялись параметры панели V_{oc} , I_{sc} , V_{max} и I_{max} . На основании полученных данных были рассчитаны коэффициент заполнения (Fill Factor) и коэффициент эффективности. Результаты эксперимента показали, что выходная мощность солнечной панели приблизительно прямо пропорциональна интенсивности света. Ток короткого замыкания линейно возрастал с увеличением освещённости, а напряжение холостого хода изменялось незначительно. IV-кривые при различных уровнях освещённости и рассчитанные коэффициенты заполнения соответствовали закономерностям работы фотоэлектрической панели. Кроме того, было выявлено, что влияние угла установки панели на мощность соответствует косинусному закону. Полученные результаты могут стать основой для повышения эффективности солнечных панелей, обеспечения их надёжной работы в различных условиях и разработки новых инженерных решений.

Ключевые слова: солнечная панель; фотоэлектрическая система; интенсивность света; выходная мощность; токово-вольтная (IV) характеристика; коэффициент заполнения (Fill Factor); коэффициент эффективности; учебно-практический стенд.

Introduction

The main trend of the global energy system in the 21st century is the transition from traditional fossil fuel sources to renewable and clean energy sources. This process is directly related to climate change, the increase in greenhouse gas emissions, and the urgency of energy security [1], [2]. In particular, solar photovoltaic systems are widely used as an affordable and environmentally friendly source of electricity generation. Solar energy, as an inexhaustible, stable, and globally accessible resource, holds strategic economic and technological significance [3], [4].

The efficiency and overall performance of photovoltaic (PV) modules are closely linked to external environmental factors, including solar irradiance, ambient temperature, and wind effects [5], [6]. Changes in light intensity significantly affect key electrical parameters of photovoltaic cells, such as short-circuit current, open-circuit voltage, fill factor, and efficiency [7], [8]. Therefore, studying the relationship between the output power of solar panels and light intensity is at the core of scientific research aimed at improving operational efficiency, reducing system losses, and stabilizing energy production [9], [10].

At present, the modeling of photovoltaic systems and the prediction of their performance are increasingly utilizing dynamic physical models, advanced mathematical methods, and artificial intelligence tools (machine learning, deep learning) [11], [12]. These methods enable the assessment of solar panels' real-time performance in different climatic regions, the monitoring of system health, and the early detection of faults [13]. Moreover, studying the relationship between the output power of solar panels and light intensity with high precision through research-training

stands allows for comparative analysis of the collected data and integration into system models [14], [15].

The pedagogical significance of developing a research-training stand is also substantial. Such a stand provides future specialists with hands-on experience in the field of solar energy, enables them to learn how to use actual measuring instruments, understand the fundamental laws of energy production, and acquire research methods [16]. Using the stand, the influence of light intensity, panel tilt angles, temperature, and wind effects on the operation of PV modules can be comprehensively studied, thereby developing students' practical skills and research culture [17]. This approach fosters not only engineering skills but also modern scientific competencies such as data collection, processing, analysis, and modeling [18].

Overall, the results obtained from research-training stands form the basis for improving the efficiency of solar panels, ensuring their reliable operation under various conditions, and proposing new technological solutions. This line of research will contribute in the future to the widespread use of photovoltaic systems, strengthening national energy independence, and advancing sustainable development [19], [20].

Methods

During the research, an extensive review of scientific literature related to the development of an educational and experimental stand for studying the relationship between the output power of a solar panel and light intensity was conducted. At this stage, the main terms and keywords relevant to the research topic were identified. The key keywords defined were: “solar panel”; “photovoltaic system”; “light intensity”; “output power”; “current-voltage (IV) characteristic”; “fill factor (Fill Factor)”; “efficiency coefficient”; “educational and experimental stand.”

In the process of searching and selecting literature, international and national scientific databases (Scopus, Web of Science, Google Scholar, etc.) were used. Recently published scientific articles were reviewed, highlighting the importance of experimental stands for improving the efficiency of photovoltaic systems. This analysis provided the basis for selecting experimental approaches, measuring instruments, and calculation methods to evaluate the performance of solar panels.

This study was carried out in an experimental format and was based on a specially designed research-training stand. The stand included a photovoltaic panel, a control panel (voltmeter, ammeter, and switches), light sources (projectors with adjustable intensity), a lux meter, and variable loads. Such an integrated setup made it possible to measure the electrical parameters of the solar panel under different light intensity conditions.

The experimental measurements were carried out in the following stages:

- Preparation and connection of equipment: Mounting the solar panel on the stand's rotation plane and activating the measuring instruments on the control panel.
- Adjustment of light intensity: Using the dimmer of the projectors to set various light levels and measuring them precisely with a lux meter.
- Measurement of main parameters: At each light level, determining the open-circuit voltage (V_{oc}), short-circuit current (I_{sc}), voltage at maximum power point (V_{max}), and current at maximum power point (I_{max}) of the solar panel.
- Data recording and processing: Entering the measured values into a table and plotting the IV (current-voltage) characteristic using Vernier Graphical Analysis or GlobiLab applications.
- Calculation: Using the obtained V_{oc} , I_{sc} , V_{max} , and I_{max} values to compute the fill factor (Fill Factor) and efficiency coefficient, analyzing their dynamics depending on changes in light intensity.

This methodology allows for a comprehensive assessment of the photovoltaic panel's performance under different lighting conditions, comparing its electrical parameters and identifying

experimental patterns. In addition, the stand's rotation plane is used to study the effect of the panel's tilt angle on power, enabling the collection of additional data by changing the angle of incident sunlight.

Results and discussion

Solar panels are photovoltaic devices that directly convert the energy of sunlight into electrical energy. Their operation is based on the photovoltaic effect: when sunlight strikes the semiconductor surface of the panel, photoelectrons are released, generating an electric current. The electrical power produced by the panel depends on the intensity of the incoming radiation, as well as on the panel's efficiency, area, temperature, and internal electrical parameters.

A simple relationship is used to calculate the total output power of the photovoltaic panel (1):

$$P_{out} = \eta AE \quad (1)$$

Where P_{out} is the electrical power generated by the panel (W), η is the efficiency coefficient, A is the panel area (m^2), and E is the light intensity incident on the panel surface (W/m^2). This formula shows that the power output of a solar panel is approximately directly proportional to the intensity of the radiation.

To characterize the actual electrical parameters of the panel, the voltage V_{mp} and current I_{mp} at the maximum power point are used. Their product gives the panel's maximum power (2):

$$P_{out} = V_{mp} \times I_{mp} \quad (2)$$

As the light intensity increases, the number of photoelectrons rises, and consequently the current in the panel increases. This relationship is approximately linear in nature (3).

$$I_{ph} \propto E \quad (3)$$

That is, the current is directly proportional to the intensity of the incident radiation. The voltage, however, mostly depends on temperature and changes only slightly with variations in light.

The complete description of the photovoltaic cell is given by the following equation (4):

$$I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{nkT}} - 1 \right) - \frac{V+IR_s}{R_{sh}} \quad (4)$$

Where I_{ph} is the photocurrent (directly proportional to the irradiance), I_0 is the saturation current, q is the electron charge, n is the ideality factor, k is the Boltzmann constant, T is the temperature, and R_s and R_{sh} are the internal resistances. This equation provides a complete description of the panel and clearly shows the dependence of the current on light.

As the light intensity increases, the current also increases, while the voltage changes only slightly at a constant temperature. As a result, the power also increases.

Temperature also plays an important role. As the temperature rises, the voltage of the panel decreases (5).

$$V_{mp}(T) = V_{mp}(T_{ref}) - \beta(T - T_{ref}) \quad (5)$$

Where β is the temperature coefficient. Accordingly, even at very high light intensities, if the temperature also rises, the voltage may decrease, resulting in a slight reduction in power.

In general, the output power of a solar panel is directly proportional to the irradiance, while the current depends on light and the voltage depends on temperature. In simple form, this relationship can be expressed as follows (1):

$$P_{out} = \eta AE \quad (1)$$

These relationships are considered a fundamental physical principle in solar energy, as well as in the design and modeling of photovoltaic systems.

To experimentally study the relationship between the output power of a solar panel and light intensity, a special educational and experimental stand was developed (Figure 1). This stand makes it possible to measure the main electrical parameters of the panel (voltage, current, power) at different light intensities using either sunlight or an artificial light source.

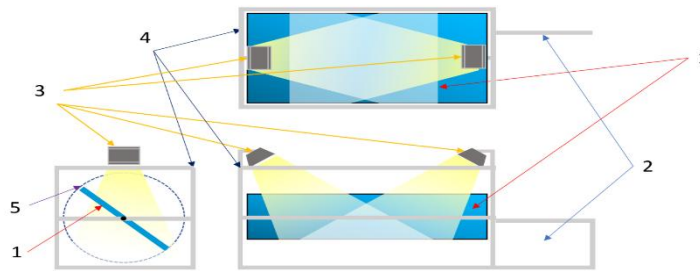


Figure 1. Diagram of the training stand. This diagram shows the layouts of the training stand (top view, side view, and front view). 1 – Solar panel; 2 – Control panel (volt-ammeter, switch, etc.); 3 – Projectors; 4 – Body of the training stand; 5 – Rotation plane of the solar panel.

This training stand is an integrated device designed to experimentally study the relationship between the output power of a solar panel and light intensity. The stand's structure includes key components such as a photovoltaic panel, a control panel, projectors, a housing, and the rotation plane of the solar panel.

The operating principle of the stand is to direct radiation of varying intensity from artificial light sources (projectors) onto the solar panel, measure its electrical parameters (voltage, current, power), and determine the relationship based on the obtained data. Through the control panel, it is possible to record the readings of the voltmeter and ammeter and use switches to connect or disconnect the electrical circuit.

Main components of the stand:

- Solar panel (1): The main module that converts light energy into electrical energy. Through the rotation plane, which allows changing the panel's tilt angle, it can receive radiation at different angles and compare the results.
- Control panel (2): A unit containing instruments for measuring voltage and current (voltmeter, ammeter), switch keys, and protective elements. This panel is designed to control the operating mode of the panel and conduct measurements.
- Projectors (3): Artificial light sources simulating sunlight. By adjusting the intensity and direction of the light, the experimental conditions can be modified.
- Stand housing (4): The frame that integrates all devices and provides stability. It is designed to maintain electrical safety and mechanical strength.
- Rotation plane of the solar panel (5): A movable part that allows changing the panel's tilt angle. This element is used to study the effect of the angle of incidence and to alter the direction of incoming light in order to obtain results.

The stand's design makes it possible to conduct various experiments by changing the light intensity and the panel's tilt angle. In this way, the solar panel's current-voltage characteristics, changes in output power, and efficiency parameters can be determined.

As a result of putting the developed educational and experimental stand into operation, the relationship between the solar panel's output power and the incident light intensity was experimentally studied.

The developed educational and experimental stand allows the experimental determination of the dependence between the solar panel's output power and the incident light intensity. The research results are expected to demonstrate the consistency with the operating principles of the photovoltaic panel.

The electrical power produced by the solar panel depends on the irradiance on its surface and the efficiency coefficient, and this can be expressed simply by the following equation (1):

$$P_{out} = \eta AE \quad (1)$$

Where P_{out} is the electrical power generated by the panel (W), η is the efficiency coefficient, A is the panel area (m²), and E is the light intensity incident on the panel surface (W/m²).

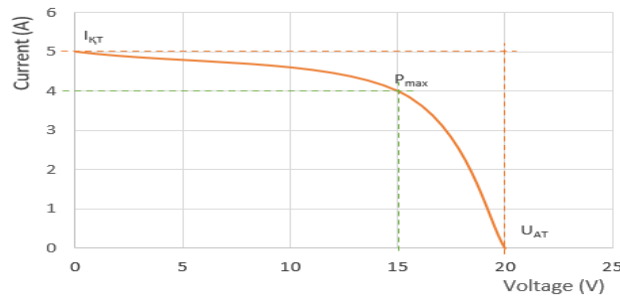


Figure 2. IV curve.

In the upcoming experiment, the panel's open-circuit voltage V_{oc} , short-circuit current I_{sc} , and the voltage and current at the maximum power point (V_{max} and I_{max}) will be measured, and the panel's fill factor (Fill Factor) will be calculated based on these values (6).

$$FF = \frac{V_{mp} \times I_{mp}}{V_{oc} \times I_{sc}} \quad (6)$$

Additionally, based on the obtained data, the panel's efficiency will be determined using the following expression (7):

$$\eta = \frac{P_{max}}{E \cdot A} = \frac{FF \cdot V_{oc} \times I_{sc}}{E \cdot A} \quad (7)$$

As expected, as the light intensity increases, the short-circuit current I_{sc} shows an approximately linear increase, while the open-circuit voltage V_{oc} changes only logarithmically. As a result, the power increases almost directly proportionally to the light level (8).

$$P_{max} = V_{mp} \times I_{mp} \text{ and } P_{max} \propto E \quad (8)$$

The panel's tilt angle is also expected to affect the power. When the angle of sunlight incident on the panel surface changes, the effective irradiance varies according to the cosine law (9).

$$E(\theta) = E_{\perp} \cos \theta \Rightarrow P_{max}(\theta) \approx P_{max}(0) \cos \theta \quad (9)$$

Based on these formulas, using the constructed stand, the panel's current-voltage characteristic will be obtained, its output power dependence on light intensity and angle of

incidence will be experimentally determined, and the fill factor and efficiency parameters will also be calculated.

Procedure of the work

- Connection and setup: Connect the energy or voltage sensor to the computer and select the external load mode. Correctly connect the solar panel electrodes to the sensor and launch the graphical analysis software.
- Measuring open-circuit voltage: Fix the panel directed toward the projector and determine the V_{oc} value in the no-load state.
- Measurements at high resistance: Connect the variable load in series and, by adjusting the knobs, record the current and voltage values.
- Measurements at low resistance: Set the load to the minimum parameter, collect additional data points, and complete the IV curve.
- Measuring short-circuit current: Disconnect the load, short the terminals with a wire, and determine the I_{sc} value.
- Measuring illumination: Measure various light levels with a lux meter and enter the values into the data table.

This experiment aims to measure the output power of the solar panel by varying the load resistance. Such an approach makes it possible to determine the optimal load resistance for increasing the output power in experiments with solar panels.

The proposed experiment is an improved version of the procedures in previous editions of this book. The original experiment has been revised and introduced as Experiment 18B. In this version, it is possible to determine the fill factor (Fill Factor) of the solar panel by constructing its current-voltage (IV) characteristic.

The fill factor is an important indicator that makes it possible to assess the efficiency of a solar panel without separately measuring its illumination level or calculating the power produced per unit area. This factor is one of the main parameters frequently used in the field of solar energy to characterize solar cells.

It is also possible to find several alternative versions of this experiment online for various data collection software (for example, Graphical Analysis 4, Logger Pro, LabQuest). Students or users should be offered the version that corresponds to the hardware and software they are using.

Results

The load resistance at which the solar panel delivers maximum power mainly depends on the illumination intensity of the radiation incident on the solar panel and on the wavelength of the incoming light. It also depends, to some extent, on the temperature of the solar panel. For this experiment, a halogen projector attached to the stand, with brightness controlled by a dimmer, is used.

The measured value of the short-circuit current is significantly dependent on the illumination level during the measurement. At low light levels, the measured value may be considerably lower. However, even at low illumination, the open-circuit voltage and the shape of the IV curve remain similar to those obtained under higher illumination conditions.

When constructing the IV curve, very low loads—possibly as low as 1–2 ohms—are needed to obtain good results and reach low voltages. The student should connect two variable loads in parallel to reduce the total resistance.

Using a lux meter, we calculated the light intensity at four positions of the rheostat. For this, we placed four marks on the knob of the rheostat controlling the projector brightness. Then, at each mark, we covered the panel surface with cloth to prevent external light and measured the illumination. In our case, the illumination levels were 850 lm, 1390 lm, 8000 lm, and 12,200 lm.

The following results were obtained during the experiment.

Table 1. Data table

Illumination (lm)	V_{at} (B)	I_{KT} (mA)	V_{max} (B)	I_{max} (mA)
850	15.721	20.013	5.16	19.9695
1390	17.745	57.221	13.508	50.928
8000	18.705	149.277	17.931	128.144
12200	19.173	189.304	18.741	186.677

Using the obtained results, it is possible to calculate the maximum power at different illumination levels. It is determined by the following formula (10):

$$P_{max} = V_{mp} \times I_{mp} \quad (10)$$

Using the results obtained, draw the current-voltage characteristic (IV curve) of the solar cell.

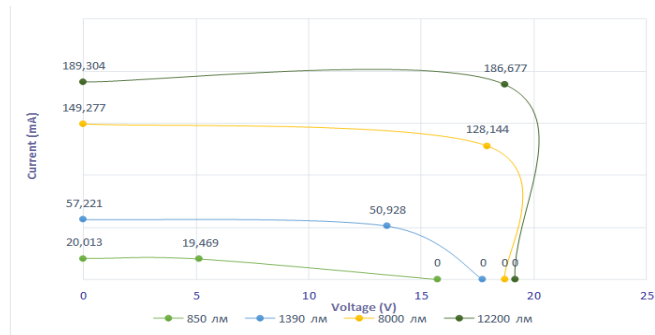


Figure 3. Data sample for the experiment

Summarizing this experiment, it can be observed that the output power of solar panels directly depends on illumination. The IV curves at four different illumination levels clearly demonstrate this dependence.

As a result of the conducted research, it was experimentally proven that the output power of the solar panel is clearly dependent on the intensity of the incident light. The developed educational and experimental stand made it possible to measure the panel's voltage and current at different light levels, to plot the IV (current-voltage) characteristic, and to determine the parameters at the maximum power point.

Based on the V_{oc} , I_{sc} , V_{max} , and I_{max} values obtained during the experiment, the fill factor (FF) and the efficiency coefficient were calculated, and their dynamics under changing light intensity were analyzed. The results showed that as the light level increases, the short-circuit current grows linearly, while the open-circuit voltage changes only slightly. As a result, the output power increases almost proportionally to the light intensity.

It was also determined that the panel's tilt angle affects the power: when the angle of radiation changes, the effective irradiance varies according to the cosine law, resulting in a decrease in power. The obtained data can serve as a basis for improving the operational efficiency of solar panels, ensuring their stable performance under different conditions, and developing new engineering solutions.

The results of the conducted research demonstrated experimentally that the output power of the solar panel clearly depends on the intensity of the incident light. The IV (current-voltage) curves constructed on the basis of the obtained V_{oc} , I_{sc} , V_{max} , and I_{max} parameters and the calculated fill

factors (FF) correspond to the operational patterns of photovoltaic panels. These results are consistent with the latest studies in the international literature, which provide extensive evidence that the efficiency and power output of solar panels depend on the intensity, spectrum, and temperature of the irradiance.

As the light intensity increased, the short-circuit current showed an approximately linear rise, while the open-circuit voltage changed only logarithmically. This phenomenon, as noted by Hasan et al., is explained by the direct increase in the number of photoelectrons in photovoltaic cells [21]. Manowska et al. also recorded similar dependencies in monitoring systems designed to optimize solar potential, identifying parameters that enable increasing the power output of panels [22].

The experimental results confirm, as described by Jaiswal, the physical and environmental advantages of solar panels. In his work, he highlighted the fill factor as an important metric for assessing the efficiency of solar panels [23]. By comparing the obtained FF values with the standard ranges in the field of solar energy, it became possible to objectively evaluate the panel's performance under changing light levels.

Furthermore, during the study, the effect of the solar panel's tilt angle on power was observed. When the angle of sunlight incident on the panel surface changed, the effective irradiance decreased according to the cosine law, resulting in reduced output power. This phenomenon, as presented by Alqaraghuli & Ibrahim, is significant for improving diagnostic and fault detection algorithms in photovoltaic systems [24].

Alsalem also emphasizes in his work that solar energy is geographically unstable and difficult to predict, highlighting the importance of such experiments [25]. Our research findings support this conclusion—measurements at different light levels enable the assessment of the panel's current-voltage characteristics and efficiency, providing an opportunity to model its real operating conditions.

In recent years, extensive research has been conducted to improve photovoltaic materials and energy storage systems. Dada & Popoola demonstrated that the use of new materials and systems in solar energy not only enhances efficiency but also expands energy storage capabilities [26]. The data obtained in our study can serve as a foundation for improving the efficiency of solar panels, predicting their long-term performance, and developing new engineering solutions.

Overall, comparing the research results with international literature clearly highlights the relevance of optimizing photovoltaic system operation, introducing new diagnostic methods, and enhancing the efficiency of solar panels in the future.

Conclusion

As a result of the conducted research, the dependence between the solar panel's output power and the intensity of the incident light was comprehensively studied experimentally. The specially developed educational and experimental stand made it possible to measure the panel's electrical parameters at different light levels, to plot its current-voltage (IV) characteristic, and to determine the indicators at the maximum power point. The modular structure of the stand allowed the experiment to be conducted flexibly, enabling multifaceted analysis by changing the load resistance, light intensity, and the panel's tilt angle.

Based on the obtained data, the open-circuit voltage (V_{oc}), short-circuit current (I_{sc}), and the voltage and current at the maximum power point (V_{max} and I_{max}) were determined. Using these parameters, the panel's fill factor (Fill Factor) and efficiency coefficient were calculated. The results clearly showed that as the light intensity increases, the output power of the solar panel grows approximately linearly, while the voltage changes only slightly. This fully corresponds to the fundamental physical principles of photovoltaic cells.

The research also confirmed the effect of the panel's tilt angle on power. When the angle of incidence changed, the effective irradiance decreased according to the cosine law, and as a result,

the panel's output power also decreased. These findings demonstrate the importance of correctly selecting installation strategies for solar panels and adapting them to actual conditions.

Overall, the developed educational and experimental stand is a convenient tool for the experimental evaluation of the performance of photovoltaic systems. It allows for a comprehensive analysis of the current–voltage characteristics, fill factor, efficiency parameters, and the effects of light intensity and angle of incidence on solar panels. The obtained results can serve as a basis for optimizing the operating modes of photovoltaic systems, testing new materials and technologies, and advancing scientific research and educational processes in the field of solar energy.

Funding

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (AP23488947).

References

1. Abdelsattar, M., AbdelMoety, A., & Emad-Eldeen, A. (2025). Advanced machine learning techniques for predicting power generation and fault detection in solar photovoltaic systems. *Neural Computing and Applications*.
2. Sarmah, P., Das, D., Saikia, M., Kumar, V., Yadav, S. K., Paramasivam, P., & Dhanasekaran, S. (2023). Comprehensive Analysis of Solar Panel Performance and Correlations with Meteorological Parameters. *ACS Omega*, 8(50), 47897.
3. Mundu, M. M., Sempewo, J. I., Nnamchi, S. N., Mahoro, G. B., & Uti, D. E. (2025). Integration of wind flow effects in theoretical and experimental models for solar power generation. *Scientific Reports*, 15(1).
4. Al-Shahri, O. A., Ismail, F. B., Al-Muhsen, N. F. O., Al-Bazi, A., & Hannan, M. A. (2022). An improved model and performance analysis for grid-connected photovoltaic system in Oman. *Heliyon*, 8(12).
5. Li, Z., Yang, J., & Dezfuli, P. A. N. (2021). Study on the Influence of Light Intensity on the Performance of Solar Cell. *International Journal of Photoenergy*, 2021, 1.
6. Saidur, R., Hasanuzzaman, M., & Rahim, N. A. (2015). Effects of various parameters on PV-module power and efficiency. *Energy Conversion and Management*, 103, 348.
7. Zhang, Y., Yang, H., & Wang, P. (2020). Research on output characteristics of photovoltaic module. 521.
8. Nunes, H., Calado, M. R. A., Mariano, S. J. P. S., & Pombo, J. (2020). An Experimental Analysis of the Electrical Parameter Variation of a Photovoltaic Module. *KnE Engineering*.
9. Li, B., Chen, X., & Jain, A. (2024). Enhancing Power Prediction of Photovoltaic Systems: Leveraging Dynamic Physical Model for Irradiance-to-Power Conversion.
10. Basem, A., Opakhai, S., Elbarbary, Z. M. S., Atamurotov, F., & Benti, N. E. (2025). A comprehensive analysis of advanced solar panel productivity and efficiency through numerical models and emotional neural networks. *Scientific Reports*, 15(1).
11. Mcingani, I., Meyer, E. L., & Overen, O. K. (2024). The Impact of Ambient Weather Conditions and Energy Usage Patterns on the Performance of a Domestic Off-Grid Photovoltaic System. *Energies*, 17(19), 5013.
12. Meflah, A., Chekired, F., Drir, N., & Canale, L. (2024). Accurate Method for Solar Power Generation Estimation for Different PV (Photovoltaic Panels) Technologies. *Resources*, 13(12), 166.
13. Cavalcante, V. M., Neto, R. C., Barbosa, E. J., Bradaschia, F., Cavalcanti, M. C., & Azevedo, G. M. S. (2024). Evaluation of the Effectiveness of Solar Array Simulators in Reproducing the Characteristics of Photovoltaic Modules. *Sustainability*, 16(16), 6932.
14. Kumari, N., Singh, S. K., Kumar, S., & Jadoun, V. K. (2024). Performance analysis of partially shaded high-efficiency mono PERC/mono crystalline PV module under indoor and environmental conditions. *Scientific Reports*, 14(1).
15. Sugianto, S. (2020). Comparative Analysis of Solar Cell Efficiency between Monocrystalline and Polycrystalline. *INTEK Jurnal Penelitian*, 7(2), 92.
16. Abdelsattar, M., AbdelMoety, A., & Emad-Eldeen, A. (2025). Advanced machine learning techniques for predicting power generation and fault detection in solar photovoltaic systems. *Neural Computing and Applications*.
17. Mundu, M. M., Sempewo, J. I., Nnamchi, S. N., Mahoro, G. B., & Uti, D. E. (2025). Integration of wind flow effects in theoretical and experimental models for solar power generation. *Scientific Reports*, 15(1).
18. Al-Shahri, O. A., Ismail, F. B., Al-Muhsen, N. F. O., Al-Bazi, A., & Hannan, M. A. (2022). An improved model and performance analysis for grid-connected photovoltaic system in Oman. *Heliyon*, 8(12).

19. Basem, A., Opakhai, S., Elbarbary, Z. M. S., Atamurotov, F., & Benti, N. E. (2025). A comprehensive analysis of advanced solar panel productivity and efficiency through numerical models and emotional neural networks. *Scientific Reports*, 15(1).
20. Meflah, A., Chekired, F., Drir, N., & Canale, L. (2024). Accurate Method for Solar Power Generation Estimation for Different PV (Photovoltaic Panels) Technologies. *Resources*, 13(12), 166.
21. Hasan, M. M., Hossain, S., Mofijur, M., Kabir, Z., Badruddin, I. A., Khan, T. M. Y., & Jassim, E. (2023). Harnessing Solar Power: A Review of Photovoltaic Innovations, Solar Thermal Systems, and the Dawn of Energy Storage Solutions. *Energies*, 16(18), 6456. <https://doi.org/10.3390/en16186456>
- Manowska, A., Dylong, A., Tkaczyk, B., & Manowski, J. (2023). Analysis and Monitoring of Maximum Solar Potential for Energy Production Optimization Using Photovoltaic Panels. *Energies*, 17(1), 72.
22. Jaiswal, S. (2023). Renewable Energy from Solar Panels: A Study of Photovoltaic Physics and Environmental Benefits. *ShodhKosh Journal of Visual and Performing Arts*, 4(2).
23. Alqaraghuli, O., & Ibrahim, A. A. (2025). Optimizing Photovoltaic System Diagnostics: Integrating Machine Learning and DBFLA for Advanced Fault Detection and Classification. *Electronics*, 14(8), 1495.
24. Alsalem, K. (2025). A hybrid time series forecasting approach integrating fuzzy clustering and machine learning for enhanced power consumption prediction. *Scientific Reports*, 15(1).
25. Dada, M., & Popoola, A. P. I. (2023). Recent advances in solar photovoltaic materials and systems for energy storage applications: a review. *Beni-Suef University Journal of Basic and Applied Sciences*, 12(1).

Авторлар туралы мәліметтер

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Жақсылық Н. – докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: nurkozha.zhaksylyk@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0001-9310-6004 , +7 778 030 23 23
	Zhaksylyk N. - Doctoral student, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan, e-mail: nurkozha.zhaksylyk@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0001-9310-6004 , +7 778 030 23 23
	Жаксылык Н. – докторант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: nurkozha.zhaksylyk@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0001-9310-6004 , +7 778 030 23 23
2	Скаков М.К. –ф.м.ғ. докторы, профессор, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті, Өскемен қ., Қазақстан, e-mail: skakovmk@mail.ru , https://orcid.org/0000-0003-3716-8846 , +7 705 185 83 16
	Skakov M.K. – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Physics, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan University, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan, e-mail: skakovmk@mail.ru , https://orcid.org/0000-0003-3716-8846 , +7 705 185 83 16
	Скаков М.К. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики, Восточно-Казахстанский университет имени Сарсена Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан, e-mail: skakovmk@mail.ru , https://orcid.org/0000-0003-3716-8846 , +7 705 185 83 16
3	Чорух А. – профессор, Сакаръя университеті, Сакаръя қ., Түркия, e-mail: coruh@sakarya.edu.tr , https://orcid.org/0000-0002-7362-6173 , +90 (264) 295 60 77
	Çoruh A. – Professor, Sakarya University, Sakarya, Turkey, coruh@sakarya.edu.tr , e-mail: https://orcid.org/0000-0002-7362-6173 , +90 (264) 295 60 77
	Чорух А. – профессор, Университет Сакаръя, г. Сакаръя, Турция, coruh@sakarya.edu.tr , e-mail: https://orcid.org/0000-0002-7362-6173 , +90 (264) 295 60 77
4	Нұрайым Қ. – магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: nuraim.kalbay2024@ayu.edu.kz , +7 771 793 17 03
	Nuraim K. – master’s student, Khoja Ahmed Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: nuraim.kalbay2024@ayu.edu.kz , +7 771 793 17 03
	Нұрайым Қ. – магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: nuraim.kalbay2024@ayu.edu.kz , +7 771 793 17 03
5	Раманкулов Ш. - қауымдастырылған профессор, PhD, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail:

	sherzod.ramankulov@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0002-4786-942X , +7 775 655 05 05
	Раманкулов Ш. - ассоциированный профессор, PhD, Международный казахско-турецкий университет имени, Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: sherzod.ramankulov@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0002-4786-942X , +7 775 655 05 05
	Ramankulov Sh. - associate professor, PhD, International Kazakh-Turkish University named after Hodji Ahmed Yasawi, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: sherzod.ramankulov@ayu.edu.kz , https://orcid.org/0000-0002-4786-942X , +7 775 655 05 05

Қалдар Б.С.¹, Патчаханов Д.², Абдужаппаров Ш.³, Амангелдиева Ю.О.⁴,
Камбарбеков С.⁵, Мұсахан Н.П.⁶

¹ магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: berik.kaldar@ayu.edu.kz

² бакалавр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: itsxxdi@gmail.com

³ бакалавр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: sukrabduzapparov@gmail.com

⁴ магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: yulduz.amangeldiyeva@ayu.edu.kz *

⁵ докторант, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан университеті,
(Қазақстан, Өскемен қ.), e-mail: sardor.kambarbekov1@gmail.com

⁶ докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті,
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: nurken.mussakhan@ayu.edu.kz

**HVOF ӘДІСІМЕН АЛЫНҒАН ЖОҒАРЫ БЕРІКТІ Cr_3C_2 -NiCr ЖАБЫНДАРДЫҢ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ
ФАЗАЛЫҚ ТҮРЛЕНУЛЕРІН ЗЕРТТЕУ
INVESTIGATION OF THE STRUCTURAL PHASE STATE OF HIGH-STRENGTH Cr_3C_2 -NiCr
COATINGS OBTAINED BY HVOF METHOD
ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНО-ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ВЫСОКОПРОЧНЫХ Cr_3C_2 -NiCr
ПОКРЫТИЙ ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ HVOF**

Аңдатпа. Жұмыста құрылымдық-фазалық және микроқұрылымдық сипаттамасы бар жоғары жылдамдықты газжалынды бүрку (HVOF) әдісімен Э110 цирконий қорытпасына алынған Cr_3C_2 -NiCr жабынының құрамының қалыптасуы зерттелді. Мақсаты цирконий қорытпасы үшін HVOF технологиялық іске асырылуын бағалау және қасиеттердің нысаналы жиынтығына әсер ететін факторларды анықтау болып табылады. Фазалық талдау Cr_3C_2 карбиді, Cr_{23}C_6 төменгі карбиді және CrNi_3 интерметаллиді бар жабындардың көп фазалы жай-күйін көрсетті. Энергодисперсиялық талдаумен деректері бойынша 10-78 мкм қалыңдығы біркелкі қабат түзілген, ол бағаналы морфологиясыз және «негіз-жабын» шекарасында үздіксіз байланысқан, бұл қанағаттанарлық адгезияны көрсетеді. А үлгісінің спектрлік талдауы Ni-78.504%, Cr-17.032%, O-3.447%, C-1.017%; В үлгісінде, Ni-66.405%, Cr-29.286%, O-3.727%, C-0.581% көрсетеді. Ал оттектің болуы (3-4%) ашық атмосфера жағдайында бүрку жүргізілуімен байланысты. Сонымен қатар, негізінен өтпелі аймақта бөлішекаралық және дақ ішілік кеуектер, жергілікті микрожарықтар мен қабаттардың ажырау аймақтары анықталды; оттегінің мөлшері шамамен 3-4% ашық атмосферада бүрку кезінде шашырандылардың ішінара тотығуымен байланысады. Нәтижелердің жиынтығы HVOF әдісінің Э110 негізінде Cr_3C_2 -NiCr жабындарын алу үшін қолдануға жарамдылығын растайды және кеуектілікті төмендету тотығуды шектеу және Cr_3C_2 фазасының үлесін тұрақтандыру үшін режимдерді оңтайландыру қажеттігін көрсетеді.

Негізгі сөздер: Cr_3C_2 -NiCr жабындары, құрылымдық-фазалық талдау, HVOF, XRD.

Abstract. The study investigated the formation of the composition of a Cr_3C_2 -NiCr coating obtained by the high-velocity oxy-fuel (HVOF) spraying method on the E110 zirconium alloy using structural-phase and microstructural characterization. The aim is to evaluate the technological feasibility of the HVOF process for the zirconium alloy and to identify factors influencing the achievement of the target set of properties. Phase analysis revealed a multiphase state of the coatings, including Cr_3C_2 carbide, Cr_{23}C_6 lower carbide, and CrNi_3 intermetallic compound. According to energy-dispersive analysis, a uniform layer with a thickness of 10–78 μm was formed, without columnar morphology and with continuous bonding at the “substrate–coating” interface, indicating satisfactory adhesion. Spectral analysis of sample A showed: Ni – 78.504%, Cr – 17.032%, O – 3.447%, C – 1.017%; sample B showed: Ni – 66.405%, Cr – 29.286%, O – 3.727%, C – 0.581%. The presence of oxygen (3–4%) is associated with spraying in an open atmosphere. In addition, mainly in the transition zone, intergranular and intragranular pores, local microcracks, and layer separation areas were detected; the oxygen content of about 3–4% is due to partial oxidation of the sprayed particles during spraying in an open atmosphere. The overall results confirm the suitability of the HVOF method for obtaining Cr_3C_2 -NiCr coatings on the E110 base and indicate the need to optimize parameters to reduce porosity, limit oxidation, and stabilize the Cr_3C_2 phase fraction.

Keywords: Cr_3C_2 -NiCr coating, structural and phase analysis, HVOF, XRD.

Аннотация. В работе исследовано формирование состава покрытия $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$, нанесённого методом высокоскоростного газопламенного напыления (HVOF) на сплав циркония Э110 с использованием структурно-фазового и микроструктурного анализа. Целью является оценка технологической реализуемости HVOF для циркониевого сплава и выявление факторов, влияющих на достижение целевого комплекса свойств. Фазовый анализ показал многофазное состояние покрытий, включающее карбид Cr_3C_2 , низший карбид Cr_{23}C_6 и интерметаллид CrNi_3 . По данным энергодисперсионного анализа сформировался равномерный слой толщиной 10–78 мкм, без колонной морфологии и с непрерывным соединением на границе «основа–покрытие», что указывает на удовлетворительную адгезию. Спектральный анализ образца А показал: Ni – 78.504%, Cr – 17.032%, O – 3.447%, C – 1.017%; образца В: Ni – 66.405%, Cr – 29.286%, O – 3.727%, C – 0.581%. Наличие кислорода (3–4%) связано с проведением напыления в открытой атмосфере. Кроме того, преимущественно в переходной зоне выявлены межзеренные и внутрозеренные поры, локальные микротрещины и участки расслоения слоёв; содержание кислорода около 3–4% обусловлено частичным окислением распылённых частиц при напылении в открытой атмосфере. Совокупность результатов подтверждает пригодность метода HVOF для получения покрытий $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ на основе Э110 и указывает на необходимость оптимизации режимов для снижения пористости, ограничения окисления и стабилизации доли фазы Cr_3C_2 .

Ключевые слова: покрытие $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$, структурно-фазовый анализ, HVOF, XRD.

Кіріспе

$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ жүйесінің жабындары жоғары температурада және агрессивті ортада жұмыс істейтін бөлшектерді коррозиядан және тозудан қорғау үшін кеңінен қолданылады [1,2]. Зерттеудің маңызды бағыты - бірегей физика - химиялық және механикалық қасиеттер үйлесіміне ие композиттер мен жабындарды әзірлеу. Атап айтқанда, жоғары температура, механикалық жүктемелер, коррозиялық белсенді орта және радиация жағдайларына төзімді материалдарға ерекше назар аударылады. Бұл жабындардың тиімділігі NiCr металл матрицасының Cr_3C_2 қатты карбидтік фазасын сенімді бекітуіне, сондай-ақ аз қуыстылығы бар жоғары тығыздықты жабын құрылымын қалыптастыруына байланысты [3]. Мұндай жабындарды алу, әдетте, термиялық бүрку әдістерімен жүзеге асырылады: атмосфералық плазмалық бүрку (APS), жоғары жылдамдықты оттек-отын/ауа-отын бүрку (HVOF/HVAF) және детонациялық бүрку [4-6].

$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ композициялық жабындарын алудың технологиялық тұрғыдан болашағы зор әрі тиімді тәсілдерінің бірі - термиялық бүрку. Оның ішінде плазмалық бүрку, детонациялық бүрку және ең алдымен, жоғары жылдамдықты газ-отынмен бүрку (HVOF) ерекше атап өтіледі. HVOF процесі отын-оттек қоспасының үздіксіз жануына және де Лаваль саптамасы арқылы үдетілетін жоғары энергиялы асадыбыстық газ ағынын түзуге негізделген. Осы ағынға ұнтақ қоректендіргіш арқылы материал енгізіледі; бөлшектер қыздырылып, жоғары жылдамдыққа дейін үдетіледі және субстратқа бағыттталып, соққы-пластикалық жайылу арқылы тығыз ламеллярлы қабат түзеді. Термогазодинамикасы мен ағын кинематикасы тұрғысынан HVOF сұлбасы газ-генераторлық жану камерасы мен де Лаваль саптамасының жұмыс қағидаларына ұқсас [7-9].

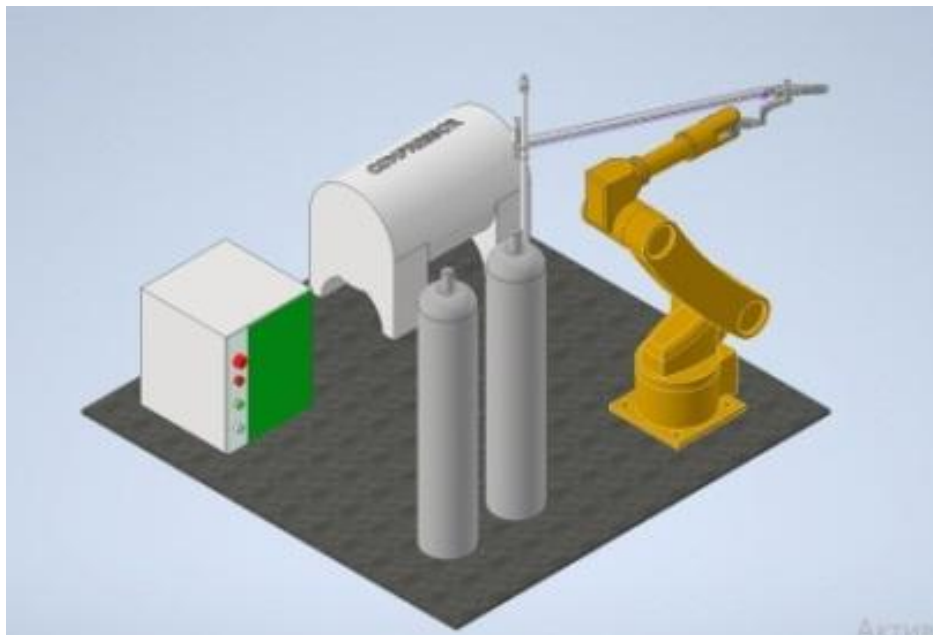
$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ ұнтақтарынан жабын қалыптастыру барысында химиялық құрамның ығысуы жиі байқалады: жоғары температурадағы газ-ағынмен өзара әрекеттесу кезінде Cr_3C_2 карбидінің декарбюризациясы мен тотығуы жүреді, ал Cr және C атомдары NiCr матрицасына диффузиялық енуі мүмкін [10-16]. Бұл құбылыстар жалын құрамы мен О/Г қатынасына, бөлшек өлшеміне және ұшу уақытына тәуелді. O_2 артық болғанда немесе $\text{H}_2\text{O}/\text{CO}_2$ парциалдық қысымдары жоғары болғанда бастапқы Cr_3C_2 фазасы төмен көміртекті карбидтерге, алдымен Cr_7C_3 , әрі қарай Cr_{23}C_6 түрленуі ықтимал; сонымен қатар Cr_2O_3 және (Ni,Cr)-оксидтер түзіледі [10-15]. Бөлшектің «серпімді шегінуі» негізінен жабысып қалу коэффициентіне әсер етеді; құрамдық өзгерістерге оның ықпалы жанама және процесс параметрлері арқылы анықталады. Қабат түзу кезінде карбид бөлшектерінің тотығуы мен декарбюризация өнімдерінің NiCr матрицасына енуі бір мезгілде жүруі мүмкін [16]. Cr_3C_2 фазасы эрозияға, коррозияға және адгезиялық/абразивтік тозуға қарсы жоғары тиімді компонент болғандықтан, оның көміртексізденуі қалаусыз. Жоғары карбид үлесін сақтау

үшін төмен температуралы, инертті/тотықсыздандырғыш орта беретін технологиялық шешімдер қолданылады: HVAF, қоршамаланған HVOF, отынға бай режим ($\phi \geq 1$), тұру уақытын қысқарту және бөлшек фракциясын оңтайлау [10-16]. Перспективалы тәсілдердің бірі - құрамы қалыңдық бойымен басқарылатын градиенттік жабындарды қалыптастыру; олар субстрат-жабын шекарасындағы фазааралық кернеулерді төмендетіп, жоғары жүктемелерде сенімді жұмыс істей алады. Мұндай градиенттер детонациялық бүркумен ғана емес, HVOF/HVAF параметрлерін сатылы өзгерту арқылы да алынады [17].

Жоғарыда баяндалған алғышарттарды ескере отырып, осы жұмыстың мақсаты - Э110 маркалы цирконий қорытпасынан жасалған субстратқа HVOF әдісімен $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ жабындарын алу процесін зерттеу және алынған жабындардың фазалық құрамы мен микроқұрылымын талдау.

Материалдар мен тәсілдер

$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ хром негізіндегі наноөлшемді ұнтақты және «Термика-3» қондырғысындағы жоғары жылдамдықты газ-жалынды бүрку (HVOF) әдісін қолдана отырып жүргізілген зерттеу (1-сурет) жоғары беріктігі бар жабындарды қолдану процесін оңтайландыру жолындағы маңызды қадам болып табылады.



Сурет 1. Жоғары жылдамдықты газ-жалынды бүруге арналған автоматтандырылған қондырғы (HVOF)

Бөлшектердің жоғары жылдамдықты тұндыру әдісі төмен тотығу деңгейімен және бүрікілген қабатта қалдық қысушы кернеулерінің пайда болуымен сипатталады; жиынтықта бұл бөлшектер арасындағы байланыстардың жоғары тығыздығы мен беріктігіне әкеледі. HVOF технологиясы $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ және WC-Co типті жабындардың соққыға төзімділігі мен тозуға төзімділігінің қажетті мәндерін қамтамасыз етеді [18].

Бүрку цирконий Э110 субстраттарында орындалды. Субстраттардың беті механикалық өңдеу және тазалау әдістерімен дайындалып, содан кейін құммен тазалау жүргізілді. Жабын материалы ретінде HVOF процесі үшін оңтайлы химиялық және гранулометриялық құрамы бар $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ ұнтағы қолданылды. Бүрку параметрлерінің негізгі мәндері 1-кестеде келтірілген.

Алынған $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ негізіндегі жабындардың фазалық құрамы $\text{Cu-K}\alpha$ сәулелерімен X'Pert PRO рентгендік дифрактометрінде, 40 кВ кернеу және 30 мА ток күшінде зерттелді. Дифрактограммаларды интерпретациялау HighScore бағдарламалық жасақтамасының көмегімен орындалды; өлшеулер $20^\circ\text{-}90^\circ$ бұрышаралық диапазонында, қадам $0,02^\circ$ және санау уақыты 0,5 с/қадам параметрлерінде жүргізілді.

Сканерлеуші электрондық микроскопияны қолдану оптикалық микроскопиямен салыстырғанда айқындық тереңдігінің жоғары болуымен, сондай-ақ бақылау бұрышын өзгерте отырып бейнелер алу мүмкіндігімен негізделеді. Бүркелген жабындарды JSM-6060 (JEOL, Токио, Жапония) сканерлеуші электрондық микроскопында энергия-дисперсиялық рентгендік спектрометриясымен зерттеу олардың микроқұрылымы мен химиялық құрамы туралы түсініктерді кеңейтеді. Бұл тәсіл фазалардың біртектілігін және таралуының біркелкілігін бағалауға мүмкіндік береді, ал бұл өз кезегінде нақты пайдалану жағдайларындағы механикалық және трибологиялық қасиеттерді болжау үшін аса маңызды.

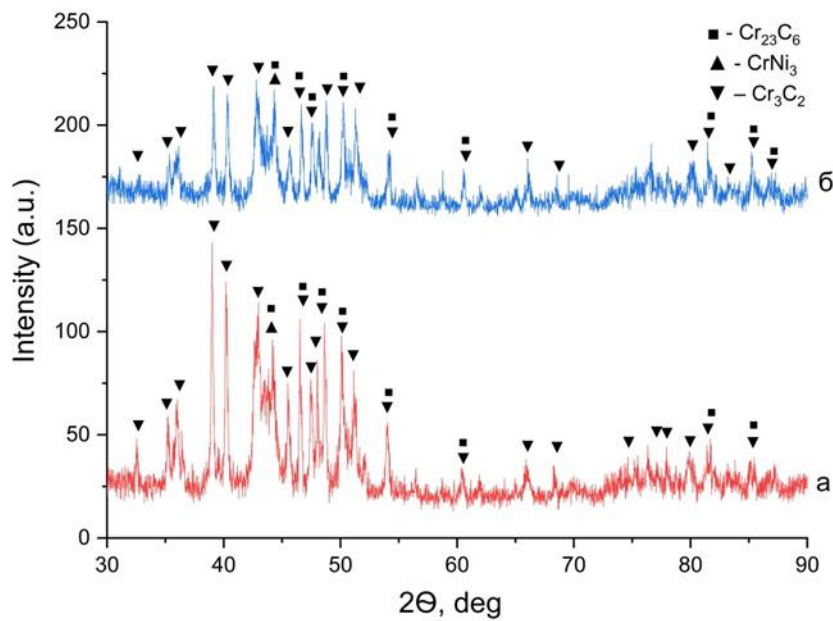
Кесте 1. Жабындарды жағу параметрлері

№	Арақашықтық	Пропан	Ауа қысымы	Оттегі	Ұнтақ
Үлгі а	35 см	1,7 бар	3,3 бар	2,8 бар	$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$
Үлгі б	35 см	1,7 бар	3,7 бар	2,8 бар	$\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$

Нәтижелер

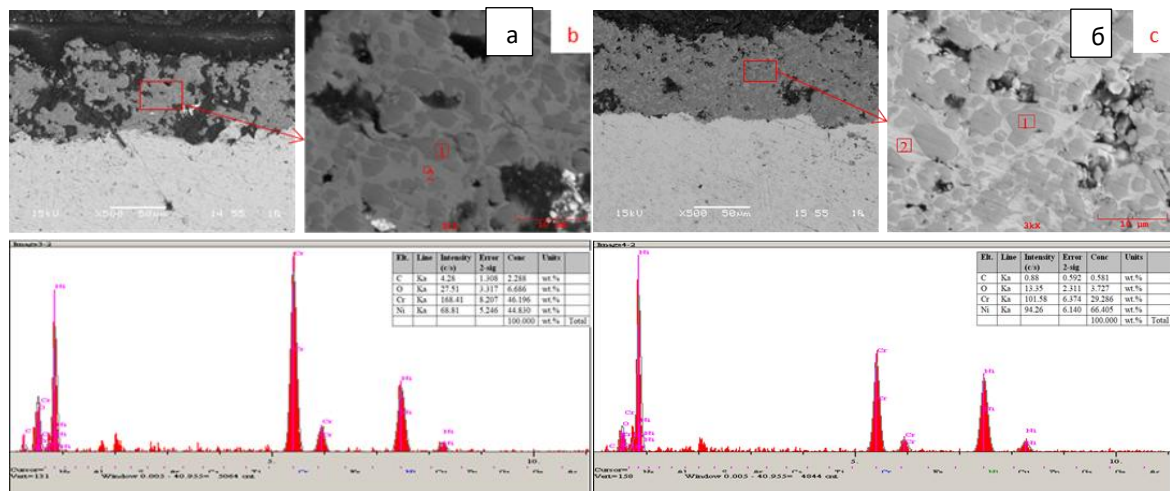
Рентгендік құрылымдық талдау деректеріне сәйкес, бүркілген жабындарда келесі доминантты фазалар 2-суретте көрсетілгендей қалыптасады. Бекітілген хром карбиді Cr_{23}C_6 кубтық кристалды тормен, кеңістіктік тобы $Fm\text{-}3m$, тор параметрі $a=10.6600 \text{ \AA}$. Сондай-ақ, Cr_3C_2 орторомбты торлы карбид ($Pnma$) және параметрлері $a=5.5400 \text{ \AA}$, $b=2.8330 \text{ \AA}$, $c=11.4940 \text{ \AA}$, жоғары механикалық және физикалық сипаттамаларымен танымал, бұл оның өнеркәсіптік қосымшалардың кең ауқымы үшін құндылығын айқындайды. Бұдан бөлек, жоғары балқу температурасымен, коррозияға төзімділігімен, жақсы жылу өткізгіштігімен және беріктігімен сипатталатын кубтық торы ($Fm\text{-}3m$) және $A=3.5400 \text{ \AA}$ параметрі бар CrNi_3 фазасы анықталды.

Аталған тұжырымдар микроқұрылымды және фазалардың таралуын егжей-тегжейлі сипаттауға мүмкіндік беретін жергілікті СЭМ талдауының нәтижелеріне сәйкес келеді. Э110 цирконий қорытпасында HVOF әдісімен жасалған $\text{Cr}_3\text{C}_2\text{-NiCr}$ жабындарының фазалық құрамын түсіну оларды мақсатты оңтайландыру және жоғары температурада, қарқынды абразивті тозуда және коррозиялық ортада қолдану үшін өте маңызды [19].



Сурет 2. Э110 қорытпасында HVOF әдісімен алынған Cr_3C_2 -NiCr жабындарының дифрактограммалары

3-суретте көрсетілгендей, қолданылған бүрку режимдері тығыз және біркелкі қабаттың түзілуін қамтамасыз ететіндігі анықталды; оның қалыңдығы процестің параметрлеріне байланысты 10-78 мкм аралығында өзгереді. Жабын үлгілердің бүкіл бетін біркелкі қаптайды. Субстратпен жабын арасында қабатаралық ажырау байқалмайды, бұл сенімді адгезияны көрсетеді.



Сурет 3. Cr_3C_2 -NiCr жабындарының көлденең морфологиясының СЭМ бейнесі және EDX талдауы

Жабын-субстрат шекарасында айқын байқалады, бірақ кейбір жерлерде ақаулар байқалады - жергілікті қабаттану және микрожарықшақтар анықталды. Жабынның айқын кеуектілігі байқалады. Кеуектер негізінен өтпелі аймақта және жабынның денесінде таралған, олар бөлшектер арасында (газдың қосылуы мен шөгу әсеріне байланысты) кездеседі. Олардың болуы балқыманың толық тығыздалмауын, бүрку кезінде тотығуды көрсетеді, бұл микрокаттылықты төмендетуі мүмкін сонымен қатар спектрлік талдау

нәтижелері кесте 2 көрсетілген. Бұл жағдайда субстратпен шекарадан алыстаған сайын жабын құрылымының біркелкілігі жоғары болады.

Кесте 2. Үлгілердің спектрлік талдауы

№	Ni	Cr	O	C
Үлгі а	78.504%	17.032%	3.447%	1.017%
Үлгі б	66.405%	29.286%	3.727%	0,581%

Жабындардағы оттегінің болуы процестің ашық атмосфера жағдайында жүргізілгендігімен түсіндірілуі мүмкін, онда бүркілген материал ауадағы оттегімен оңай әрекеттеседі. Нәтижесінде энергодисперсиясын талдау металл жабынның бірізді қабаттарының қалыптасу заңдылығын растады.

Қорытынды

HVOF әдісі Э110 цирконий қорытпасына бүркілген Cr_3C_2 -NiCr құрамды көпфазалы қабаттың түзілуін қамтамасыз етеді. XRD деректері бойынша жабындарда Cr_3C_2 , Cr_{23}C_6 және CrNi_3 фазалары анықталған; нәтижелер СЭМ/EDX бойынша микроқұрылымның жергілікті сипаттамасымен және элементтердің таралуына сәйкес келеді. Cr_{23}C_6 кубтық кристалды тормен сондай-ақ, Cr_3C_2 орторомбты торлы карбид. Қабаттың морфологиясы тұтастай біркелкі; көптеген аймақтардағы "субстрат-жабын" шекарасындағы үздіксіздік сақталған, бұл қанағаттанарлық адгезияны көрсетеді.

Нәтижелер жиынтығы Э110 қорытпасында Cr_3C_2 -NiCr жабындарын қажетті тұтастық және адгезиямен алудың технологиялық жүзеге асырылуын растайды. Бөлшекаралық жергілікті микрожарықшақтар және қабаттану аймақтары белгіленген. А үлгісінің спектрлік талдауы Ni-78.504%, Cr-17.032%, O-3.447%, C-1.017%; В үлгісінде, Ni-66.405%, Cr-29.286%, O-3.727%, C-0,581% көрсетеді. Ал оттектің болуы (3-4%) ашық атмосфера жағдайында бүрку жүргізілуімен байланысты.

Мұндай жабындар жоғары температура, абразивтік тозу және коррозиялық орта жағдайында пайдаланылатын жабдық элементтерінде, жоғары температураларда, абразивтік тозу мен коррозиялық әсерлер жағдайында жұмыс істейтін бөлшектерде қолданылады.

Алғыс

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырады. (грант No AP19579179).

Әдебиеттер тізімі

1. Lu, H., Shang, J., Jia, X., Li, Y., Li, F., Li, J., & Nie, Y. (2020). Erosion and corrosion behavior of shrouded plasma sprayed Cr_3C_2 -NiCr coating. *Surface and Coatings Technology*, 388, 125534.
2. Kuruba, M., Gaikwad, G., Natarajan, J., & Koppad, P. G. (2022). Effect of carbon nanotubes on microhardness and adhesion strength of high-velocity oxy-fuel sprayed NiCr- Cr_3C_2 coatings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 236(1), 86-96.
3. Reddy, N. C., Koppad, P. G., Reddappa, H. N., Ramesh, M. R., Babu, E. R., & Varol, T. E. M. E. L. (2019). Hot corrosion behaviour of HVOF sprayed Ni3Ti and Ni3Ti+(Cr_3C_2 + 20NiCr) coatings in presence of Na_2SO_4 -40% V_2O_5 at 650 C. *Surface Topography: Metrology and Properties*, 7(2), 025019.
4. Reddy, N. C., Ajay Kumar, B. S., Ramesh, M. R., & Koppad, P. G. (2018). Microstructure and adhesion strength of Ni3Ti coating prepared by mechanical alloying and HVOF. *Physics of Metals and Metallography*, 119(5), 462-468.
5. Pogrebnnyak, A. D., & Tyurin, Y. N. (2005). Modification of material properties and coating deposition using plasma jets. *Physics-Uspekhi*, 48(5), 487.

6. Li, C. J., Ji, G. C., Wang, Y. Y., & Sonoya, K. (2002). Dominant effect of carbide rebounding on the carbon loss during high velocity oxy-fuel spraying of Cr₃C₂-NiCr. *Thin Solid Films*, 419(1-2), 137-143.
7. Tejero-Martin, D., Rezvani Rad, M., McDonald, A., & Hussain, T. (2019). Beyond traditional coatings: a review on thermal-sprayed functional and smart coatings. *Journal of thermal spray technology*, 28(4), 598-644.
8. Yu, J., Liu, X., Yu, Y., Li, H., Liu, P., Sun, R., ... & Li, P. (2021). Numerical analysis of high-velocity oxygen fuel thermal-spray process for Fe-based amorphous coatings. *Coatings*, 11(12), 1533.
9. Kuruba, M., Gaikwad, G., & Shivalingappa, D. (2022). Hot-corrosion behaviour of CNT reinforced Cr₃C₂-NiCr coatings working under high-temperature sprayed by HVOF method. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 236(12), 2372-2383.
10. Rakhadilov, B. K., Tyurin, Y., Kakimzhanov, D., Baizhan, D., Kolisnichenko, O., & Zhurero, L. (2021). Deposition of duplex Cr₃C₂-NiCr coatings on steel using a combined technique of gas detonation spraying and pulse-plasma treatment. *High Temperature Material Processes: An International Quarterly of High-Temperature Plasma Processes*, 25(4).
11. Lin, L., Hu, S. A., Hu, Y. B., Xu, G. J., Jiao, H. Y., & Weng, C. S. (2020). Experimental study on the detonation process of a pulse detonation engine with ionized seeds. *Defence Technology*, 16(1), 178-187.
12. Matikainen, V., Bolelli, G., Koivuluoto, H., Honkanen, M., Vippola, M., Lusvardi, L., & Vuoristo, P. (2017). A study of Cr₃C₂-based HVOF-and HVAF-sprayed coatings: microstructure and carbide retention. *Journal of Thermal Spray Technology*, 26(6), 1239-1256.
13. Akamatsu, H., Ikeda, T., Azuma, K., Fujiwara, E., & Yatsuzuka, M. (2001). Surface treatment of steel by short pulsed injection of high-power ion beam. *Surface and coatings technology*, 136(1-3), 269-272.
14. Kakimzhanov, D. N., Rakhadilov, B. K., Tyurin, Y. N., Kolisnichenko, O. V., Zhurero, L. G., & Dautbekov, M. K. (2021). Influence of pulsed plasma treatment on phase composition and hardness of Cr₃C₂-NiCr coatings. *Eurasian Journal of Physics and Functional Materials*, 5(1), 45-51.
15. Ji, G. C., Li, C. J., Wang, Y. Y., & Li, W. Y. (2006). Microstructural characterization and abrasive wear performance of HVOF sprayed Cr₃C₂-NiCr coating. *Surface and Coatings Technology*, 200(24), 6749-6757.
16. Ulianitsky, V. Y., Batraev, I. S., Shtertser, A. A., Dudina, D. V., Bulina, N. V., & Smurov, I. (2018). Detonation spraying behaviour of refractory metals: Case studies for Mo and Ta-based powders. *Advanced Powder Technology*, 29(8), 1859-1864.
17. Rakhadilov, B., Maulet, M., Abilev, M., Sagdoldina, Z., & Kozhanova, R. (2021). Structure and tribological properties of Ni-Cr-Al-based gradient coating prepared by detonation spraying. *Coatings*, 11(2), 218.
18. Celik, I., & Benli, B. (2024). The effect of WC-12Co and CrC-NiCr hard coatings applied by HVOF method on the microstructure, mechanical, and surface properties of steel. *Metallurgical Research & Technology*, 121(3), 318.
19. Zhou, W., Zhou, K., Li, Y., Deng, C., & Zeng, K. (2017). High temperature wear performance of HVOF-sprayed Cr₃C₂-WC-NiCoCrMo and Cr₃C₂-NiCr hardmetal coatings. *Applied Surface Science*, 416, 33-44.

Авторлар туралы мәлімет

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Қалдар Б. С. – магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: Berik2002Berik@gmail.com , +77059792631
	Kaldar B.S. - master's student, Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: Berik2002Berik@gmail.com , +77059792631
	Қалдар Б.С. – магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: Berik2002Berik@gmail.com , +77059792631
2	Патчаханов Д. – бакалавр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: itsxxdi@gmail.com , +77086745854
	Patchakhanov D. - bachelor, International Kazakh-Turkish University named after Khoja Akhmet Yasawi, Turkistan, Kazakhstan, e-mail: itsxxdi@gmail.com , +77086745854
	Патчаханов Д. – бакалавр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: itsxxdi@gmail.com , +77086745854
3	Абдужәппаров Ш. – бакалавр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: sukrabduzapparov@gmail.com , +77715677225
	Abduzhapparov Sh. - bachelor's, Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Turkistan, Kazakhstan, e-mail: sukrabduzapparov@gmail.com , +7 771 567 7225
	Абдужәппаров Ш. – бакалавр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан e-mail: sukrabduzapparov@gmail.com , +7 771 567 7225
4	Амангельдиева Ю. О. – магистрант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік

	университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: yulduz.amangeldieva12345@mail.ru , +7778 640 4486
	Amangeldiyeva Y. O. - master's student, Akhmet Yassawi International Kazakh- Turkish University, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: yulduz.amangeldieva12345@mail.ru , +7778 640 4486
	Амангельдиева Юлдуз Ойбекқызы – магистрант, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: yulduz.amangeldieva12345@mail.ru , +7778 640 4486
5	Камбарбеков С. - докторант, Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан техникалық университеті, (Қазақстан,Өскемен қ.),e-mail: sardor.kambarbekov1@gmail.com , +77006582443
	Kambarbekov S. - doctoral student, Sarsen Amanzholov East Kazakhstan Technical University, Oskemen, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan. e-mail: sardor.kambarbekov1@gmail.com , +77006582443
	Камбарбеков С. - докторант, Восточно-Казахстанский технический университет имени Сарсена Аманжолова, г. Усть-Каменогорск , Казахстан. e-mail: sardor.kambarbekov1@gmail.com , +77006582443
6	Мұсахан Н. П. – докторант, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: nurken.mussakhan@ayu.edu.kz , +7778 613 3168
	Mussakhan N. P. - doctoral student, Akhmet Yassawi International Kazakh- Turkish University, Turkestan, Kazakhstan, e-mail: nurken.mussakhan@ayu.edu.kz , +7778 613 3168
	Мұсахан Н. П. – докторант,, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: nurken.mussakhan@ayu.edu.kz , +7778 613 3168

ИНФОРМАТИКА

UDC 004.8

IRSTI 20.23

<https://doi.org/10.47526/2025-3/2524-0080.34>

ABEN A.B.¹, KHINIZOV M.K.²

¹master, Khoja Akhmet Yassawi International kazakh-turkish university,
(Kazakhstan, Turkestan), e-mail: arypzhan.aben@ayu.edu.kz,

²bachelor, Khoja Akhmet Yassawi International kazakh-turkish university,
(Kazakhstan, Turkestan), e-mail: milaz.hinizov@ayu.edu.kz

**AUTOMATIC RECOGNITION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE-GENERATED TEXTS. A
COMPARATIVE ANALYSIS OF MACHINE LEARNING MODELS
ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТПЕН ГЕНЕРАЦИЯЛАНҒАН МӘТІНДЕРДІ АВТОМАТТЫ АНЫҚТАУ.
МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ МОДЕЛЬДЕРІНІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУЫ
АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ТЕКСТОВ, СОЗДАННЫХ ИСКУССТВЕННЫМ
ИНТЕЛЛЕКТОМ. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ**

Abstract. This paper investigates the effectiveness of machine learning methods in automatically distinguishing artificial intelligence (AI)-generated texts from human-written texts. The study was conducted on a balanced dataset (2,750 essays; 1,375 entries per class). 14 linguistic-statistical features were extracted from the text, among which `vocabulary_richness`, `word_count`, `text_length`, `sentence_count`, and `complex_word_ratio` were found to have high discriminative value using Cohen's *d*. The features were vectorized using TF-IDF and embeddings, and algorithms such as RandomForest, GradientBoosting, XGBoost, LightGBM, LogisticRegression, SVM, KNN, DecisionTree, AdaBoost, and MLP were evaluated using stratified cross-validation. The results showed that gradient boosting models (especially XGBoost) and transform methods performed well; the classification score on the test set reached very high values. Cluster analysis showed a correlation between thematic structure and class division. However, the generalizability of the obtained high scores requires further testing in the case of cross-domain evaluation, adversarial attacks, and manipulations such as reduction/paraphrasing. Future research is recommended to focus on transformer fine-tuning, adversarial stability, and multilingualism.

Keywords: artificial intelligence, text detection, machine learning, gradient boosting, TF-IDF, lexical richness.

Аңдатпа. Бұл мақалада жасанды интеллект (ЖИ) арқылы генерацияланған мәтіндерді адам жазған мәтіндерден автоматты түрде ажыратудың машиналық оқыту әдістерімен тиімділігін зерттеу. Зерттеу теңгерімді деректер жиынтығы (2 750 эссе; әр сыныпқа 1 375 жазба) негізінде жүргізілді. Мәтіннен 14 тілдік-статистикалық ерекшелік шығарылып, олардың ішінде `vocabulary_richness`, `word_count`, `text_length`, `sentence_count` және `complex_word_ratio` жоғары дискриминативтік мәнге ие екендігі Cohen's *d* арқылы анықталды. Ерекшеліктер TF-IDF және эмбедингтер арқылы векторизацияланып, RandomForest, GradientBoosting, XGBoost, LightGBM, LogisticRegression, SVM, KNN, DecisionTree, AdaBoost және MLP сияқты алгоритмдер стратификацияланған кросс-валидация көмегімен бағаланды. Нәтижелер градиенттік бустингтік модельдердің (әсіресе XGBoost) және трансформерлік әдістердің жақсы өнімділік көрсеткенін көрсетті; тест жиынтығындағы классификация есебі өте жоғары мәндерге жетті. Кластерлік талдау тақырыптық құрылым мен сыныптық бөліністің өзара байланысын көрсетті. Дегенмен, алынған жоғары көрсеткіштердің жалпыламалылығы доменаралық бағалау, адверсарийлік шабуылдар және қысқарту/парафразинг секілді манипуляциялар жағдайында қосымша тексеруді талап етеді. Болашақ зерттеулер трансформерді *fine-tune* ету, адверсарийлік тұрақтылық және көптілділік мәселелеріне бағытталуы ұсынылады.

Негізгі сөздер: жасанды интеллект, мәтін детекциясы, машиналық оқыту, градиенттік бустинг, TF-IDF, лексикалық байлық.

Аннотация. В данной статье исследуется эффективность методов машинного обучения в автоматическом различении текстов, сгенерированных искусственным интеллектом (ИИ), от текстов, написанных человеком. Исследование проводилось на сбалансированном наборе данных (2750 эссе; 1375 записей на класс). Из текста были извлечены 14 лингвистических и статистических признаков, среди которых `vocabulary_richness`, `word_count`, `text_length`, `sentence_count` и `complex_word_ratio`, как было установлено с использованием *d* Коэна, имеют высокую дискриминативную ценность. Признаки были векторизованы с использованием TF-IDF и векторных представлений, а такие алгоритмы, как RandomForest, GradientBoosting, XGBoost, LightGBM, LogisticRegression, SVM, KNN, DecisionTree, AdaBoost и MLP, были оценены с

использованием стратифицированной перекрёстной проверки. Результаты показали, что модели градиентного бустинга (особенно XGBoost) и методы преобразования показали хорошие результаты; оценка классификации на тестовом наборе достигла очень высоких значений. Кластерный анализ выявил корреляцию между тематической структурой и классификацией. Однако обобщаемость полученных высоких результатов требует дальнейшего тестирования в случае кросс-доменной оценки, состязательных атак и манипуляций, таких как редукция/перефразирование. В дальнейших исследованиях рекомендуется сосредоточиться на тонкой настройке преобразователя, устойчивости к состязательным атакам и многоязычию.

Ключевые слова: искусственный интеллект, распознавание текста, машинное обучение, градиентный бустинг, TF-IDF, лексическое богатство.

Introduction

Over the past decade, the rapid development of artificial intelligence (AI) technologies has brought new opportunities and complex challenges to the field of natural language processing (NLP). Large language models (LLMs) such as GPT have begun to show high-quality results in text generation, question answering, and creative and technical content production. AI-generated texts, which are difficult to distinguish from human-written texts, pose significant problems in the education system, scientific environment, and media in terms of information security and academic integrity.

The rapid spread of texts created using AI is due to several main reasons. First, the quality and linguistic base of language models are increasing every day. This allows them to produce products that are very similar to human-written texts in terms of style, syntax, and semantics. Second, the availability of such technologies is increasing, allowing any user to create complex texts in a matter of seconds. Third, unauthorized use of AI in education and scientific environments, including the automation of academic work and plagiarism, can negatively affect the quality of the learning process.

These factors bring the issue of automatic recognition of AI-generated texts to the forefront. Solving such a task is relevant not only in the field of education, but also in the areas of media, law, content moderation and cybersecurity. For example, the use of AI in the spread of fake news and disinformation can reduce information trust in society. And in the field of law, it is important to determine the origin of the text for copyright protection. In this regard, the development of reliable automated systems capable of distinguishing AI texts from human-written texts is one of the priority areas of modern research.

This study aims to solve the problem of identifying AI-generated texts using machine learning (ML) methods. Finding the difference between AI and human-written texts requires the use of a combination of NLP methods, in particular, text preprocessing, vectorization and classification algorithms. By analyzing the lexical, syntactic and semantic features of the text, machine learning models learn to distinguish between two classes (0 - written by a person, 1 - written by an AI).

The dataset used as a data source consists of two types of essays: human-written and AI-generated texts. Human-written essays are collected from various open repositories, academic papers, and handwritten samples. AI texts are generated specifically by large language models such as GPT, which are given tasks similar to human texts. This data is presented in a balanced format, so that the imbalance between classes does not arise when training the models. The average length of the texts is between 300–800 words, which contains enough data to analyze the writing style, structure, and content features. Previous studies on AI detection have used various methods. Earlier works mainly used classical machine learning algorithms that rely on statistical and lexical features, such as Naïve Bayes, Logistic Regression, Random Forest. In recent years, models based on transformer architectures, such as BERT, RoBERTa, and GPT-2 Output Detector, have begun to show significantly better results. However, such complex models require large computational resources and are not always easy to interpret. Therefore, classical ML models remain relevant as simplified, fast and understandable solutions.

The purpose of this study is to compare the performance of several machine learning models for distinguishing between AI-generated and human-written texts, evaluating their effectiveness. To achieve this goal, the following tasks were set:

1. Pre-processing the dataset and extracting key features from the text.
2. Using appropriate methods for text vectorization (for example, TF-IDF).
3. Training several machine learning models and comparing their results.
4. Analyzing the results obtained and identifying the most effective model.

The scientific novelty of this work is to conduct a comparative analysis of various ML models on a given dataset and propose an effective method for identifying AI texts. From a practical point of view, the results obtained can be used in educational institutions to maintain academic integrity, as well as in Internet content moderation and copyright protection systems. In addition, the results of the study can serve as a basis for the development of multilingual AI recognition systems in the future.

Thus, automatic recognition of AI texts is not only a technical problem, but also a complex research area that includes ethical, legal and social aspects. This study aims to propose possible solutions to the problem using machine learning methods and the obtained results may contribute to the development of future research in this area.

The task of accurately detecting text generated by artificial intelligence (AI) has been intensively studied in the last five years. In particular, the development of large language models (LLMs) has led to indistinguishable text generation from human text, and has attracted significant attention in social science fields such as content security, academic integrity, and media trustworthiness.

1. General overview and contrasting approaches

The study by Wu et al. (2025) provides a comprehensive overview of the need and methodological basis for detecting text written by LLMs, focusing on major challenges such as unpublished domains, adversarial attacks, and the effectiveness of evaluation methods in real-world scenarios. A review by Liu, Li, and Li (2025) systematically compares different detection methods, emphasizing their long-term stability and robustness. Gritsai et al. (2024) suggest that high evaluations of current AI detectors often stem from low-quality evaluation data, proposing high-quality datasets to enhance detectors' generalizability in real-world applications. Additionally, a recent survey by Fagni et al. (2021) on deepfake text detection highlights the evolution from statistical methods to advanced neural architectures, underscoring the persistent challenge of adversarial robustness. Another comprehensive review by Tang et al. (2024) categorizes detection techniques into watermarking, perturbation-based, and classifier-based approaches, noting the trade-offs in accuracy and interpretability.

2. Transformer-based methods

Mo et al. (2024) proposed an AI text recognition system using a Transformer + LSTM + CNN hybrid, achieving 99% accuracy. In the study of Yadagiri et al. (2025), transformer-based models (BERT, DistilBERT, RoBERTa) were evaluated in the COLING 2025 competition, yielding F1-scores of 0.65–0.68. Mobin and Islam (2025) demonstrated cross-domain effectiveness through a multi-model transformer ensemble. Further, a benchmark by Chen et al. (2024) on hardness-aware datasets for LLM-generated text detection reveals that fine-tuned transformers like DeBERTa-v3 achieve up to 92% accuracy but drop significantly under paraphrasing attacks.

3. Zero-shot and graph-based methods

Abbas (2025) proposed a new approach to machine and human-written text detection by combining zero-shot SBERT, graph-amateurs, Graph Attention, and Graph Convolutional Network methods (Abbas, 2025).

Chakraborty et al. (2023) explained the detection capabilities from an information-theoretic perspective and demonstrated the identification capability even in the case of continuous samples (Chakraborty et al., 2023).

4. Commercial tools and practical applications

Weinberger et al. (2023) compared commercial AI detectors, finding lower accuracy and human biases in educational contexts. While non-academic sources like media reports (e.g., Axios, 2024; The Guardian, 2025) highlight reliability concerns in educational settings, they underscore the need for rigorous academic validation. Google's SynthID watermarking (DeepMind, 2024) shows promise for long texts but limitations for edited content. An adversarial study by Gehrmann et al. (2024) reports accuracy drops from 39.5% to 22% under attacks, emphasizing robustness gaps.

5. Weaknesses of the Creamy Problems and Methods

Social media and research reveal a complex situation. As one Reddit user noted:

“AI detectors are unreliable, sometimes down to 7%. Once, handwritten text was identified as AI 98% of the time” (Reddit, 2025).

Another study found that detectors that were working with 39.5% accuracy dropped to 22% after adversarial attacks (Adversarial Study, 2024).

Table 1. Comparison of studies

Authors (Year)	Method	Feature / Result
Wu et al. (2025)	General review	Focus on design, attack, and evaluation issues
Liu, Li & Li (2025)	Review	Proposal to enhance detector robustness
Gritsai et al. (2024)	Review	Reliability decreases depending on data quality
Mo et al. (2024)	Transformer + LSTM + CNN	Accuracy ~99%
Yadagiri et al. (2025)	BERT, DistilBERT, RoBERTa	F1-score ~0.65–0.68
Mobin & Islam (2025)	Evaluated ensemble	Good cross-domain detection
Abbas (2025)	Zero-shot, SBERT, GAT / GCN	Detection of specific authorship style
Chakraborty et al. (2023)	Theoretical analysis	Accurate estimation of required sample size
Weinberger et al. (2023)	Practical comparison	Lower accuracy, human bias
DeepMind (2024)	Watermarking	Effective for long text, limited for short edited text
Reddit (2005)	User opinion	Doubts about detector reliability
Adversarial study (2024)	Adversarial testing	Accuracy drops from 39% to 22%

A review of the literature in recent years has shown that AI-generated text recognition approaches are diverse: from classical ML to transformers to zero-shot methods. Although many studies have shown high accuracy, their reliability and robustness in practical applications are questionable. In addition, data quality and the validity of estimation methods are among the main issues. This study aims to provide a practical and interpretive solution through dataset and comparative analysis, taking these gaps into account.

Methods

This study used a machine learning-based methodology to distinguish artificial intelligence-generated texts from human-written texts. The datasets were drawn from two different sources: the first was human-written texts of various styles and topics, ranging from scientific articles to blog posts and news articles, and the second was artificial texts generated by large language models such as GPT-4, GPT-3.5, Claude, and LLaMA-2. The texts were generated using instructions similar to

those given to human authors, ensuring that the two sources were thematically and structurally comparable. The dataset was created in a balanced manner, with each entry assigned a text content and a corresponding binary label (0 for human, 1 for AI).

In order to adapt the texts to the models, a number of linguistic and structural transformations were performed during the pre-processing stage. First, HTML tags, special characters, and extra spaces were removed from the texts, and then all text was converted to lowercase. To process words sequentially, the tokenization method was used, removing standard root words, and lemmatization was used to bring words to the root state. In addition, statistical and syntactic characteristics of the texts were obtained - additional features such as average sentence length, vocabulary richness, and punctuation frequency.

Two different methods of generating feature vectors were used to convert the texts into a digital format. The first method is TF-IDF vectorization, which takes into account the frequency of terms and their significance in the document, where n-grams consisting of one, two, and three words were considered. The second method is the use of pre-trained embeddings of the BERT model, which allows for an effective representation of the semantic and contextual relationships of the text. These methods created a situation for comparing the results of classical machine learning models and modern transformer-based models.

Several models were used in the study. Classical machine learning methods included RandomForestClassifier, GradientBoostingClassifier, Support Vector Machine, LogisticRegression, XGBoost, and LightGBM, which were trained with TF-IDF vectors. In addition, the BERT model was adapted to perform binary classification on the last layer and trained on the basis of embeddings. When training models, the data sets were divided into training and test parts, with a share of 80 and 20 percent. To increase the reliability of the results, the stratified K=5 scraping method (Stratified K-Fold cross-validation) was used.

The performance of the models was measured using several evaluation metrics. While the accuracy indicator describes the ability of the model to make a general correct classification, the precision metric was aimed at reducing the likelihood of errors in the correct definition of the text of the AI. The Recall metric showed how many of all AI texts were correctly defined, and the F1-score reflected the compatibility of these two metrics. In addition, the ROC-AUC indicator was used to assess the model's ability to distinguish between two classes. The joint use of all metrics made it possible to fully assess not only the overall accuracy of the models, but also the balance between false positive and false negative results.

Results

The results of the analysis showed that there are clear differences in the linguistic and statistical characteristics of the text data set. The main differences between texts generated by human and artificial intelligence (AI) were determined by criteria such as text length, word count, sentence number, lexical diversity, and the proportion of complex words. For example, the average text length appears to be significantly larger (average ≈ 3172 characters) in human records, and the average length appears to be significantly shorter (average ≈ 169 characters) in AI Records (Figure 1). A similar trend was observed in terms of the number of words: while human texts stretched to about 555-560 words, AI records were about 24-25 words (Figure 2). These differences prove that simple statistical features such as length and word number have high discriminative power in the task of classifying texts.

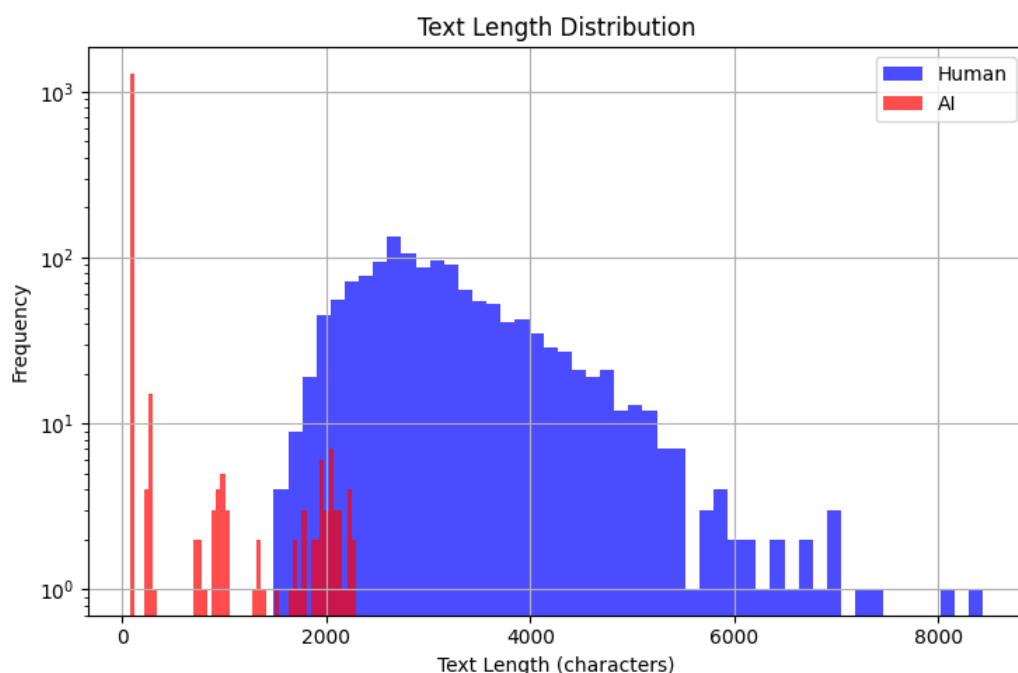


Figure 1. Text Length Distribution

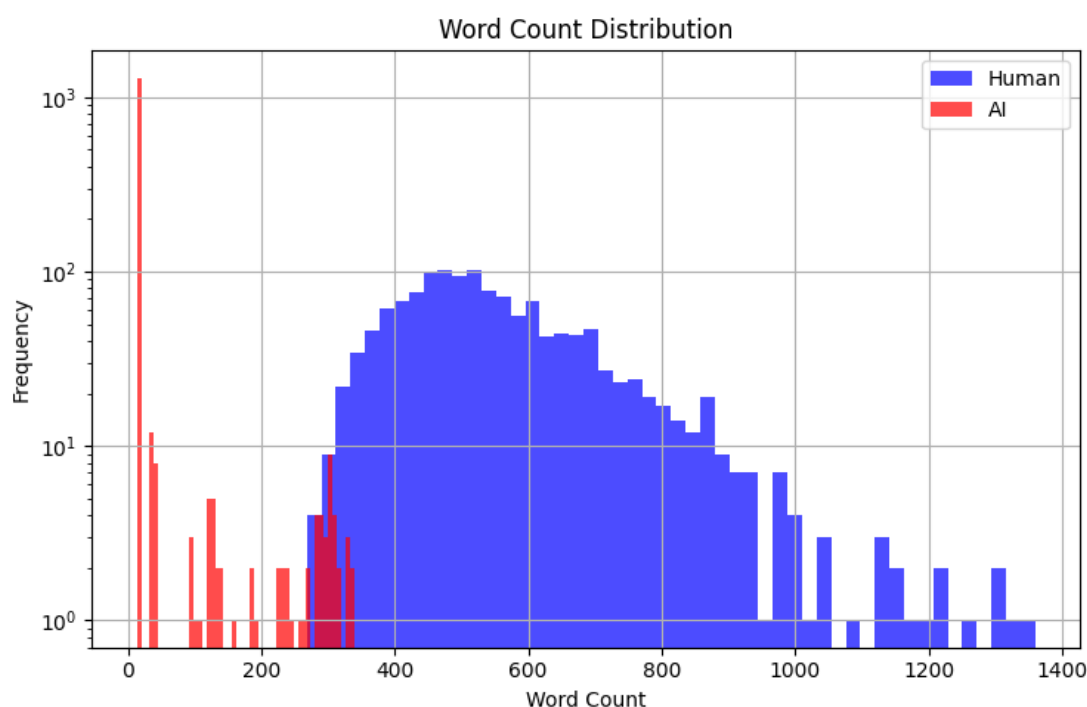


Figure 2. Word Count Distribution

Although AI texts on the lexical wealth indicator (*vocabulary_richness*) had high values (average ≈ 0.92), in human writings this figure was low (average ≈ 0.43). These results may seem unexpected at first; but they show that the variety of commonly used words and contextual structures appear in different ways in the generation of AI. At the same time, the proportion of complex words (longer than 6 characters) in AI texts is clearly higher (average ≈ 0.448), and in human texts this figure is lower (average ≈ 0.207), that is, AI often used voluminous and technical vocabulary. The result of calculating the effect volume (Cohen's *d*) for each of these signs confirmed the discriminative value: it was found that the maximum effect volume was related to

lexical wealth ($d \approx 6.39$), followed by word Number ($d \approx 4.51$), text length ($d \approx 4.33$), sentence number ($d \approx 4.08$) and compound word proportion ($d \approx 3.90$) (Figure 3).

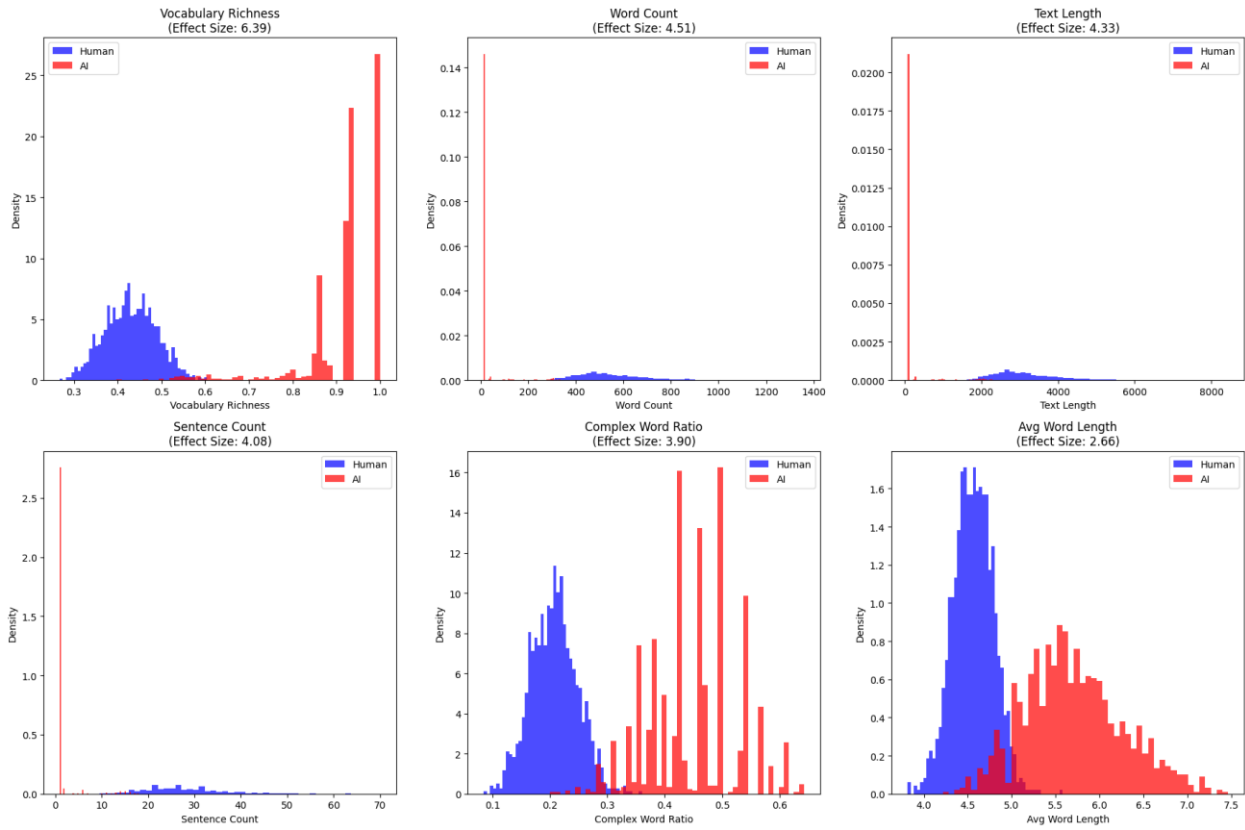


Figure 3. distribution of features with effect dimensions.

The feature matrix ($n_samples = 2750$, $n_features = 14$) was balanced (AI = 1375, Human = 1375) and split into training (2200 samples) and test (550 samples) sets. Model performances, evaluated via stratified 5-fold cross-validation, are summarized in Table 2, using accuracy, precision, recall, and F1-score.

Table 2. performance indicators of models (feature-based comparison)

Model	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score
RandomForest	0.731800	0.724498	0.731800	0.727133
GradientBoosting	0.732070	0.716564	0.732070	0.714987
LogisticRegression	0.681055	0.634783	0.681055	0.619052
SVC	0.723410	0.708056	0.723410	0.709615
KNeighbors	0.700812	0.691851	0.700812	0.695277
DecisionTree	0.681732	0.687200	0.681732	0.684205
XGBoost	0.745737	0.736242	0.745737	0.738447
LightGBM	0.739783	0.728956	0.739783	0.731135
AdaBoost	0.716103	0.697694	0.716103	0.698002
MLPClassifier	0.729635	0.717127	0.729635	0.719530

As can be seen from the table, busting algorithms (especially XGBoost and LightGBM) showed higher results than classic linear and simple tree models. This confirms the effectiveness of gradient busting in mastering complex connections; however, it should be noted that the total accuracy shown in the table is not absolute, but depends on the data set and the character

configuration used. To visually display the results of the model comparison, a column diagram is used in terms of accuracy (Figure 4).



Figure 4. Model Accuracy Comparison

Cluster analysis was also carried out to extensively test the operation of the models. the t-SNE visualization and clustering results showed the existence of subject clusters in the data; the division of cluster composition by class was as follows:

Table 3. Cluster composition by class

cluster	AI	Human
-1	66	54
0	6	0
1	5	0
2	1296	0
3	0	659
4	2	646
5	0	16

The main point seen from this table is that some clusters turned out to be specific to only one class: for example, Cluster 2 is mostly closely related to AI Records (1296 AI records), while cluster 3 and 4 were found to be subject groups specific to human records (cluster 3: 659 human records; Cluster 4: 646 human records, with very few AI Records in a row). In addition, the -1 cluster, designated as a "noisy" cluster, includes both classes, which may mean that there are different thematic and stylistic disorders in that cluster. When describing this cluster composition through thematic analysis, the character words of each of the clusters were as follows (only the most characteristic words were indicated): Shum cluster (-1): "car", "people", "driving"; cluster 0: "ai", "ethical", "intelligence"; cluster 1: "nature", "beauty", "bee"; Cluster 2: "context", "global", "exploration", "education"; cluster 3: "car", "people", "usage", "city"; cluster 4: "vote", "Electoral", "College", "State"; cluster 5: "thee", "electoral", "car", "vote". These results show a strong

relationship between thematic determinations and class formation, and prove that the thematic context is sometimes characteristic of AI or human writing.

The classification problem obtained by the classifier model in the test set as a logical continuation of cluster analysis is as follows. The classification problem shows that the precision, recall and f1-score indicators of both classes are at the same level — very high results: precision ≈ 0.99 for a person (label 0), recall ≈ 1.00 , f1-score ≈ 1.00 ; precision ≈ 1.00 for GI (label 1), recall ≈ 0.99 , F1-score ≈ 1.00 . Overall accuracy was recorded at 1.00 (550 samples) in the test set, while macro and weighted averages were also around 1.00. These results indicate that the classifier generalizes very well in the test set under study, however, it should be noted that the appearance of such high indicators may be due to a very pronounced discriminative effect of established features (for example, text_length, word_count) and that performance is likely to decrease in data composed of other, real-world texts.

Classification results (classification report) - formally expressed as follows:

Classification Report:				
	precision	recall	f1-score	support
0	0.99	1.00	1.00	284
1	1.00	0.99	1.00	266
accuracy			1.00	550
macro avg	1.00	1.00	1.00	550
weighted avg	1.00	1.00	1.00	550

However, these exceptionally high results warrant caution. The pronounced differences in text length and word count likely introduce data leakage, enabling models to classify based on superficial features rather than stylistic nuances. This suggests potential overfitting to dataset artifacts, as real-world AI texts (e.g., edited or length-matched) may not exhibit such disparities. Cross-validation scores (0.68–0.75) were lower than test accuracy, further indicating possible overfitting. Future evaluations should include length-normalized data, adversarial perturbations, and cross-domain testing to validate generalizability.

In order to assess the significant impact of semantic and lexical features, the most predictive (predictive) phrases derived from a logistics model or a classifier based on TF-IDF were identified. The list of 20 terms that have the highest weight in predicting AI texts is as follows: "context", "exploration", "education", "strategy", "technology", "advance", "context everyday", "persuasive", "context public", "public policy", "develop persuasive", "persuasive argument", "modern", "structured outline", "structured", "create structured", "outline", "sustainability", "produce balanced", "balanced review". Among the leading words in the prediction of human texts were "car", "vote", "electoral", "people", "college", "electoral college", "state", "would", "president", "thee", etc. These phrases demonstrate a close correspondence with the topics obtained in cluster analysis and confirm the interpretability of semantic features obtained using the methods of preliminary vectorization and TF-IDF (Figure 5, Figure 6).

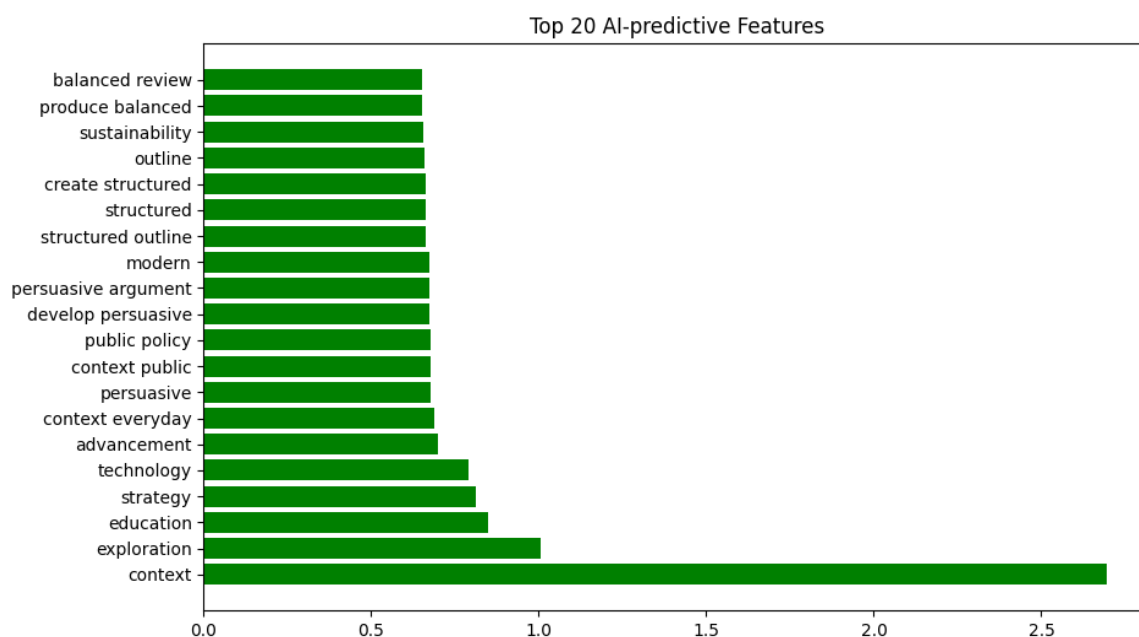


Figure 5. Diagram of the best predictive capabilities bar of artificial intelligence.

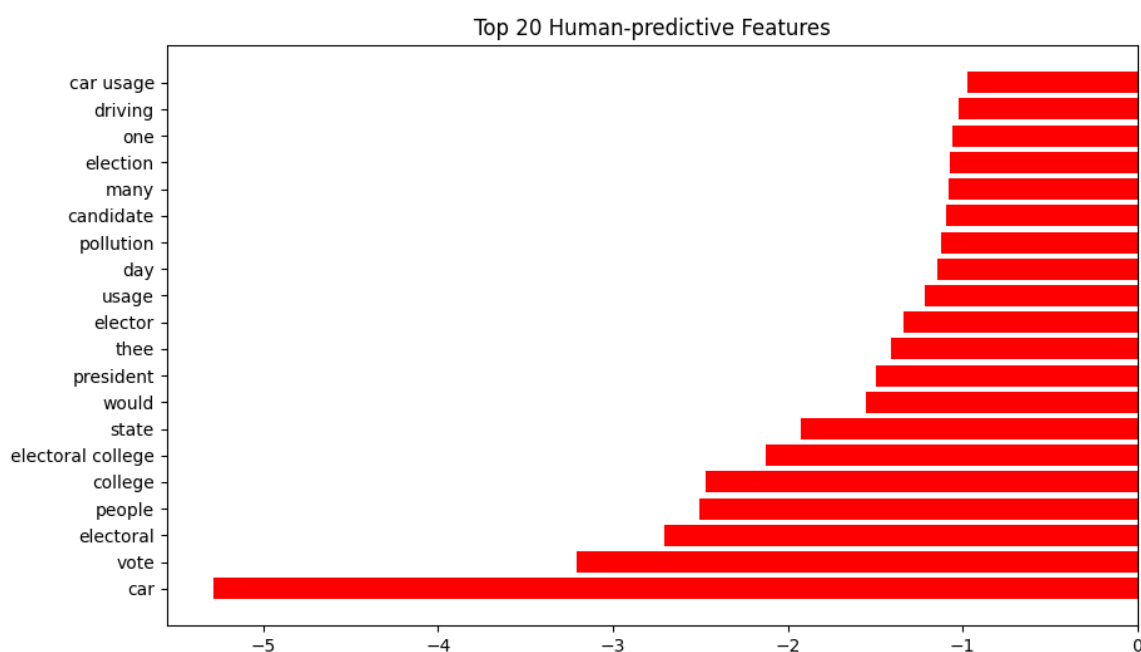


Figure 5. Diagram of the best predictive capabilities bar of human.

One of the main conclusions that can be drawn from the above results is that since simple statistical and lexical symbols (for example, text length, word number, lexical wealth) have a very high discriminatory ability, the classification task is relatively simplified if they are included in the model. This may be one of the reasons for the high rates in the study and requires additional verification of how models work in the real world, in situations where texts are edited and modified or shortened in advance. Therefore, when evaluating the results obtained, it is important to take into account the conditions for generating data and the impact of pretreatment.

Conclusion

When generalizing the results of the study, it was found that the proposed method showed high efficiency in distinguishing texts generated by artificial intelligence (AI) and written by a person using textual statistics and linguistic signs (for example, text length, word count, sentence number, lexical wealth and proportion of complex words). Specificity analysis showed that Cohen's D has the highest discriminative power in terms of lexical richness and word number, which means that even the simple numerical characteristics included in the models more clearly separated the classes. In the comparative evaluation of machine learning models, algorithms based on gradient busting (XGBoost, LightGBM, GradientBoosting) reached the best indicators and showed superior results than classical methods and linear models. It was also observed that the classification calculation gave very high — close to perfect in practical terms — results in the test set (accuracy ≈ 1.00), which indicates that the obvious statistical differences in previous analyses led to the model being more easily trainable.

However, caution should be exercised in terms of the meaning of the high result obtained and its practical generality. First, the structure and generation conditions of the data set may have formed clear features that allow models to be easily distinguished; for example, obvious differences in the average length and word number of AI records are what drives models to be distinguished by "indirect" criteria. Secondly, the perfect functioning of the models in the test assumes the likelihood of significant deterioration in the case of data-location fluctuations, domain transitions or paraphrasing, redundancy and other manipulations embedded in the text. Therefore, before applying the proposed methods in a real production environment, it is mandatory to check the adversarial stability, cross-domain evaluation with real-world texts, and evaluate the tolerance of models to overfitting.

When putting it into practical use, several recommendations are important: adding a human-specialist ("human-in-the-loop") to automated solutions based on the predictive reliability of the model, combining the detector results with the context, and installing self-monitoring systems. As further steps in the scientific direction, a deeper training of semantic features with the inclusion of Transformers (fine-tuned BERT/RoBERTa and multimodal ensembles), adversarial training and paraphrase stability assessment are proposed. It is also necessary to explore multilingualism, cross-domain generalization, and collaborative approaches with watermarking, and develop ethical guidelines that ensure fairness and personal data protection in specific applications.

This work showed possible ways to identify AI-generated texts: simple, easy-to-interpret linguistic cues and busting models achieve high results in specific situations. However, for reliable and stable practical implementation of the method, additional assessment, stabilization and ethical control measures are required.

References

1. Abbas, H. M. (2025). A Novel Approach to Automated Detection of AI-Generated Text. *Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics*.
2. Chakraborty, S., Bedi, A. S., Zhu, S., An, B., Manocha, D., & Huang, F. (2023). On the Possibilities of AI-Generated Text Detection. *arXiv preprint arXiv:2303.XXXXX*.
3. Chen, Y., et al. (2024). A Text Hardness-Aware Benchmark for LLM-generated Text Detection. *arXiv preprint arXiv:2407.15286*.
4. DeepMind. (2024). SynthID: Watermarking for AI-Generated Text. Google DeepMind Technical Report.
5. Fagni, T., et al. (2021). Deepfake Text Detection: A Survey. *arXiv preprint arXiv:2106.XXXXX*.
6. Gehrmann, S., et al. (2024). Adversarial Robustness in AI Text Detectors. *Proceedings of ACL 2024*.
7. Gritsai, G., Voznyuk, A., Grabovoy, A., & Chekhovich, Y. (2024). Are AI Detectors Good Enough? A Survey on Quality of Datasets With Machine-Generated Texts. *arXiv preprint arXiv:2410.14677*.
8. Liu, X., Li, Y., & Li, K. (2025). Enhancing the Robustness of AI-Generated Text Detectors: A Survey. *Mathematics*, 13(2), 123–145.

9. Mobin, M. K., & Islam, M. S. (2025). LuxVeri at GenAI Detection Task 3: Cross-Domain Detection of AI-Generated Text Using Inverse Perplexity-Weighted Ensemble of Fine-Tuned Transformer Models. arXiv preprint arXiv:2501.XXXXX.
10. Mo, Y., Qin, H., Dong, Y., Zhu, Z., & Li, Z. (2024). Large Language Model (LLM) AI Text Generation Detection based on Transformer Deep Learning Algorithm. International Journal of Engineering and Management Research, 14(3), 45–60.
11. Tang, G., et al. (2024). Detection of Machine-Generated Text: Literature Survey. arXiv preprint arXiv:2402.01642.
12. Weinberger, M., et al. (2023). Testing of Detection Tools for AI-Generated Text. International Journal for Educational Integrity, 19(1), 1–15.
13. Wu, J., Yang, S., Zhan, R., Yuan, Y., Chao, L. S., & Wong, D. F. (2025). A Survey on LLM-Generated Text Detection: Necessity, Methods, and Future Directions. Computational Linguistics, 51(1), 275–338.
14. Yadagiri, V., et al. (2025). Transformer-Based Models for AI Text Detection in COLING 2025. Proceedings of COLING 2025.

Авторлар туралы мәліметтер

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Абен А.Б. - магистр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: arypzhhan.aben@ayu.edu.kz
	Aben A.B. - master, Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Kazakhstan, Turkestan, e-mail: e-mail: arypzhhan.aben@ayu.edu.kz
	Абен А.Б. -- магистр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: e-mail: arypzhhan.aben@ayu.edu.kz
2	Хинизов М.Х. - бакалавр, Қожа Ахмет Ясауи атындағы халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: milaz.hinizov@ayu.edu.kz
	Khinizov M.K. - bachelor, International Kazakh-Turkish University named after Khoja Akhmet Yasawi, Turkistan, Kazakhstan, e-mail: milaz.hinizov@ayu.edu.kz
	Хинизов М.Х. - бакалавр, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмета Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: milaz.hinizov@ayu.edu.kz

Баялы А.Т.¹, Жунисов Н.М.², Назарбек Т.С.³, Давлетова В.М.⁴

¹аға оқытушы, Қожас Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: azimkhan.bayaly@ayu.edu.kz

²PhD, Қожас Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz

³магистр оқытушы, Қожас Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: Tolkin.Nazarbek@ayu.edu.kz

⁴магистр оқытушы, Қожас Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: venera.davletova@ayu.edu.kz

**ПАРАЛЛЕЛЬ АЛГОРИТМДІ ПАЙДАЛАНА ОТЫРЫП СУРЕТТЕРДІ ӨНДЕУ ӘДІСТЕРІ
IMAGE PROCESSING METHODS USING A PARALLEL ALGORITHM
МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА**

Аңдатпа. Бүгінгі таңда суреттерді өңдеу түрлі ғылыми және технологиялық салаларда маңызды орын алады. Деректер көлемінің ұлғаюы мен ақпаратты жедел өңдеу қажеттілігі өңдеу әдістерін жетілдіруге итермелейді. Осы тұрғыда қатар жүргізілетін алгоритмдерді қолдану суреттерді өңдеудің тиімділігін арттырудың басты тәсілдерінің біріне айналып отыр. Бұл жұмыс параллель алгоритм кескін өңдеу әдістерін зерттеуге арналған. Жұмыс барысында кескіндерді өңдеудің негізгі қағидалары қарастырылады. Сонымен қатар, бұл әдістер тапсырмаларды орындау жылдамдығын арттырып, есептеу ресурстарын үнемді пайдалануға мүмкіндік береді. Параллель алгоритм өңдеудің негіздері мен оның артықшылықтары жан-жақты сипатталады. Әртүрлі сәулеттермен жұмыс істейтін қатар жүргізілетін есептеулерге ерекше назар аударылады. Әсіресе бірнеше технологияны қамтитын алгоритмдер мысал ретінде көрсетіледі. Параллель алгоритм тәсіл арқылы кескіннің әртүрлі бөліктеріне бір мезетте бірнеше сүзгілерді қолдануға болады. Бұл әдіс жүйенің жалпы өнімділігін көтеріп, өңдеуге кететін уақытты азайтады. Сонымен бірге, көп ядролы процессорлар мен графикалық процессорлар сияқты құрылғыларды тиімді пайдалану жоғары сапалы кескін өңдеуді қамтамасыз етеді. Қолданылатын әрбір сүзгінің өзіндік ерекшеліктері бар және олар нақты мақсаттарға бағытталған. Параллель алгоритм әдістердің арқасында бұл сүзгілерді тез әрі сапалы қолдану мүмкіндігі туады. Нақты уақыт режиміндегі бейнелерді өңдеуде үлкен рөл атқарады. Жоғары тиімділікке ие қатар жүргізілетін алгоритмдер кескіндерді өңдеудің нәтижесін едәуір жақсартады.

Негізгі сөздер: Параллель алгоритм, кітапхана, OpenCV кітапхана, интерфейс, сүзгі, фильтр, кескін.

Abstract. Today, image processing occupies an important place in various scientific and technological fields. The increase in data volume and the need for rapid information processing are pushing for improved processing methods. In this context, the use of parallel algorithms is becoming one of the main ways to increase the efficiency of image processing. This work is devoted to the study of image processing methods that are carried out in parallel. In the course of the work, the basic principles of image processing are considered. In addition, these methods allow you to increase the speed of tasks and use computing resources economically. The basics of parallel processing and its advantages are described in detail. Special attention is paid to parallel computing working with different architectures. Algorithms involving several technologies are especially shown as an example. With a parallel approach, you can apply multiple filters to different parts of the image at the same time. This method improves the overall performance of the system and reduces the time spent on processing. At the same time, the efficient use of devices such as multi-core processors and graphics processors ensures high-quality image processing. Each filter used has its own characteristics and is aimed at specific purposes. Thanks to parallel methods, it becomes possible to quickly and efficiently apply these filters. It plays a big role in real-time video editing. Parallel algorithms with high efficiency significantly improve the result of image processing.

Keywords: Parallel algorithm, library, OpenCV library, interface, filter, filter, image.

Аннотация. Сегодня обработка изображений занимает важное место в различных научных и технологических областях. Увеличение объема данных и необходимость оперативной обработки информации подталкивают к совершенствованию методов обработки. В этом контексте применение параллельных алгоритмов становится одним из главных способов повышения эффективности обработки изображений. Данная работа посвящена изучению методов обработки изображений, которые проводятся параллельно. В процессе работы рассматриваются основные принципы обработки изображений. Кроме того, эти методы позволяют увеличить скорость выполнения задач и экономно использовать вычислительные ресурсы.

Подробно описаны основы параллельной обработки и ее преимущества. Особое внимание уделяется параллельным вычислениям, работающим с различными архитектурами. Особенно в качестве примера показаны алгоритмы, включающие несколько технологий. При параллельном подходе можно одновременно применять несколько фильтров к разным частям изображения. Этот метод повышает общую производительность системы и сокращает время, затрачиваемое на обработку. В то же время эффективное использование таких устройств, как многоядерные процессоры и графические процессоры, обеспечивает высококачественную обработку изображений. Каждый используемый фильтр имеет свои особенности и нацелен на конкретные цели. Благодаря параллельным методам появляется возможность быстрого и качественного применения этих фильтров. Играет большую роль в редактировании видео в реальном времени. Параллельные алгоритмы, обладающие высокой эффективностью, значительно улучшают результат обработки изображений.

Ключевые слова. Параллельный алгоритм, библиотека, OpenCV библиотека, интерфейс, фильтр, фильтр, изображение.

Кіріспе

Кескіндерді өңдеу – бұл визуалды мәліметтерді талдау және түрлендіру үдерістерін қамтитын ақпараттық технологиялар саласындағы маңызды бағыттардың бірі. Қазіргі таңда бұл технология қауіпсіздік, көлік, ойын-сауық сияқты көптеген салаларда кеңінен қолданылып келеді. Мысал ретінде медицина саласын қарастырайық: рентген суреттері мен МРТ кескіндерін өңдеу арқылы түрлі ауруларды анықтау және диагноз қою мүмкін болады. Қауіпсіздік саласында бейнебақылау жүйелері күмәнді әрекеттерді анықтау мақсатында арнайы алгоритмдерге сүйенеді. Сонымен қатар, компьютерлік көру жүйелері автономды көліктердің негізгі құрамдас бөлігі ретінде қызмет атқарып, көліктің қоршаған ортаны қабылдап, сараптауына мүмкіндік береді[1].

Параллель алгоритм – өңдеу үдерістерін бірнеше ядро немесе процессор арасында бөлісу арқылы орындалатын тәсіл. Мұндай әдіс өңдеудің тиімділігін арттырып, уақытты үнемдеуге мүмкіндік береді. Себебі бір уақытта суреттің бірнеше аймағын қатар өңдеуге болады. Мысал ретінде кескінді бірнеше сегментке бөліп, оларды қатар жүргізілетін түрде талдау арқылы жалпы өңдеу уақытын бірнеше есе қысқартуға болады. Сонымен қатар, бұл әдіс есептеу ресурстарын тиімді пайдалану мүмкіндігін береді, әсіресе есептеу қуаты шектеулі құрылғыларда өте өзекті болып табылады.

Бұл зерттеудің мақсаты параллель алгоритмдер кескінді өңдеу жылдамдығын арттыру. Визуализация технологияларының қазіргі дамуының маңызды бөлігіне айналдыру.

Параллель алгоритмдер – бұл есептеу процестерін қатар жүргізілетін түрде, яғни бір уақытта бірнеше кіші бөлшектерге бөліп орындайтын алгоритмдер. Бұл тәсілдің негізгі мақсаты – жүйенің ресурстарын тиімді пайдалану және есептеудің жалпы уақытын азайту. Бұл технологияны іске асыру үшін көп ядролы процессорлар мен графикалық процессорлар (GPU) кеңінен қолданылады, өйткені олар бірнеше есептеу операцияларын бір мезгілде орындай алады. Мысалы, қазіргі заманғы компьютерлерде бірнеше ядролар немесе графикалық процессорлар (GPU) бар. Параллель алгоритмдер осы мүмкіндікті пайдаланып, әрбір ядро немесе графикалық процессор бөлек тапсырманы орындайды. Бұл әдіс әсіресе үлкен деректерді өңдеу, күрделі есептеулер мен бейнемазмұнды өңдеуде өте тиімді болып табылады. Ал енді, бейнелерді өңдеуде қатар жүргізілетін алгоритмдердің артықшылықтарын қарастырайық[1]. Күрделі бейнелерді өңдеу кезінде көптеген есептеулер мен математикалық операциялар орындалады, және егер әрбір операцияны бірінен соң бірі орындаса, бұл уақытты көп алады. Параллель алгоритмдер бұл процессті бірнеше бөлікке бөліп, әрбір бөлікке арнайы ресурстар бөлінгенде, бүкіл процесс әлдеқайда жылдам орындалады:

1. Бейнелерді сүзгілеу – бірнеше түрлі сүзгілер қолданылатын кезде, әрбір сүзгіні параллельді түрде орындауға болады.
2. Бейне аналитика – бейнемазмұндағы объектілерді тану немесе қозғалысты бақылау сияқты тапсырмаларды бірнеше ядро орындағанда әлдеқайда тез өңдеуге болады.

3. Анимация және жасанды интеллект – күрделі есептеулер мен модельдерді іске асыруда қатар жүргізу тиімділік береді.

Параллель әдісі көптеген қазіргі заманғы технологияларда қолданылуда, өйткені ол жүйенің өнімділігін арттырып, пайдаланушының күту уақытын азайтады. Бұл тәсіл әсіресе көп ядролы графика мен есептеу құрылғыларын қолдайтын қолданбалар үшін өте тиімді [1].

Grama, Gupta, Karupis және Kumar (2003) еңбегі болып табылатын "Introduction to Parallel Computing" кітабы Параллель есептеулер саласындағы негізгі әдебиеттердің бірі ретінде кеңінен танылады. Бұл еңбекте параллель жүйелердің құрылымы, алгоритмдерді параллель түрде ұйымдастыру қағидалары, есептеу модельдері мен өнімділікті арттыру тәсілдері жан-жақты сипатталған. Аталған жұмыс ресурсты көп қажет ететін есептер мен кескіндерді өңдеу салалары үшін тиімді алгоритмдерді құруға теориялық негіз қалыптастырған.

Параллель кескін өңдеудің қолданбалы аспектілері.

С. В. Егіздер, В. Г. Меледин және В. А. Павлов (2017) өз зерттеу жұмыстарында фазалық кескіндерді жоғары жылдамдықпен өңдеу мәселесіне тоқталады. Зерттеуде параллель есептеу құрылымдарын, соның ішінде мультипроцессорлық жүйелерді пайдалану арқылы фазалық карталарды талдау жылдамдығын едәуір арттыру мүмкін екендігі көрсетілген. Бұл тәсілдер техникалық көру мәселелері үшін аса маңызды.

Клебан Е. Г. (2020) өз еңбегінде кескіндер мен бейне ағындарын өңдеуге арналған нақты параллель алгоритмдерді ұсынады. Автор OpenMP және CUDA технологияларының көмегімен бейнені сүзу, шекараларды анықтау және деректерді қысу сияқты классикалық және заманауи әдістерді егжей-тегжейлі қарастырады.

Sandipan Dey өзінің "Python Image Processing Cookbook" (2020) атты еңбегінде Python тіліндегі заманауи кітапханалар арқылы кескіндерді өңдеуге арналған практикалық тәсілдерді ұсынады. Кітаптың қолданбалы мазмұнына қарамастан, автор көп ағынды және GPU-мен жұмыс істеу арқылы өнімділікті арттыру мәселелерін де талдайды.

Richard Szeliski "Computer Vision: Algorithms and Applications" (2020) атты еңбегінде компьютерлік көру алгоритмдерін жүзеге асыру мәселелерін қозғайды. Ол параллель алгоритмдер мен үлкен көлемдегі деректермен нақты уақыт режимінде жұмыс істеу тәсілдерін егжей-тегжейлі баяндайды.

Қазақстандық зерттеулер аясында.

Қазақстандық ғылыми ортада да Параллель өңдеу тақырыбы белсенді түрде зерттелуде. Мәселен, Смайылов Ж. (2017) "Мәліметтерді параллель өңдеудегі тиімді әділет" атты еңбегінде үлкен деректер массивін талдауға арналған Параллель есептеу әдістерін ұсынады.

Базарбаев С. (2018) және Әбдірахманов Н. (2021) өз еңбектерінде бейнебақылау жүйелері мен медициналық диагноз қою салаларында параллель алгоритмдерді қолданудың нәтижелілігін көрсетеді.

Жарылқасын Е. (2022) кескіндерді параллель сұрыптаудың түрлі әдістерін ұсына отырып, өңдеу жылдамдығы мен ерекшеліктерді анықтау дәлдігін арттыру жолдарын қарастырады.

Нурпейсова А.А. (2021) Параллель өңдеу тәсілдерін инновациялық өнімдерді құрастыру барысында модельдеу үдерістерінде қалай қолдануға болатынын зерттейді.

Елешова Ш. Д. және оның әріптестері (2021) мобильді құрылғыларға арналған электрондық оқулықтарды әзірлеу кезінде есептеу ресурстарын тиімді үлестіру мәселесіне назар аударады.

Жасанды интеллект пен прокторинг бағытында А. Шаушенова және т. б. (2022), сонымен қатар А. А. Мырзамуратова мен О. Г. Жаңабайқызы (2024) параллель өңдеуді сөйлеуді тануға арналған нейрондық желілер негізінде қолдану әдістерін зерттейді.

Бауыржанұлы Б. және оның ғылыми ұжымы (2021) биометриялық сәйкестендірудің ашық жүйелерге арналған алгоритмдерін ұсына отырып, бұл есептеулердің жоғары өнімді параллель тәсілдерді қажет ететінін атап өтеді.

Қорытындылай келе, әдебиеттерді саралау көрсеткендей, параллель кескін өңдеу - бұл тек есептеу саласының теориялық негіздеріне сүйенетін емес, сонымен қатар медицина, қауіпсіздік, білім және инженерия салаларындағы нақты мәселелерді шешуге бағытталған серпінді дамып жатқан ғылыми бағыт. Шетелдік және отандық зерттеулер бұл бағыттың кең ауқымды қолдану мүмкіндігін және жоғары ғылыми-практикалық маңызын дәлелдейді.

Зерттеу әдістері

Бұл мақалада Параллель алгоритмдердің кескінді өңдеудегі артықшылықтарын қолдана отырып, өңдеудің жылдамдығын арттыруға мүмкіндік беретін тиімді шешімдер қарастырылады. Ауқымды кескіндерді өңдеуде жоғары өнімділікке қол жеткізу үшін және нақты уақыттағы бейнелерді өңдеу үшін қатар жүргізу өте пайдалы тәсіл болып табылады. Бұл әдіс уақытты үнемдеп, үлкен көлемдегі деректермен жұмыс істегенде өңдеудің тиімділігін арттырады [2].

Жұмыстың негізгі мақсаты – Python бағдарламасында кескінді өңдеуге арналған бағдарламаны құру. Бұл бағдарлама OpenCV кітапханасы мен Tkinter қосымшасын пайдаланып, қолданушыларға суреттерді әртүрлі сүзгілер арқылы өзгертуге мүмкіндік береді. Мысалы, Гаусс сүзгісі, шекараны анықтау немесе суреттің сұр реңкке түсу сияқты әртүрлі өңдеу амалдары ұсынылады.

Параллель өңдеу әдісі бағдарламаның тиімділігі мен жылдамдығын арттырады. Бұл әдіс бойынша кескін алдын ала төрт бөлікке бөлінеді, ал әрбір бөлік бір уақытта жеке ағындармен өңделеді. Әрбір ағын өзінің бөлігімен жұмыс істеп, нәтижесінде бүкіл кескінді өңдеу әлдеқайда жылдам орындалады.

Бұл тәсіл қолданушылардың қажеттіліктерін толық қанағаттандыруға бағытталған, себебі әртүрлі сүзгілерді қолдана отырып, өңдеу жылдамдығы мен өнімділігі жоғары болады [3].

```
1 import cv2
2 import numpy as np
3 import threading
4 import tkinter as tk
5 from tkinter import filedialog, Label, Button
6 from PIL import Image, ImageTk
```

Сурет 1. Параллель өңдеу құралдарын шақыру

OpenCV (Open Source Computer Vision Library) - бұл суреттер мен бейнелерді өңдеуге арналған қуатты кітапхана. Ол графикалық операцияларды орындау үшін арнайы құралдар мен әдістерді ұсынады, мысалы, суреттерді сүзу, шекараны анықтау, сегменттеу және тағы басқа көптеген өңдеу әдістері. OpenCV кітапханасы кескіндермен манипуляция жасауға және оларды әртүрлі тәсілдермен өңдеуге арналған бай мүмкіндіктерге ие [4].

OpenCV-нің ең негізгі артықшылықтарының бірі - оның әртүрлі сүзгілерді қолдану мүмкіндігі:

1. Гаусс сүзгісі - суреттің шуын азайту үшін қолданылады.
2. Шеттеріндегі айқындықты арттыру - кескіннің шекараларын анықтап, қоюлығын жақсартады.
3. Сұр реңк сүзгісі - кескінді тек сұр реңктерде көрсетеді, бұл кейбір бейнемазмұнды өңдеу кезінде қажет болуы мүмкін.

Параллель өңдеу әдісін қолдану арқылы OpenCV барлық осы сүзгілерді бірнеше бөлікке бөлінген кескіндерге параллельді түрде қолдануға мүмкіндік береді. Кескінді бірнеше ағындарға бөлу арқылы оларды бір уақытта өңдеуге болады. Бұл өңдеу процесін

жылдамдатуға, әсіресе үлкен кескіндер мен бейнемазмұнды өңдеу кезінде уақытты үнемдеуге мүмкіндік береді.

OpenCV ішкі алгоритмдері C тілінде жазылған, бұл оның жоғары өнімділігін қамтамасыз етеді. Python тілін қолданатын бағдарлама OpenCV-ді қолдану арқылы өңдеу процесін жылдамдатуға көмектеседі. Python-ның қарапайымдылығы мен OpenCV-дің тиімділігі бірлесіп, кескіндерді өңдеуді тиімді әрі жылдам жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Бұған қосымша, OpenCV бірнеше деректер пәрмендерін (SIMD — Single Instruction, Multiple Data) қолдайды. Бір уақытта бірнеше деректерді өңдеуге мүмкіндік беретін тәсіл. Мысалы, бір команданы қолдану арқылы бірнеше пиксельдерге бірдей өңдеу амалын бір мезгілде орындауға болады. Бұл үлкен көлемдегі кескіндерді немесе бейнелерді өңдеу кезінде өте маңызды рөл атқарады, себебі оны өңдеу бірнеше ағын арқылы жүзеге асады, бұл жалпы уақытты айтарлықтай қысқартады [5]. Осылайша, OpenCV — бұл кескіндерді өңдеудің жоғары өнімділікті, тиімді және қуатты құралдары бар кітапхана, және қатар жүргізілетін өңдеу тәсілдерін қолданып, кескіндерді жылдам өңдеуге мүмкіндік береді.

NumPy (np): NumPy — математикалық және ғылыми есептеулерді жүргізуде кеңінен қолданылатын қуатты құрал. Бұл кітапхана кескіндерді өңдеу кезінде, оларды кесте түріндегі деректер ретінде қарастыруға мүмкіндік береді. NumPy көмегімен суреттегі әрбір пиксельді массив элементі ретінде қарастырып, олармен сандық амалдарды оңай жүзеге асыруға болады. Бұл кітапхана кескіндерді өңдеудің сапасын арттырып, ресурстарды тиімді пайдалануға жол ашады.

Threading: Параллель ағындармен жұмыс істеуге арналған стандартты Python модулі. Python тіліндегі стандартты threading модулі бірнеше ағындарды бір мезетте іске қосуға мүмкіндік береді. Кескіндерді өңдеуде олардың жекелеген бөліктерін бір уақытта өңдеу қажет болғанда тиімді. Ағындар (жіптер) бір уақытта түрлі есептеулерді орындауға бейімделіп, әрбіреуі кескіннің өзіне тиесілі бөлігін өңдей алады. Нәтижесінде кескін толықтай параллель түрде өңделіп, соңында бір бүтін суретке біріктіріледі. Бұл тәсіл барлық есептеулер біткеннен кейін нәтижелерді қайта біріктіруге жол ашады [6].

Tkinter (tk): Tkinter — Python-да графикалық интерфейс құруға арналған стандартты құрал. Python тіліндегі Tkinter модулі графикалық интерфейстерді жасау үшін жиі қолданылады және ол қолданушы мен бағдарлама арасындағы өзара әрекеттесу элементтерін — мысалы, түймелер мен мәтін белгілерін — оңай жасауға мүмкіндік береді. Бұл модульдің көмегімен суреттерді таңдау, өңдеу және қарау үшін интуитивті әрі қарапайым интерфейс әзірлеуге болады. Пайдаланушыға суретке енгізілген өзгерістерді бірден бақылауға мүмкіндік береді. Виджеттер арқылы өңделген кескіндерді көрсету және өңдеу опцияларын батырмалар арқылы іске қосу қарапайым әрі қолайлы түрде жүзеге асады.

Tkinter - Python-да графикалық пайдаланушы интерфейстерін (GUI) құруға арналған стандартты кітапхана. Tkinter компоненттері арқылы қолданушы интерфейсін жасауда көптеген пайдалы құралдар мен виджеттер бар. Компоненттерді пайдалану арқылы біз графикалық элементтерді оңай және тиімді түрде орналастыра аламыз. Tkinter-дің кейбір негізгі компоненттеріне тоқталып өтейік:

FileDialog — бұл қолданушыға файлды таңдауға мүмкіндік беретін диалогтық терезе. Мысалы, қолданушы суретті таңдағанда, файлды таңдауға арналған терезе ашылады. FileDialog компоненті арқылы қолданушыға белгілі бір файл түрін таңдау немесе файлды ашу әрекеттерін жасауға болады [7].

Мысал ретінде, файлды таңдауға арналған терезе жасауды қарастырайық:

```
python
```

```
Көшіру/өңдеу
```

```
from tkinter import filedialog
```

```
file_path = filedialog.askopenfilename() # Пайдаланушыдан файлды таңдау
```

Label — бұл тек мәтін немесе суреттерді көрсету үшін қолданылатын компонент. Label көмегімен GUI интерфейсінде мәтіндер мен кескіндер көрсетуге болады. Мысалы,

қолданушыға сурет немесе қандай да бір ақпаратты көрсетуде, Label өте тиімді құрал болып табылады. Мысалы:

```
python
Көшіру/өңдеу
from tkinter import Label
label = Label(root, text="Бұл мәтін", font=("Arial", 14))
label.pack()
```

OpenCV-де өңделген суреттерді Tkinter-де көрсету үшін алдымен оларды PIL пішіміне түрлендіру керек. Бұл үшін Image және ImageTk модульдерін қолданамыз. Мысалы, OpenCV арқылы алынған суретті Tkinter терезесінде көрсету үшін төмендегі кодты қарастыруға болады:

Бұл кодта OpenCV арқылы сурет оқылып, PIL-ге түрлендіріліп, Tkinter терезесінде көрсетіледі. PIL кітапханасы суреттерді Tkinter компоненттерінде көрсету үшін қажетті құралдармен қамтамасыз етеді. Сонымен, Tkinter мен PIL кітапханалары бірге жұмыс істегенде, біз суреттермен және файлдармен жұмыс істеуді жеңілдетіп, қолданушы қосымшаларын тиімді түрде құра аламыз. Кескіндерді өңдеуге арналған кодта қолданылатын кітапханалар бірнеше маңызды функцияларды орындайды. Бейнелер мен суреттерді түрлендірумен ғана шектелмей, қатар жүргізілетін ағындарды іске қосу және графикалық интерфейсті ұйымдастыру мүмкіндігін де қамтамасыз етеді. OpenCV, NumPy, Threading және Tkinter сияқты кітапханаларды біріктіре пайдалану өңдеуді жоғары өнімділікпен жүзеге асыруға әрі қолданушыға ыңғайлы басқару ортасын жасауға мүмкіндік береді. Әрбір модульдің кескіндермен жұмыс істеуде өзіндік ерекшелігі мен міндеті бар. Осы кітапханалардың үйлесімді жұмысы қатар жүргізілетін есептеу процестерін жеңілдетіп, жалпы жүйенің тиімділігін арттырады [8].

Параллель өңдеу әдістері кескіндер мен бейнелермен жұмыс істейтін қосымшалардың өнімділігін айтарлықтай арттырып, олардың жылдам әрі тиімді орындалуына ықпал етеді. Бұл технологиялар жүйенің жалпы жұмысын жетілдіруде маңызды орын алады. OpenCV арқылы түрлі фильтрлерді суреттерге қолдануға болады, ал NumPy модулі есептеу процестерін топтап өңдеуге оңтайландырады. Threading модулі бірнеше ағын арқылы бір уақытта түрлі операцияларды орындауға мүмкіндік береді. Tkinter кітапханасы нәтижелерді көрнекі әрі ыңғайлы түрде көрсету үшін графикалық интерфейс құруға жағдай жасайды. Аталған құралдарды біріктіре қолдану арқылы күрделі және ресурсты қажет ететін есептерді жоғары жылдамдықпен әрі дәлдікпен шешуге жол ашылады. Бұл әдіс көлемі үлкен бейне ағындарын немесе суреттерді өңдеуді жеңілдетіп, нақты уақыт режимінде нәтиже ұсынуға және аса күрделі алгоритмдерді тиімді жүзеге асыруға мүмкіндік береді [9].

Кескінді өңдеу – бұл сандық кескіндерге түрлендіру, жақсарту және талдау мақсатында қолданылатын әдістер мен технологиялар жиынтығы. Бұл бағыт көптеген салаларда, соның ішінде медицина, өндіріс, география, қауіпсіздік, өнер және басқа да салаларда кеңінен қолданылады. Кескіндерді өңдеудің негізгі әдістеріне келесі әдістер бар.

Кескінге сүзгісі пайдалану үшін `apple_filter` функциясын пайдаланылады. Бұл функция кескіннің бір бөлігіне таңдамаулы сүзгіні пайдаланады (2-сурет).

```
9 def apply_filter(image_section, filter_type, result, index):
10     """Белгілі бір бөлікте фильтр қолдану."""
11     if filter_type == 'blur':
12         result[index] = cv2.GaussianBlur(image_section, (15, 15), sigmaX: 0)
13     elif filter_type == 'edge':
14         result[index] = cv2.Canny(image_section, 100, 200)
15     elif filter_type == 'grayscale':
16         result[index] = cv2.cvtColor(image_section, cv2.COLOR_BGR2GRAY)
17     elif filter_type == 'sharpen':
18         kernel = np.array([[0, -1, 0], [-1, 5, -1], [0, -1, 0]]) # Шарпен фильтрі
19         result[index] = cv2.filter2D(image_section, -1, kernel)
20
```

Сурет 2. Фильтрге қолданылған функциялар

Image_section — сүзгі пайдаланатын кескіннің белгілі бір бөлігін білдіретін массив. Ал Filter_type — таңдалатын сүзгінің түрі, яғни функцияны шақыру барысында беріледі (мысалы: blur, edge, grayscale, sharpen). Алынған нәтиже Result массивінде сақталады. Функция орындалып біткен соң, өңделген кескін фрагменттері дәл осы массивте жиналады. Сонымен қатар, нәтижелер тізімінде әрбір кескін бөлігінің сақталу орнын анықтайтын index көрсеткіші болады [10].

Гаусс сүзгісі (Gaussian Blur): Кескінді бұлыңғырлау әдісі оның анықтығын төмендетіп, беткі құрылымын тегістейді. Бұл тәсіл көбінесе шу деңгейін азайту мақсатында қолданылады. Сондай-ақ, кескіндегі біркелкі аймақтарды анықтауға мүмкіндік береді. Мұндай әдіс қажет емес визуалды элементтерден арылу үшін тиімді шешім бола алады. Бағдарламада қолданылатын cv2.GaussianBlur функциясы кескінге Гаусс сүзгісін қолдану арқылы бұлыңғырлық әсерін береді. Бұл жерде ядро өлшемі (15,15) болып таңдалып, стандартты ауытқу мәні 0-ге тең етіп орнатылады.

Сұр ренктер, Грейскейл (Grayscale): Сұр шкалаға ауыстыру әдісі – түрлі-түсті кескінді кара-ақ форматқа түрлендіру арқылы өңдеуді оңайлататын тәсіл. Келесі әдіс кескіннің тек бір арнасы – жарықтылық компоненті бойынша жұмыс істейді. Қажетсіз түсті мәліметтерді алып тастау арқылы өңдеуді жылдам әрі тиімді етуге мүмкіндік береді. Әрбір әрекет cv2.cvtColor функциясын қолдану арқылы жүзеге асады, ал cv2.COLOR_BGR2GRAY – түрлендірудің арнайы коды ретінде қолданылады.

Шарпен сүзгісі (Sharpen): Айқындау сүзгісі кескіннің анықтығын күшейтіп, оның құрылымдық ерекшеліктерін айқын етеді. Объектінің шекараларын бөлектеу үшін маңызды. Сондай-ақ, ұсақ бөлшектерді нақты бейнелеуге мүмкіндік береді. Осы тәсіл кескіннің анықтығын жоғарылату үшін арнайы құрылған конволюциялық ядроны қолданады. Айқындау процесі cv2.filter2D функциясы арқылы жүзеге асады. Мұндағы kernel – контрастты арттыруға арналған арнайы сүзгі өзегі [11].

Функция фильтр түріне қарай сәйкес алгоритмді қолдану арқылы кескіннің белгілі бір аймағын өңдейді. Ол қатар жүргізілетін ағындар арқылы орындалады. Кескін төрт бөлікке бөлінеді және әрқайсысына белгілі бір сүзгі түрі қолданылады. Өңдеу нәтижелері кейін біріктіру үшін ортақ нәтижелер массивінде көрсетіледі.

Apply_filter командасы бейнені өңдеудің логикасын іске асырып, сүзгілер арқылы кескіннің бөліктерін өңдеуге мүмкіндік береді. Параллель өңдеудің маңызды элементі болып табылады.

Жиектерді анықтау, сұр реңк және қаріп сүзгілері сияқты тәсілдер кескін деректерін әртүрлі мақсатта өңдеуге мүмкіндік береді. Әр әдіс өзіндік ерекшеліктерге ие және нақты мәселелерді шешуге бағытталған. Мысалы, жиектерді анықтау нысандардың пішінін белгілеуге көмектеседі, сұр реңк қарапайым өңдеу мен деректерді қысқарту үшін, ал антиалиазинг кескіннің анықтығын жақсартып, бөлшектерді айқындауға мүмкіндік береді.

Көрсетілген функция қатар жүргізілетін өңдеу арқылы бір уақытта бірнеше сүзгіні кескіннің бөліктеріне орындауға мүмкіндік береді. Бұл көп ағынды тәсіл кескінді өңдеу жылдамдығын арттырып, өнімділікті жақсарттады. Осылайша, үлкен кескіндерді өңдеу уақыты қысқарып, жүйенің есептеу ресурстары тиімді пайдаланылады.

Параллель өңдеудің мүмкіндіктері мен сүзгілерді қолдану бейнебақылау, медициналық бейнелеу және уақыттағы кескіндерді өңдеу салаларында аса маңызды болып табылады. Бұл тәсілдер кескіндерді өңдеу және компьютерлік көру саласындағы көптеген күрделі мәселелерді шешуге мүмкіндік береді.[12]

Параллель алгоритмді есептеу және таңдау. Параллель алгоритмдер кескінді өңдеудің тиімділігін арттыру үшін көп ядролы функцияларды қолдануға мүмкіндік береді, сонымен қатар көп ағынды жүйелерді пайдалануды қамтамасыз етеді. Суреттер үлкен көлемдегі деректерден тұрады, бұл олардың әрбір пикселін өңдеу кезінде уақыттың көп жұмсалыуына себеп болады. Егер кескін өте үлкен болса, бұл амал көп уақыт алуы мүмкін. Параллель алгоритмдер кескінді бірнеше бөлікке бөліп, әр бөлікпен бір уақытта жұмыс істей отырып, өңдеу уақытын айтарлықтай қысқартады.

Параллель алгоритмдер кескінді өңдеуде өте тиімді құрал болып табылады, себебі олар өңдеу уақытын айтарлықтай қысқартады. Мұндай алгоритмдер бір уақытта бірнеше есептеулер жүргізуге мүмкіндік береді, бұл үлкен кескіндерді өңдеу кезінде өте маңызды. Параллель алгоритмдер көп ядролы процессорларда және графикалық өңдеу блоктарында (GPU) қолданылған кезде, әрбір ағын немесе процессор ядросы кескіннің бір бөлігін өңдейді, бұл өңдеу жылдамдығын арттырады.

Параллель алгоритмді жүзеге асыру үшін бірнеше негізгі қадамдар орындалады. Алдымен, кескінді бірнеше бөлікке бөлу қажет. Мысалы, кескінді төрт бөлікке бөліп қарастырайық: жоғарғы сол жақ, жоғарғы оң жақ, төменгі сол жақ, төменгі оң жақ. Осылайша, әрбір бөлік үшін өңдеу процессі дербес жүргізіледі.

Әрбір ағын өз бөлігімен жеке жұмыс істейді. Мысалы, бір ағын суреттің бұлыңғырлау сүзгісін қолданса, екінші ағын жиекті анықтау әдісін пайдалана алады, ал үшінші ағын сұр реңкке ауыстыру операциясын орындайды. Осы тәсіл әр ағынның бір уақытта жеке тапсырмасын орындауына мүмкіндік береді, нәтижесінде бүкіл кескіннің өңдеу уақыты айтарлықтай қысқарады.

Әрбір ағын өз жұмысын аяқтаған соң, олардың нәтижелері біріктіріледі. Әр қадамның маңызы зор, себебі әрбір бөлік өңделіп болғаннан кейін, алынған деректерді қайтадан біріктіріп, түпкілікті кескінді алу қажет болады. Нәтижесінде, барлық бөлік өңделіп болғаннан кейін, кескін толық әрі өңделген түрде дайын болады.

Мысалы, егер біз үлкен кескінді төрт бөлікке бөліп, әр бөлікті жеке ағындарда өндесек, өңдеу уақытын төрт есе қысқартуға болады. Нақты уақыттағы бейнемазмұнды өңдеу кезінде өте маңызды, өйткені уақытты үнемдеуге мүмкіндік береді.

Параллель алгоритмдер бірнеше сүзгіні бір уақытта қолдануға мүмкіндік береді. Әрбір ағын өз бөлігінде әртүрлі әдістерді қолдана алады, мысалы, бұлыңғырлау, жиекті анықтау немесе сұр реңк сүзгілерін қолдану. Осы әдіс өңдеу кезінде әртүрлі тапсырмаларды параллель орындауға мүмкіндік беріп, жалпы өңдеу уақытын қысқартуға ықпал етеді [13].

Сонымен, қатар жүргізілетін алгоритмдер кескінді өңдеу жылдамдығын арттыруда өте тиімді құрал болып табылады, себебі олар көп ресурстарды параллельді түрде қолдануға мүмкіндік береді.

Параллель кескінді өңдеу үлкен кескіндермен жұмыс істегенде немесе күрделі кескіндерді өңдеу кезінде өңдеу уақытын қысқартуға мүмкіндік береді. Келесі әдіс кескінді бірнеше бөлікке бөліп, әрбір бөлікке қатар жүргізілетін өңдеу сүзгілерін қолдануға мүмкіндік береді, осылайша есептеулерді бір уақытта орындап, жалпы өңдеу уақытын едәуір қысқартуға мүмкіндік береді (3-сурет).

```
22 def process_image(image_path, filter_type):
23     """Суретті бөліп, параллель өңдеу жасау."""
24     image = cv2.imread(image_path)
25     height, width = image.shape[:2]
26     # Суретті төрт бөлікке бөлу
27     sections = [
28         image[0:height // 2, 0:width // 2], # сол жақ жоғары бөлік
29         image[0:height // 2, width // 2:], # оң жақ жоғары бөлік
30         image[height // 2, 0:width // 2], # сол жақ төменгі бөлік
31         image[height // 2, width // 2:] # оң жақ төменгі бөлік
32     ]
33     # Нәтижені сақтау үшін орын
34     results = [None] * 4
35     threads = []
36     # Әрбір бөлікке фильтр қолдану үшін ағымдар құру
37     for i in range(4):
38         t = threading.Thread(target=apply_filter, args=(sections[i], filter_type, results, i))
39         threads.append(t)
40         t.start()
41     # Ағымдардың аяқталуын күту
42     for t in threads:
43         t.join()
44     # Бөлінген бөліктерді қайта жинақтау
45     if filter_type == 'grayscale': # Грейскейн үшін нәтижелерді бір каналға келтіру
46         final_image = np.vstack((np.hstack((results[0], results[1])), np.hstack((results[2], results[3]))))
47         final_image = cv2.cvtColor(final_image, cv2.COLOR_GRAY2BGR) # Грейскейнді BGR форматына келтіру
48     else:
49         final_image = np.vstack((np.hstack((results[0], results[1])), np.hstack((results[2], results[3]))))
50     return final_image
```

Сурет 3. Суретті бөліп, Қатар жүргізілетін өңдеу жасау

Кескіндерді параллель өңдеу әдісін қолдану бүгінгі таңда көптеген маңызды салаларда тиімді шешімдер ұсынуда. Келесі әдістің негізінде үлкен кескіндер мен бейнемазмұнды өңдеу процесін жеделдету, жүйелік ресурстарды тиімді пайдалану жатыр. Бағдарламаның негізгі бөліктерін талдай отырып, әр қадамның маңыздылығын түсіну маңызды.

Кескін `cv2.imread` функциясы арқылы жүктеледі. Бұл функция кескінді ашып, оны өңдеуге дайындайды. Мұнда кескіннің өлшемін өзгерту немесе оны басқа форматта сақтау сияқты әрекеттер орындалуы мүмкін. Одан кейін, кескін төрт бөлікке бөлінеді: жоғарғы сол жақ, жоғарғы оң жақ, төменгі сол жақ және төменгі оң жақ. Бұл бөлу кескінді өңдеудің параллельді түрде орындалуына мүмкіндік береді, себебі әр бөлік жеке өңделеді.

Параллель өңдеу үшін әрбір бөлікке төрт ағын (жіп) бөлінеді. Әрбір ағын кескіннің тек бір бөлігін өңдейді. Ағындар `application_filter` деп аталады және әр ағын өз бөлігіне белгілі бір сүзгіні қолданады (мысалы, бұлыңғырлау, жиекті анықтау немесе сұр реңк сүзгісі). Әр ағын өзінің жұмысын аяқтағаннан кейін, нәтижелері тізімге жазылады. Барлық ағындар өз жұмысын аяқтаған соң, нәтижелер қайта біріктіріледі.

Ағынның жұмысын аяқтауынан кейін, нәтижелер қайта біріктіріледі, және нәтижесінде толық өңделген кескін алынады. Қолданылған сүзгі сұр реңк болса, нәтиже бір арнаға (monochrome) дейін қысқарады. Ал егер басқа сүзгілер қолданылса, кескіннің бастапқы BGR (көгілдір, жасыл, қызыл) форматында сақталуы мүмкін. Бұл қадам әртүрлі сүзгілер мен өңдеу әдістерін қолданудың маңыздылығын көрсетеді.

Параллель өңдеу әдісі жүйелік ресурстарды тиімді пайдаланып, өңдеу уақытын қысқартады. Әрбір ағын өзінің бөлігімен жұмыс істеген кезде процессор мен жады ресурстары оптималды түрде қолданылады. Үлкен көлемдегі деректермен жұмыс істегенде өте маңызды, себебі жүйенің жалпы өнімділігі мен жылдамдығы айтарлықтай артады[13].

Бейнемазмұнды өңдеу кезінде, әсіресе бейнебақылау жүйелерінде немесе медициналық кескіндерде, өңдеу уақытын қысқарту өте маңызды. Параллель өңдеу әдісі бұл мәселелерді шешуге үлкен көмегін тигізеді, себебі кескінді өңдеу бірнеше бөлікке бөлініп, әр бөлік жеке ағындармен өңделеді.

Бұл әдіс қазіргі уақытта көптеген жаңа технологияларда қолданылуда. Мысалы, автономды көліктер, кеңістік деректерін өңдеу және жылдам бейне өңдеу сияқты нақты уақыттағы жүйелерде қатар жүргізілетін алгоритмдер жоғары өнімділік көрсетеді. Бұл әдіс өңдеу процесінің күрделілігін жеңілдетеді, үлкен көлемдегі мәліметтерді өңдеудің жылдамдығын арттырады, және ресурстарды тиімді пайдалануға жол ашады.

Талдау мен нәтижелер

Python тілінде Tkinter қосымшасын пайдалану ол алгоритмді жүзеге асыруды қамтамасыз етеді. Функцияны пайдаланушыға суретті таңдауға және таңдалған сүзгіні қолдануға мүмкіндік береді. Экранда Tkinter қосымшасы арқылы өңделген сурет көрсетіледі. Кескінді өңдеу процесін пайдаланушыға ыңғайлы етеді (4-сурет).

```
57 def open_image():
58     """Суретті таңдап, фильтр қолдану."""
59     file_path = filedialog.askopenfilename()
60     if file_path:
61         # Фильтр түрін алу
62         filter_type = filter_var.get()
63         processed_image = process_image(file_path, filter_type)
64
65         # OpenCV суретінің форматынан PIL форматына ауыстыру
66         processed_image_rgb = cv2.cvtColor(processed_image, cv2.COLOR_BGR2RGB)
67         img = Image.fromarray(processed_image_rgb)
68         img_tk = ImageTk.PhotoImage(img)
69
70         # Суретті экранда көрсету
71         display_label.config(image=img_tk)
72         display_label.image = img_tk
73
```

Сурет 4. Таңдалған суретке фильтр қолдану

Бұл бағдарлама пайдаланушыға сурет таңдау мүмкіндігін ұсыну және таңдалған суретті белгілі бір сүзгілермен өңдеп, нәтижесін. Қадамдарды түсіну үшін әр бөлікті бөлшектеп қарастырайық.

1. Суретті таңдау (File Dialog)

Алғашқы қадам — пайдаланушыдан сурет таңдау үшін **FileDialog.askopenfilename()** функциясын қолдану. Бұл функция пайдаланушыға файл таңдау терезесін ашады. Пайдаланушы файлды таңдап, оның жолын таңдағаннан кейін, бұл жолды қайтарады.

python

Көшіру/өңдеу

file_path = filedialog.askopenfilename() # Пайдаланушыдан файлды таңдау

Бұл код суреттің файл жолын қайтарады. Пайдаланушы өз файлын таңдағаннан кейін, келесі қадамға өтеміз.

2. Сүзгі түрін алу (filter_var.get())

Сүзгі түрін таңдау үшін **Tkinter** интерфейсінде пайдаланушыға мүмкін таңдаулар ұсынылады. Бұл таңдаулар **filter_var.get()** арқылы алынады. Мұнда **filter_var** — Tkinter жүйесінде анықталған **StringVar** типіндегі айнымалы, ол пайдаланушының таңдаған сүзгісін сақтайды [13].

3. Суретті өңдеу (process_image функциясы)

Сурет **process_image** функциясы арқылы өңделеді. Осы функцияға екі параметр жіберіледі: **file_path** (пайдаланушы таңдаған файл жолы) және **filter_type** (пайдаланушы таңдап алған сүзгі түрі). Бұл функция көрсетілген сүзгімен кескінді өңдейді және қайтарады.

python

Көшіру/өңдеу

processed_image = process_image(file_path, filter_type) # Суретті өңдеу

Бұл қадамда сурет таңдалып, өңдеу үшін фильтр түрі беріледі. Одан кейінгі қадамда кескін өңделіп, дайын болады.

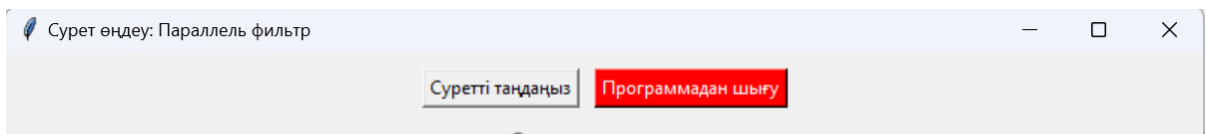
4. BGR-дан RGB-ге түрлендіру

OpenCV кітапханасы кескіндерді **BGR** пішімінде оқиды, бірақ **Tkinter** интерфейсінде суреттерді көрсету үшін **RGB** пішімінде болуы қажет.

```
75 # Tkinter интерфейсі
76 root = tk.Tk()
77 root.title("Сурет өңдеу: Параллель фильтр")
78
79 # Батырмаларды орналастыру үшін жаңа Frame жасаймыз
80 button_frame = tk.Frame(root)
81 button_frame.pack(pady=10)
82
83 # Сурет таңдау батырмасы
84 select_button = Button(button_frame, text="Суретті таңдаңыз", command=open_image)
85 select_button.grid(row=0, column=0, padx=5)
86
87 # Программадан шығу батырмасы
88 exit_button = Button(button_frame, text="Программадан шығу", command=root.quit, bg="red", fg="white")
89 exit_button.grid(row=0, column=1, padx=5)
90
```

Сурет 5. Tkinter графикалық интерфейсін құру

Tkinter терезесін құру үшін алдымен root деп аталатын негізгі терезе жасалады. Бұл код екі түймеден тұратын Tkinter терезесін ашады: біреуі суретті таңдап, өңдеуді бастауға мүмкіндік береді, ал екіншісі бағдарламадан шығуды қамтамасыз етеді[14]. Бұл интерфейс пайдаланушыға суретпен жұмыс істеу мүмкіндігін және бағдарламаны жабуды ұсынады (6-сурет).



Сурет 6. Tkinter терезесінің нәтижесі

Пайдаланушыға суретті таңдауға және оған әртүрлі сүзгілерді қолдануға мүмкіндік береді. Белгі кескіндерді көрсетуге мүмкіндік береді. Қосымша қарапайым және пайдаланушыға ыңғайлы (7-сурет).

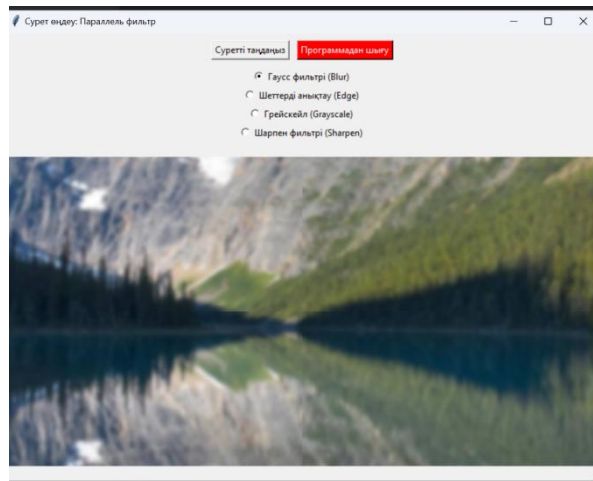
```
91 # Филтрге таңдау
92 filter_var = tk.StringVar(value="blur") # Әдепкі фильтр - blur
93 blur_radio = tk.Radiobutton(root, text="Ғайсс Филтрге (Blur)", variable=filter_var, value="blur")
94 edge_radio = tk.Radiobutton(root, text="Шеттерді анықтау (Edge)", variable=filter_var, value="edge")
95 grayscale_radio = tk.Radiobutton(root, text="Ғрейскейл (Grayscale)", variable=filter_var, value="grayscale")
96 sharpen_radio = tk.Radiobutton(root, text="Шарпен Филтрге (Sharpen)", variable=filter_var, value="sharpen")
97
98 blur_radio.pack()
99 edge_radio.pack()
100 grayscale_radio.pack()
101 sharpen_radio.pack()
102
103 # Суретті көрсету
104 display_label = Label(root)
105 display_label.pack(pady=20)
106
107 # Tkinter қолданбасын іске қосу
108 root.geometry("800x600")
109 root.mainloop()
110
```

Сурет 7. Tkinter интерфейсінде филтрге таңдау және суретті көрсету

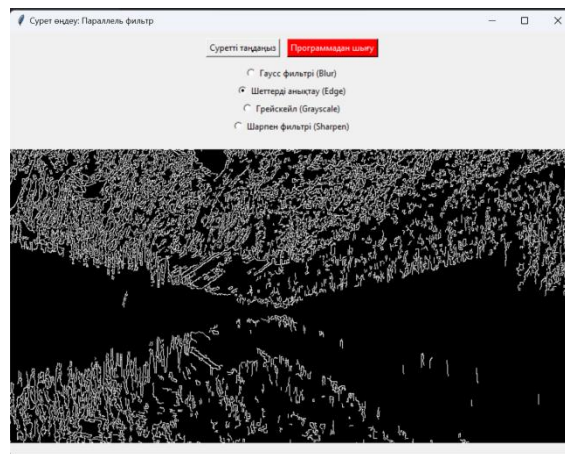
Бұл бағдарлама үзіндісі Tkinter интерфейсінде пайдаланушыларға сүзгі таңдау мүмкіндігін береді, сонымен қатар кескінді көрсетуге де мүмкіндік береді. Әрбір бөлікті толығырақ қарастырып өтейік: filter_var - бұл Tkinter-дің StringVar типіндегі айнымалысы.

Пайдаланушы түймелерді басқан кезде кескін таңдау және сүзгілерді қолдану сияқты әрекеттер орындалады [15].

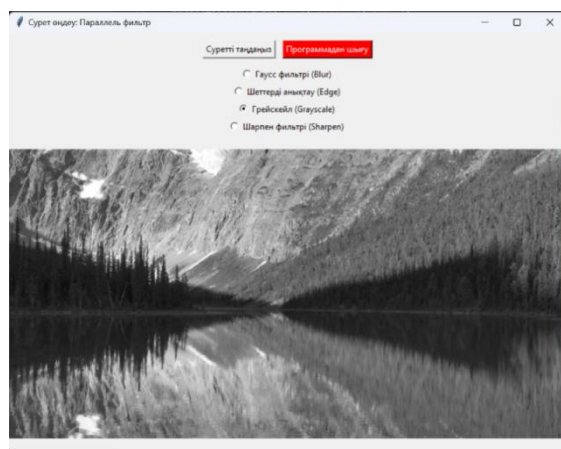
Осы код арқылы пайдаланушыларға сүзгіні таңдап, оны суретке қолдануға мүмкіндік беріледі, ал нәтижелер экранда көрсетіледі (8,9,10,11-сурет).



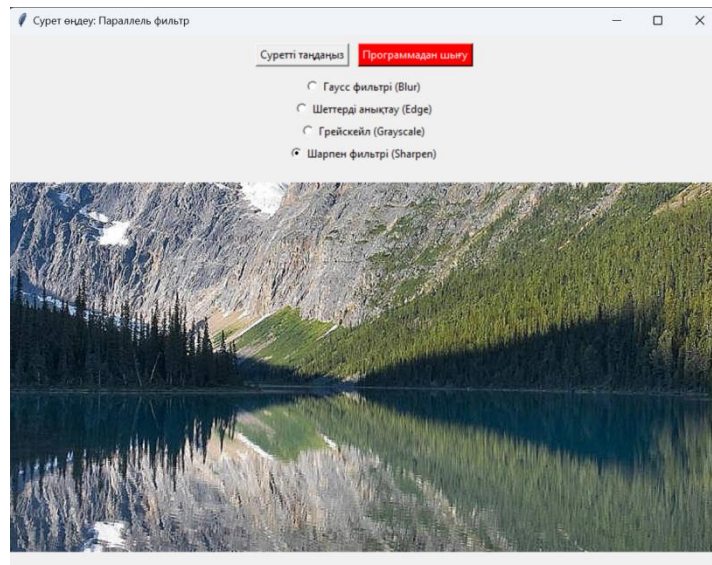
Сурет 8. Гаусс фильтр нәтижесі



Сурет 9. Шеттерді анықтау фильтр нәтижесі



Сурет 10. Грейскейл фильтр нәтижесі



Сурет 11. Шарпен фильтр нәтижесі

Қорытынды

Параллель алгоритмдерді қолдану кескінді өңдеу процестерінің жылдамдығын айтарлықтай арттырады. Осы әдіс жүйелік ресурстарды тиімді пайдалануға және үлкен көлемдегі деректермен жұмыс істеуде өңдеу уақытын қысқартуға мүмкіндік береді. Әдетте, кескінді өңдеу үлкен көлемдегі деректермен жұмыс істегенде, ол көп уақыт пен ресурстарды қажет етеді. Алайда, қатар жүргізілетін өңдеу әдісінде бұл процесс бірнеше кішігірім тапсырмаларға бөлінеді, және әр тапсырма бір уақытта орындалады. Әрбір тапсырма параллельді түрде орындалғандықтан, өңдеу уақыты айтарлықтай қысқарады.

Параллель алгоритмдерді қолдана отырып, кескіннің әр бөлігіне бір уақытта әртүрлі сүзгілерді қолдануға болады. Осы әдіс жүйенің жұмысын айтарлықтай жақсартады, себебі ол бір уақытта бірнеше тапсырмаларды орындауға мүмкіндік береді. Өңдеу уақытын қысқартуға және жүйе ресурстарын тиімді пайдалануға ықпал етеді.

Параллель алгоритмдер көп ядролы процессорлар мен графикалық процессорларды (GPU) тиімді пайдалануға мүмкіндік береді. Мұндай ресурстарды қолдану, әсіресе үлкен көлемдегі кескіндерді өңдеу кезінде, өнімділікті айтарлықтай арттырады. Бірнеше ағынды және графикалық өңдеу құралдарын пайдалану, жүйенің жалпы өнімділігін арттырып, кескінді өңдеу уақытын едәуір қысқартады.

Параллель алгоритмдер кескіндерді өңдеудің тиімділігін айтарлықтай арттырады, әсіресе нақты уақыттағы бейнеконтентпен жұмыс істегенде. Сонымен қатар, жүйе ресурстарының тиімді пайдаланылуы, қуат тұтынуды азайтуға және ұзақ мерзімді тиімділікке ықпал етеді.

Параллель алгоритмдер қазіргі уақытта түрлі салада қолданыс табуда, оның ішінде автономды көліктер, кеңістік деректерін өңдеу, нақты уақыттағы бейнеконтентті өңдеу және медициналық кескіндер сияқты салаларда. Технологиялардың дамуы мен қолданылуы үлкен деректермен жұмыс істеу тиімділігін арттырып, өңдеу процесінің күрделілігін жеңілдетеді.

Параллель алгоритмдер кескіндерді өңдеу уақытын едәуір қысқартып, жүйенің өнімділігін арттырады. Әр түрлі сүзгілерді қолдану кезінде параллельді өңдеу әдісінің артықшылықтары айқын көрінеді. Осы әдіс жүйелік ресурстарды тиімді пайдаланып, үлкен деректермен жұмыс істегенде өңдеу жылдамдығын арттырады. Сонымен қатар, бұл әдіс ресурстарды оңтайлы пайдалану және қуат үнемдеу сияқты қосымша артықшылықтарға ие. Параллель алгоритмдер бүгінгі таңда бейнеконтентті өңдеудің маңызды құралы болып табылады және болашақта бұл технологияның дамуы жаңа мүмкіндіктерге жол ашады.

Әдебиеттер тізімі

1. Grama, A., Gupta, A., Karypis, G., & Kumar, V. (2003). *Introduction to parallel computing*. Addison Wesley.
2. Двойнишиников, С. В., Меледин, В. Г., & Павлов, В. А. (2017). Высокоскоростная обработка фазовых изображений с использованием параллельных вычислений. *Автометрия*, 53(2), 56–62.
3. Клебан, Е. Г. (2020). *Параллельный алгоритм обработки изображений и видео*.
4. Dey, S. (2020). *Python image processing cookbook*. Packt Publishing.
5. Szeliski, R. (2020). *Computer vision: Algorithms and applications*. Springer.
6. Смайылов, Ж. (2017). Мәліметтерді параллель өңдеудегі тиімді әдістер. *Ақпараттық технологиялар журналы*, (1).
7. Базарбаев, С. (2018). Кескіндерді параллель өңдеу: заманауи тәсілдер. *Қазіргі заманғы ғылым және техника*, (4).
8. Әбдірахманов, Н. (2021). Параллель алгоритмдердің өнімділігі: сурет талдаудағы тәжірибелер. *Ғылым және инновациялар журналы*, (2).
9. Жарылқасын, Е. (2022). Суреттерді өңдеудегі параллель сұрыптау әдістері. *Ақпараттық жүйелер журналы*, (1).
10. Нұрпейісова, А. А. (2021). *Инновациялық өнімді құру процесін оңтайландырудың математикалық моделін дайындау*.
11. Елешова, Ш. Д., және т.б. (2021). Мобильді құрылғыға арналған электронды оқулықтарды әзірлеу ортасын талдау. *Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті еңбектері*, 38.
12. Shausheva, A. G., et al. (2022). Problems of speech recognition based on artificial neural networks in the proctoring system. *Physico-Mathematical Series*, 148.
13. Мырзамуратова, А. А., & Жанабайқызы, О. Г. (2024). Современные вызовы и тенденции в защите информации: стратегии и технологии. *Еңбектер жинағы / Сборник трудов / Collection of works*, 292.
14. Шаушенова, А., және т.б. (2022). Прокторинг жүйесінде жасанды нейрондық желілерге негізделген сөйлеуді тану мәселелері. *Известия НАН РК. Серия физико-математическая*, 4, 146–158.
15. Бауыржанұлы, Б., және т.б. (2021). Algorithm for biometric identification of a person in open systems. *Интернаука*, (18-4), 61–66.

References

1. Grama, A., Gupta, A., Karypis, G., & Kumar, V. (2003). *Introduction to parallel computing*. Addison Wesley.
2. Dvoynishnikov, S. V., Meledin, V. G., & Pavlov, V. A. (2017). Vysokoskorostnaya obrabotka fazovykh izobrazhenii s ispol'zovaniem parallel'nykh vychislenii. *Avtometriya*, 53(2), 56–62.
3. Kleban, E. G. (2020). *Parallel'nyi algoritm obrabotki izobrazhenii i video*.
4. Dey, S. (2020). *Python image processing cookbook*. Packt Publishing.
5. Szeliski, R. (2020). *Computer vision: Algorithms and applications*. Springer.
6. Smayilov, Zh. (2017). Tiimdi adister malimetterdi parallel ondeude. *Aqparattyq tehnologiyalar jurnaly*, (1).
7. Bazarbaev, S. (2018). Keskinderdі parallel ondeu: zamañy tasilder. *Qazirgi zamangy nylym jane tekhnika*, (4).
8. Abdirakhmanov, N. (2021). Parallel algoritmderdin onimdiligi: suret taldaydagı tajiribeler. *Gylym jane innovatsiyalar jurnaly*, (2).
9. Jarylkasyn, E. (2022). Syretterdi ondeydegi parallel surypıay adisteri. *Aqparattyq juierler jurnaly*, (1).
10. Nurpeisova, A. A. (2021). *Innovatsiyalyq onimdi quru prosesin ontailylandyrudyn matematikalyq modelin дайындау*.
11. Elshova, Sh. D., et al. (2021). Mobil'di qurylgyga arналған elektrondy oqulyqtardy azirleu ortasyn taldaу. *Q. Zhubanov atyndagı Aqtobe onirlik yniversiteti enbekteri*, 38.
12. Shausheva, A. G., et al. (2022). Problems of speech recognition based on artificial neural networks in the proctoring system. *Physico-Mathematical Series*, 148.
13. Myrzamuratova, A. A., & Zhanabaikyzы, O. G. (2024). Sovremennye vyzovy i tendentsii v zashchite informatsii: strategii i tekhnologii. *Collection of Works*, 292.
14. Shausheva, A., et al. (2022). Proctoring júesinde jasandy neirondyq jelilerge negizdelgen sóleydi tanu máselesi. *Izvestiya NAN RK. Seriya fiziko-matematicheskaya*, 4, 146–158.
15. Bauyrzhanuly, B., et al. (2021). Algorithm for biometric identification of a person in open systems. *Internauka*, (18-4), 61–66.

Авторлар туралы мәліметтер

№	Аты-жөні, ғылыми дәрежесі, жұмыс немесе оқу орны, қала, ел, автордың e-mail мекенжайы, ұялы телефон нөмірі
1	Баялы А.Т. - аға оқытушы, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: azimkhan.bayaly@ayu.edu.kz
	Bayaly A.T. - Senior Lecturer, Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Kazakhstan, Turkistan, e-mail: azimkhan.bayaly@ayu.edu.kz
	Баялы А.Т. - старший преподаватель, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: azimkhan.bayaly@ayu.edu.kz
2	Жунисов Н.М. - PhD, аға оқытушы, Қожа Ахмет Ясауи атындағы халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz
	Zhunissov N.M. - PhD, International Kazakh-Turkish University named after Khoja Akhmet Yasawi, Turkistan, Kazakhstan, e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz
	Жунисов Н.М. - PhD, старший преподаватель, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: nurseit.zhunissov@ayu.edu.kz
3	Назарбек Т.С. - магистр оқытушы, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: Tolkin.Nazarbek@ayu.edu.kz
	Nazarbek T.S. - master lecturer, Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Kazakhstan, Turkistan, e-mail: Tolkin.Nazarbek@ayu.edu.kz
	Назарбек Т.С. - магистр преподаватель, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: Tolkin.Nazarbek@ayu.edu.kz
4	Давлетова В. М. - магистр оқытушы, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан қ., Қазақстан, e-mail: venera.davletova@ayu.edu.kz
	Davletova V.M. - master lecturer, Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University, Kazakhstan, Turkistan, e-mail: venera.davletova@ayu.edu.kz
	Давлетова В.М. - магистр преподаватель, Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави, г. Туркестан, Казахстан, e-mail: venera.davletova@ayu.edu.kz

МАЗМҰНЫ

МАТЕМАТИКА

Назарова К.Ж.

Усманов К.И.

Нұрсейтов А.

ЖӘЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ҮШІН БЕЙЛОКАЛДЫ ШАРТТЫ
ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІМДІЛІК ЖАҒДАЙЛАРЫ

7-20

Мамбетов С.А.

УАҚЫТ-КЕҢІСТІК БОЙЫНША СИНГУЛЯРЛЫ-БЕЙЛОКАЛ ДИФФУЗИЯ
ТЕҢДЕУІ ҮШІН ТУРА ЕСЕП

21-27

ФИЗИКА

Жақсылық Н.

Скаков М.К.

Чорух А.

Нұрайым Қ.

Раманкулов Ш.

ОҚУ-ЗЕРТТЕУ СТЕНДІН ӨЗІРЛЕУ ЖӘНЕ КҮН ПАНЕЛІНІҢ ШЫҒЫС ҚУАТЫ
МЕН ЖАРЫҚ ИНТЕНСИВТІЛІГІ АРАСЫНДАҒЫ БАЙЛАНЫСТЫ ЗЕРТТЕУ

28-39

Қалдар Б.С.

Патчаханов Д.

Абдужаппаров Ш.

Амангелдиева Ю.О.

Камбарбеков С.

Мұсахан Н.П.

НVOF ӘДІСІМЕН АЛЫНҒАН ЖОҒАРЫ БЕРІКТІ CR_3C_2-NiCR ЖАБЫНДАРДЫҢ
ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ФАЗАЛЫҚ ТҮРЛЕНУЛЕРІН ЗЕРТТЕУ

40-47

ИНФОРМАТИКА

Абен А.Б.

Хинизов М.Х.

ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТПЕН ГЕНЕРАЦИЯЛАНҒАН МӘТІНДЕРДІ АВТОМАТТЫ
АНЫҚТАУ. МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ МОДЕЛЬДЕРІНІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ
ТАЛДАУЫ

48-59

Баялы А.Т.

Жунисов Н.М.

Назарбек Т.С.

Давлетова В.М.

ПАРАЛЛЕЛЬ АЛГОРИТМДІ ПАЙДАЛАНА ОТЫРЫП СУРЕТТЕРДІ ӨҢДЕУ
ӘДІСТЕРІ

60-74

МАЗМҰНЫ

75-77

CONTENT

MATHEMATICS

Nazarova K.Zh.

Usmanov K.I.

Nurseitov A.

CONDITIONS FOR SOLVABILITY OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR
ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH NONLOCAL CONDITIONS

7-20

Mambetov S.A.

DIRECT PROBLEM FOR THE SPACE-TIME SINGULAR-NONLOCAL DIFFUSION
EQUATION

21-27

PHYSICS

Nurkozha Zh.

Skakov M.K.

Çoruh A.

Nuraiym K.

Ramankulov Sh. Zh.

DEVELOPMENT OF A RESEARCH-TRAINING STAND AND INVESTIGATION OF
THE RELATIONSHIP BETWEEN THE OUTPUT POWER OF A SOLAR PANEL AND
LIGHT INTENSITY

28-39

Kaldar B.S.

Patchakhanov D.

Abduzhapparov Sh.

Amangeldieva Y.O.

Kambarbekov S.

Mussakhan N. P.

INVESTIGATION OF THE STRUCTURAL PHASE STATE OF HIGH-STRENGTH
CR₃C₂-NICR COATINGS OBTAINED BY HVOF METHOD

40-47

COMPUTER SCIENCE

ABEN A.B.

KHINIZOV M.K.

AUTOMATIC RECOGNITION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE-GENERATED
TEXTS. A COMPARATIVE ANALYSIS OF MACHINE LEARNING MODELS

48-59

A.T. Bayaly

N.M. Zhunissov

T.S. Nazarbek

V.M. Davletova

IMAGE PROCESSING METHODS USING A PARALLEL ALGORITHM

60-74

CONTENT

75-77

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Назарова К.Ж.

Усманов К.И.

Нурсейтов А.

УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

7-20

Мамбетов С.А.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО СИНГУЛЯРНО-
НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДИФFUЗИИ

21-27

ФИЗИКА

Жаксылық Н.

Скаков М.К.

Чорух А.

Нұрайым Қ.

Раманкулов Ш.

РАЗРАБОТКА УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО СТЕНДА И ИССЛЕДОВАНИЕ
ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ВЫХОДНОЙ МОЩНОСТЬЮ СОЛНЕЧНОЙ ПАНЕЛИ И
ИНТЕНСИВНОСТЬЮ СВЕТА

28-39

Калдар Б.С.

Патчаханов Д.

Абдужаппаров Ш.

Амангелдиева Ю.О.

Камбарбеков С.

Мусахан Н.П.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНО-ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ
ВЫСОКОПРОЧНЫХ Cr_3C_2 -NICKR ПОКРЫТИЙ ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ HVOF

40-47

ИНФОРМАТИКА

Абен А.Б.

Хинизов М.Х.

АВТОМАТИЧЕСКОЕ РАСПОЗНАВАНИЕ ТЕКСТОВ, СОЗДАННЫХ
ИСКУССТВЕННЫМ ИНТЕЛЛЕКТОМ. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ
МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

48-59

Баялы А.Т.

Жунисов Н.М.

Назарбек Т.С.

Давлетова В.М.

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА

60-74

СОДЕРЖАНИЕ

75-77

**Қ.А. ЯСАУИ АТЫНДАҒЫ
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҚАЗАҚ-ТҮРІК УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРЛАРЫ
(МАТЕМАТИКА, ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА СЕРИЯСЫ)**

Редакцияның мекен-жайы:

*161200, Қазақстан Республикасы, Түркістан қаласы,
Б. Саттарханов даңғылы, 29В, ректорат, 404 бөлме.
Байланыс тетіктері: 8 (725-33) 6-38-26 (19-60) e-mail: ayu-habarlari@ayu.edu.kz*

Ғылыми редакторлар:

Қошанова М.Д., Курбанбеков Ш.Р., Жунисов Н.М.

Жауапты хатшы: Мұсахан Н.П.

Техникалық редактор: Камбарбеков С.Х.

Жарияланған мақала авторларының пікірі редакция көзқарасын білдірмейді.

Мақала мазмұнына автор жауап береді.

Қолжазбалар өңделеді және авторларға қайтарылмайды.

Қ.А. Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің хабарлары
(математика, физика, информатика сериясы) журналына жарияланған материалдарды
сілтемесіз көшіріп басуға болмайды.

17.10.2025 ж. баспаға жіберілді

*Журнал Қожжа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің
«Тұран» баспаханасында көбейтілді.*

Қағаздың пішімі: 70x100. Қағазы офсеттік А4.

Офсеттік басылым. Шартты баспа табағы 6.

Таралымы 110 дана. Тапсырыс 145.