ФИЗИКА

ӘОЖ 517.957,532.5;
МҒТАР 27.35.55
https://doi.org/10.47526/2023-2/2524-0080.04

Д.Э. БАЛТАБАЕВА[1], Ш.Р. КУРБАНБЕКОВ[2]
[1]Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің магистранты, (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: baltabaeva-d@bk.ru
[2]PhD, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің доценті (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz
[2]«Инновациялық технологиялар және жаңа материалдар институты» ЖШС

ГИНСБУРГ-ЛАНДАУ КЕШЕНДІ ТЕҢДЕУІНІҢ ЛИ НҮКТЕЛІК СИММЕТРИЯЛАРЫ

Аңдатпа. Солитон – бұл бейсызықты жалғыз қозғалатын толқын, ол өзінің формасы мен жылдамдығын қозғалысы кезінде сақтайды, яғни тұрақты қалыптасуды білдіреді және өзіне ұқсас оқшауланған толқындарға тап болған кезде, екі толқынның өзара фазалық ығысу құбылысы пайда болады, яғни солитондардың өзара әрекеттесуінің жалғыз нәтижесі кейбір фазалық ығысу болуы мүмкін.

Бұл мақалада біз Гинсбург-Ландау кешенді теңдеуіндегі (CGL) солитонның тұрақты таралуын, симметриялы Гаусс потенциалы болған кезде өздігінен фокусталатын сызықтық емес режиммен зерттейміз. Көптеген онжылдықтар бойы сызықтық емес жүйелер зерттеушілерді теориялық және эксперименттік тұрғыдан бай динамикалық сипаттамаларымен қызықтырды. Мұндай сызықтық емес жүйелер консервативті (жабық) немесе диссипативті (ашық) болуы мүмкін және екеуі де солитондарды қолдайды. Солитон – бұл оптикалық жүйедегі жарық импульсінің тұрақты профилінен басқа ештеңе емес. Диссипативті сызықтық емес жүйе жағдайында дисперсия мен сызықтық емес тепе-теңдікке қосымша диссипативтілік (жоғалту) мен пайда арасындағы тепе-теңдік үшін жарық импульсінің немесе солитонның тұрақты таралуы мүмкін. Бұл дегеніміз, диссипативті жүйе консервативті жүйелер сияқты үздіксіз солитон отбасыларын қолдай алмайды. Басқаша айтқанда, диссипативті жүйеде солитонның таралуы жүйенің параметрлерімен анықталуы мүмкін, ал консервативті жүйеде ол кіріс оптикалық импульсімен анықталады. Бұл жүйені қарапайым манипуляциялау арқылы диссипативті жүйеде тұрақты солитонның аймағын анықтаудың эксперименттік орындылығын арттырады.

Біздің модельде біз Ли нүктелік симметрияларын анықтай отырып, векторлық өріс операторларын табамыз.

Кілт сөздер: Солитондар теориясы, симметрия, сызықты емес оптика, Гаусс потенциалы, Ли алгебрасы.

D.E. Baltabayeva[1], Sh.R. Kurbanbekov[2]
[1]Master's Student of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: baltabaeva-d@bk.ru
[2]PhD, associate professor of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkestan), e-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz
[2]«Institute of innovative technologies and new materials» LLP

Point symmetries of the Lie of the complex Ginzburg-Landau equation

Abstract. A soliton is a nonlinear single moving wave that retains its shape and velocity during its movement, that is, it is a constant formation, and when it collides with isolated waves similar to itself, the phenomenon of a mutual phase shift of two waves occurs, that is, the only result of the interaction of solitons may be some kind of shift in phase.

In this paper, we will study the distribution of the soliton constant in the complex Ginzburg-Landau equation (CGL) with a nonlinear regime that focuses on itself in the presence of a symmetric Gaussian potential. For many decades, nonlinear systems have attracted researchers theoretically and experimentally with their rich dynamic characteristics. Such nonlinear systems can be conservative (closed) or dissipative (open), and both support solitons. A soliton is nothing but a constant profile of light pulses in an optical system. In the case of a dissipative nonlinear system, in addition to dispersion and nonlinear equilibrium, it is possible to continuously propagate a light pulse or soliton to achieve a balance between dissipation (loss) and gain. This means that a dissipative system cannot support continuous families of solitons similar to conservative systems. In other words, in a dissipative system, the distribution of solitons can be determined by the parameters of the system, while in a conservative system it is determined by the input optical pulse. This increases the experimental feasibility of determining the area of a stable soliton in a dissipative system by simply manipulating the system.

Keywords: Soliton theory, symmetry, nonlinear optics, Gauss potential, Lie algebra.

Д.Э. Балтабаева [1], Ш.Р. Курбанбеков[2]

[1]*Магистрант Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: baltabaeva-d@bk.ru*

[2]*PhD, доцент Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: sherzod.kurbanbekov@ayu.edu.kz*

[2]*ТОО «Институт инновационных технологий и новых материалов»*

Точечные симметрии Ли комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау

Аннотация. Солитон – это нелинейная одиночная движущаяся волна, которая сохраняет свою форму и скорость во время своего движения, то есть представляет собой постоянное образование, и когда она сталкивается с изолированными волнами, подобными самой себе, возникает явление взаимного сдвига фаз двух волн, то есть единственным результатом взаимодействия солитонов может быть будет какой-то сдвиг по фазе.

В этой статье мы изучим распределение постоянной солитона в комплексном уравнении Гинзбурга-Ландау (CGL) с нелинейным режимом, который фокусируется сам на себе при наличии симметричного гауссова потенциала. На протяжении многих десятилетий нелинейные системы привлекали исследователей теоретически и экспериментально своими богатыми динамическими характеристиками. Такие нелинейные системы могут быть консервативными (закрытыми) или диссипативными (открытыми), и обе поддерживают солитоны. Солитон – это не что иное, как постоянный профиль световых импульсов в оптической системе. В случае диссипативной нелинейной системы, в дополнение к дисперсии и нелинейному равновесию, возможно постоянное распространение светового импульса или солитона для достижения баланса между диссипативностью (потерями) и усилением. Это означает, что диссипативная система не может поддерживать непрерывные семейства солитонов, подобные консервативным системам. Другими словами, в диссипативной системе распределение солитонов может определяться параметрами системы, в то время как в консервативной системе оно определяется входным оптическим импульсом. Это повышает экспериментальную осуществимость определения площади стабильного солитона в диссипативной системе путем простого манипулирования системой.

Ключевые слова: Теория солитонов, симметрия, нелинейная оптика, потенциал Гаусса, алгебра Ли.

Кіріспе

Қазіргі теориялық физиканың дамуының басты ерекшеліктерінің бірі-айтарлықтай сызықтық емес құбылыстар мен процестер саласына сәтті ену. Сызықтық емес ортаның классикалық мысалы және іргелі зерттеулердің қызықты объектісі – магнетиктер. Магнетиктер құрылымы мен қасиеттері бойынша әр түрлі, көптеген сызықтық емес түзілімдер мен қозуларға ие, оларды сыртқы өрістер арқылы салыстырмалы түрде оңай басқаруға болады. Сондықтан магниттік материалдар микроэлектроникада, есептеу техникасында, әртүрлі құрылғылар мен құрылғыларда кеңінен қолданылады. Магнетиктердің энергиясы үшін феноменологиялық өрнектің қарапайымдылығына қарамастан, ішкі торлардың магниттелу векторларының ұзындығының тұрақтылығы шарты магниттелудің негізгі күйден үлкен ауытқуларын теориялық сипаттау міндеттерін айтарлықтай сызықты емес етеді. Магниттік материалдар жақсы модельдік жүйелер болып табылады, олардың зерттеулері Теориялық физиканың дәстүрлі емес әдістерінің дамуына әкелді. Осы салада алынған нәтижелер негізінен солитондар мен топологиялық ақаулар сияқты сызықтық емес қатты дене физикасының жаңа құрылымдық бірліктері туралы түсініктерді қалыптастырды [1].

Солитондар – бұл басқа солитондармен немесе сызықтық емес толқындармен әрекеттескеннен кейін де пішінін қалпына келтіретін кеңістіктегі локализацияланған бөлшектер тәрізді толқындар. Сызықтық емес физикада олардың рөлі сызықтық теориядағы квазибөлшектерге ұқсас. Квазибөлшектерден айырмашылығы, солитондар сызықтық емес ортаның құрылымы мен динамикасы туралы ақпарат береді, жүйеге айтарлықтай сыртқы әсер ету жағдайында конденсацияланған ортаның кинетикалық, термодинамикалық, магниттік, механикалық және басқа қасиеттерін анықтайды. Күшті сыртқы бұзылуларда эксперименттік деректерді сәтті түсіндіру солитон күйлерін болжаусыз және талдаусыз мүмкін емес. Кері шашырау мәселесі әдісі мен оның модификациялары негізінде жоғары сызықты емес магниттік қозулардың квази-өлшемді динамикасы бойынша егжей-тегжейлі зерттеулер жүргізілді. Мұндай күйлердің қасиеттерін дәстүрлі бұзылу теориясының кез-келген түпкілікті тәртібімен алуға болмайды.

Мұхиттағы сызықтық емес ішкі толқындар (а) солитон теориясы және (б) эксперименттік өлшемдер тұрғысынан талқыланады. Біріншіден, теориялық. Бұл мұхиттағы ішкі жалғыз толқындарға арналған модельдер қысқаша сипатталған. Буссинеск пен Кортевега-де-Фриздің белгілі теңдеулерінен бастап әртүрлі сызықтық емес аналитикалық шешімдер қарастырылады. Содан кейін кейбір жалпылау қарастырылады, соның ішінде текше сызықтық емес, жердің айналуы, цилиндрлік дивергенция, диссипация, вигысу ағындары және басқалары. Жоғары сызықты емес ішкі толқындардың соңғы теориялық модельдері көрсетілген.

Екіншіден, мұхиттың жоғарғы қабаттарында солитондардың бар екендігі туралы эксперименттік дәлелдердің мысалдары келтірілген, деректерге радиолокациялық және оптикалық кескіндер, сондай-ақ толқындардың пішінін, таралу жылдамдығын және шашырау сипаттамаларын табиғи өлшеу кіреді.

Үшіншіден, ішкі солитондардың дыбыс толқынының таралуына әсері талқыланады. Бұл шолу құжаты солитондар теориясымен егжей-тегжейлі таныс болмауы мүмкін акустиканы қоса алғанда, әртүрлі салалардағы зерттеушілерге арналған. Осылайша, ол солитон теориясының негіздерінің қысқаша мазмұнын қамтиды. Сонымен қатар, соңғы теориялық нәтижелер мен бақылаулар сипатталған, бұл шолуды жетекші океанографтар мен теоретиктер үшін де пайдалы ете алады.

Солитондардың өзара әрекеттесу кезінде өзгеріссіз қалатын сызықтық емес импульстар ретінде жалпы анықтамасына қарамастан, біз солитон атауын кез-келген тұрақты, диссипативті емес (немесе әлсіз диссипативті) оқшауланған түзілімдер үшін қолданамыз, тек қысқа болу үшін ғана емес, сонымен қатар біз (және басқалары) оқшауланған толқындар өзара әрекеттесіп, кейбірін шығарады деп санаймыз сәулелену (әдетте интеграцияланбайтын математикалық модельдерде кездеседі), олар әлі де «Солитон» терминінің себебі болып табылатын бөлшектің қасиеттерін ашады [2,3].

Күшті ішкі әсерлермен жинақталған орталардың психофизикалық қасиеттері тек фракталдармен ғана емес, сонымен қатар сызықтық емес скалярлық ақаулармен де анықталады. Дискретті теорияда скалярлық ақаулар сәулеленудің үлкен көлемінде реттелген күйді бұзбай жоюға болмайтын ерекшеліктері бар өрістермен сипатталады. Топологиялық кемшіліктер ішкі мәні мен шығу тегі бойынша айтарлықтай дискретті. Олар кристалдардың косметикалық және беріктік құбылыстарын, электромагниттік, құрылымдық, біртекті асқын өткізгіштік тұрақсыздықтар мен фазалық ауысуларды қалыптастыруда шешуші функцияны атқарады. Жинақталған ортадағы динамикалық ақаулар, икемділіктің сызықтық емес теориясының ақауларынан айырмашылығы, олардың құрылымы жағынан бай, өзара әрекеттесудің нақты ерекшеліктеріне ие [4].

Динамикалық құбылыстар физикасының қалыптасуының қазіргі кезеңі үшін келесі заңдылықтар тән емес. Супер тапсырмалардың «өлшемділігін» арттыру және нақты жүйелерге көшу, қиын жүйелердің динамикалық физикасын зерттеу үшін интеграцияланған модификацияларды тарту, жоғары динамикалық объектілерді теориялық тұрғыдан ұсынудың арнайы әдістерін қалыптастыру. Қазіргі уақытта динамикалық күйлерді әлеуметтанулық сипаттауға болатын барлық әдістер көпөлшемді фракталдар мен ақаулар полементтерін есептеуге байланысты супер тапсырмаларға таралу кезінде айтарлықтай қиындықтарға тап болады. Бұл антологияда аталған ауыртпалықтарды жеңудің кейбір жолдары, сондай-ақ магнетиктердегі екі өлшемді және үш өлшемді фракталдар мен топологиялық кемшіліктерді әдіснамалық сипаттау кезінде қол жеткізілген нәтижелер көрсетілген.

Соңғы екі онжылдықта жалпы сызықтық емес ғылымның, атап айтқанда, сызықтық емес Шредингер теңдеуі (NLS) сияқты дисперсиялық тор жүйелерінің ендігі мен әсер ету тереңдігі айтарлықтай өсті. 1970-1980 жылдардағы Давыдов солитоны мен сызықты емес оптикалық қосқыштар туралы болжамдардан және 1970-1980 жылдардағы толқындық массивтер туралы ұсыныстардан бастап, 1990 жылдардағы NLS типті жүйелерді зерттеу оптикалық толқын сәулелерін эксперименттік енгізу арқылы басқа салаға көшті, негізгі теориялық бақылау дискретті солитондар сияқты болжамдар, дифракциялық торлар, Пейерлдің кедергілері, бірнеше импульстік мүмкіндіктер және дифракцияны басқару. Олар 2000 жылдары Бозе-Эйнштейн конденсаттарында (БЭК) оптикалық торларда мүлдем басқа физикалық инкарнацияда анықталды, бұл материяның жаңа күйіндегі сызықтық емес құбылыстардың ең қызықты аспектілерінің бірі.

Сызықтық емес Шредингер теңдеуі (NLS) үшін ең іргелі динамикалық мысалдардың бірі болып табылады сызықтық емес тор теңдеулерін шешу. Себебі, бұл сызықтық емес Шредингер теңдеуі (NLS), оның қолдану аясы кең, ол оптикалық талшықтардағы электр өрісін сипаттауға, Плазма физикасындағы лангмюр толқындарының өзін-өзі фокустауы мен құлауына немесе сәйкес дисперсиялық қабығы бар оғаш толқындарды сипаттауға арналған [5,6].

Екінші жағынан, NLS – бұл математикалық физиканың әртүрлі салаларында ұсынылатын әр түрлі салалары бар жеке физикалық қызығушылық моделі. NLS типті теңдеулерге үлкен қызығушылық тудырған эксперименттік зерттеулердің алғашқы жиынтығы сызықтық емес оптика саласында, атап айтқанда AlGaAs толқындық массивтерінде жүргізілді. Соңғы ғылыми еңбектерде дискретті дифракция, Пейерлдің тосқауылы (энергетикалық тосқауыл) сияқты көптеген құбылыстар бар. Тор бойымен қозғалу үшін толқындарды еңсеру керек, дифракцияны басқару (дифракция коэффициентінің мерзімді ауысуы) және саңылаулы солитондар, (негізгі сызықтық саңылауда сызықтық емес болғандықтан локализацияланған құрылымдар) спектр, басқалармен қатар эксперименталды түрде байқалды. Бұл құбылыстар, өз кезегінде, осындай тиімділікке бағытталған зерттеулер санының үлкен теориялық өсуіне әкелді дискретті толқындар. NLS прототип болмаса да, әлі де бар байланысты аймақ барий стронций ниобаты (nbs) сияқты фоторефракциялық ортада оптикалық индукцияланған торлардың сызықтық емес локализацияланған режимдерінің болуы мен тұрақтылығы туралы нақты сапалы болжамдар береді. Бұл мүмкіндік ғылымда теориялық тұрғыдан пайда болып, эксперименталды түрде жүзеге асырылғаннан бері сызықтық емес толқындар және периодты, негізінен екі өлшемді торлар сияқты солитондар саласында даму байқалды [7].

М.В. Смелов өз жұмысында электромагниттік солитондардың таратқыштарын қабылдауды зерттеді. Мен өз жұмысымда солитондар негізінде бірқатар ерекше мүмкіндіктері бар жаңа құрылғыларды жасауға болатынын қарастырдым. Электромагниттік солитондардың трансиверін және ЭМ солитондарының табиғаты туралы математикалық түсінікті пайдалана отырып, жасанды түрде өндірілген ЭМ солитондарының солитондық өзара әрекеттесуін және ЭМ солитондарының сәулеленуінің әртүрлі сипаттағы объектілерге, атап айтқанда биологиялық процестер мен биофизикалық объектілерге (тірі жасушаның бөліну процестері және мидың нейроқұрылымдары және т.б.) әсер ету эксперименттерін анықтауға эксперименттік әрекеттер жасалды. Микротолқынды плазма, атом ядроларының ыдырау процесінде, сондай-ақ тартылыс күшіне жанама әсер етеді. Олардың барлығында белгілі бір солитон эффектілері табылды, сонымен қатар аталған объектілер мен процестерде когерентті спиральды құрылымдар болды, олар вакуумның мультипольді бұралуының көп байланысқан құрылымдарының болуына байланысты болды. Қорытындылай келе, ЭМ солитондарының қозуы мен таралуының қарастырылған теориялық схемасы ЭМ солитондарының түбегейлі жаңа техникалық генераторлары мен сәулелену қабылдағыштарын құруға мүмкіндік берді деп айтуға болады. Бұл құрылғыларды интроскопиялық геофизикалық аспаптарды, сондай-ақ берілетін және қабылданатын ақпараттың ауқымы, жылдамдығы мен тығыздығы бойынша іс жүзінде шексіз мүмкіндіктері бар радиорелелік және ғарыштық байланыс жүйелерін жасау үшін пайдалануға болады [8].

Физика-математика ғылымдарының докторы, Мемлекеттік оптикалық институтының теориялық бөлімінің меңгерушісі Николай Николаевич Розанов, Санкт-Петербург мемлекеттік ақпараттық технологиялар, механика және оптика университетінің профессоры С.И. Вавилова өз жұмыстарында оптикалық солитондардың пайда болуын зерттеді. Оптикалық автосолитондар әлемі таңқаларлық әр түрлі локализацияланған объектілермен қоныстанған, олардың қасиеттері «қарапайым» бөлшектерден айтарлықтай ерекшеленеді. Автосолитондар қозғалмайтын, қозғалатын және айналатын, стационарлық және мезгіл-мезгіл немесе ретсіз өзгеретін, жалғыз және бір-бірімен байланысты болуы мүмкін. Ол лазерде пайда болатын оптикалық автосолитондардың – лазерлік солитондардың ерекше жағдайын қарастырумен айналысты, олар резонатордың ішіне орналастырылғанжәне күшейтетін ортадан басқа қаныққан раковина орналастырылған. [9]

Глухов Николай Данилович солитондар теориясының қысқаша тарихын, яғни олардың дамуын және ғылымның осы саласының болашағы бар-жоғын зерттеді. Солитон – бұл толқын, бірақ солитон бөлшекке ұқсайды деді. Солитон түріндегі шешім, жақында кеңестік физик В.И. Патвиашвили көрсеткендей, атмосфераны сипаттайтын теңдеулер де бар. Осы шешімге сәйкес келетін зерттеу қасиеттері бойынша антициклонға өте жақын. Құйындар болған жерде солитондар пайда болуы мүмкін. Екінші жағынан, құйындылардың өздері және құйындардан салынған күрделі нысандарды көп өлшемді солитон тәрізді түзілімдер деп санауға болады. 1958 жылы академик Р.З. Сағдеев оқшауланған толқындар плазма сияқты ортада да таралуы мүмкін екенін көрсетті. Осылайша, солитондарды зерттей отырып, біз ғаламның өзі туралы сұрақтар шеңберіне кіреміз және бұл солитон ғылымының танымдық ғана емес, сонымен қатар терең философиялық аспектісі [10].

К.С. Тәттімбеков солитондар теориясының математикалық шешімдеріне зерттеу жүргізді және ферромагнетиктердегі магниттік серпімді динамиканы сипаттайтын сызықтық емес эволюциялық теңдеулер жүйесі үшін N солитондық шешім алды. Солитон теориясының математикалық аппараты – кері шашырау мәселесі (МОЗР) әдісі-сызықтық емес жартылай дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің қуатты құралдарының біріне айналды. Қолдану МОЗР сәйкес шашырау есептері белгілі болған кезде интегралданатын эволюциялық теңдеулердің нақты N-солитондық шешімдерін құруға болады. Егер теңдеудің соңғы компоненттері белгісіз болса, онда интегралданатын теңдеулердің N-солитондық шешімдерін тікелей әдістермен табуға болады, олар, Бэклундты түрлендіру әдісі, Хирота әдісі. Сонымен қатар, Хирота әдісінің ерекшелігі солитондық шешімдер мен интеграцияланбайтын теңдеулерді ішінара туындыларға алуға мүмкіндік береді [11].

Негізінен сызықтық емес оптика теориясында диссипативті солитондардың динамикалық таралуын және олардың потенциалды қолданылуын зерттеу үшін Гинсбург-Ландау күрделі теңдеуі (CGL) қолданылады. Шын мәнінде, CGL теңдеуін сызықтық және сызықтық емес күрделі потенциалдарда диссипативті солитондық шешімдері бар консервативті сызықтық емес Шредингер теңдеуінің (NLS) диссипативті кеңеюі ретінде қарастыруға болады. CGL теңдеуі сонымен қатар диссипативті солитондардың әртүрлі түрлерін қолдайды, мысалы, көп шыңды солитондар, жарылатын солитондар, пульсирленген солитондар, хаотикалық солитондар, екі өлшемді және үш өлшемді оптикалық солитондар, торлы солитондар. Бұл жерде диссипативті солитондар жартылай өткізгіш оптикалық күшейткіштерде, жартылай өткізгіш резонаторларда, жартылай өткізгіш микро қуыстарда және т. б. [12].

Соңғы он жылда дифференциалдық теңдеулерді талдауға және олардың инвариантты қасиеттері бойынша беттік түрлендіру түрі бойынша шешімдеріне деген міндеттеме қайта жанданды.

С. Ли мен А.В. Бэклунд жоғары ретті дифференциалдық теңдеулер үшін жанама түрлендірулер ретінде жалпы беттік түрлендірулерді ойлап тапты. Бұл тұрғыда біз сызықтық емес оптикаға қолданылатын классикалық Backlund түрлендірулерін талқылаймыз.

Сызықтық емес толқындар (Синус-Гордон), (Кортевега-Де-Вриз және Лиувилл), турбуленттілік моделі (Бургер) және кванттық механика (сызықтық емес Шредингер). Симметрияны құрудың осы түрлендірулері мен әдістері егжей-тегжейлі сипатталғандықтан, бұл көлем физикалық құбылыстардың математикалық модельдерін талдаумен айналысатын ғалым мен инженерге өте қажет болады.

$$iq_z + (\alpha_1 + i\alpha_2)q_{xx} + V(x)q + \sigma(\beta_1 + i\beta_2)|q|^2 q = 0, \tag{1}$$

мұндағы $q(x,z)$ – теңдеудің шешімін көрсететін білдіретін күрделі функция x және z сәйкесінше масштабталған кеңістік координаттарын, ал төменгі индекстер жартылай туындыларды білдіреді.

Бұл мақалада Гинсбург-Ландаудың күрделі теңдеуі үшін Ли нүктелік симметриясына талдау жасалды. Алдымен күрделі $q(x,z)$ функциясын келесі формада қарастырамыз:

$$q(x,z) = u(x,z)e^{iv(x,z)}, \tag{2}$$

мұндағы, $u(x,z)$ және $iv(x,z)\,iv(x,y,t)$ нақты мәні бар функциялар, ал $q^*(x,z)$ комплексті түйіндес функцияны білдіреді, (2) формадағы түрлендіруді (1) теңдеуге қолданамыз және нақты және жорамал бөліктерін 0-ге теңестіру арқылы келесі теңдеулерді аламыз [13]:

$$-uv_z - 2\alpha_2 u_x v_x - \alpha_2 u v_{xx} - \alpha_2 u v_x^2 + Vu + \sigma\beta_1 u^3 = 0, \tag{3}$$

$$iu_z + \alpha_1 u_{xx} + 2i\alpha_1 u_x v_x + i\alpha_1 u v_{xx} - i\alpha_1 u v_x^2 - i\alpha_2 u_{xx} + iuv + i\sigma\beta_2 u^3 = 0. \tag{4}$$

Енді, (1) теңдеудің нүктелік симметриясын құру үшін алдымен Ли тобының Ли түрлендірулерінің бір параметрлі тобымен енгіземіз [14]:

$$x \to x + \varepsilon\xi^1(x, y, t, u, v) + O(\varepsilon^2),$$

$$y \to y + \varepsilon\xi^2(x, y, t, u, v) + O(\varepsilon^2),$$

$$u \to u + \varepsilon\eta^1(x, z, u, v) + O(\varepsilon^2)\, u \to u + \varepsilon\eta^1(x, y, t, u, v) + O(\varepsilon^2), \tag{5}$$

$$v \to v + \varepsilon\eta^2(x, z, u, v) + O(\varepsilon^2).$$

мұндағы, ε топтық параметрді білдіреді және $\xi^1, \xi^2, \eta^1 \xi^1, \xi^2, \xi^3, \eta^1$ және $\eta^2 \eta^2$ - шексіз шағын генераторлар. Жоғарыда аталған түрлендіру тобына сәйкес келетін векторлық өріс келесі түрде көрсетіледі [15]:

$$V = \xi^1(x, z, u, v)\frac{\partial}{\partial x} + \xi^2(x, z, u, v)\frac{\partial}{\partial z} + \eta^1(x, z, u, v)\frac{\partial}{\partial u} + \eta^2(x, z, u, v)\frac{\partial}{\partial v}, \tag{6}$$

мұндағы, $\xi^1(x, z, u, v), \xi^2(x, z, u, v), \eta^1(x, z, u, v)$ және $\eta^2(x, z, u, v)$ айқындалатын коэффициенттің функциялары болып табылады. (3) және (4) жүйе үшін pr^2 болады, оның өзгермейтіндігі келесі шартты қанағаттандыру тиіс:

$$pr^2 V(\Delta_1)\big|_{\Delta_1 = 0} = 0, \tag{7}$$

$$\mathrm{pr}^2 V(\Delta_2)\big|_{\Delta_2 = 0} = 0, \tag{8}$$

мұндағы, Δ_2, Δ_2 келесідей шамаларға тең:

$$\Delta_1 = -uv_z - 2\alpha_2 u_x v_x - \alpha_2 u v_{xx} - \alpha_2 u v_x^2 + Vu + \sigma\beta_1 u^3, \tag{9}$$

$$\Delta_2 = iu_z + \alpha_1 u_{xx} + 2i\alpha_1 u_x v_x + i\alpha_1 u v_{xx} - i\alpha_1 u v_x^2 - i\alpha_2 u_{xx} + iuv + i\sigma\beta_2 u^3. \tag{10}$$

Ли теориясына сүйене отырып, (9) және (10) теңдеулердің pr^2, яғни (7), (8) шарттарын пайдаланып, жазамыз:

$$pr^2 V = \eta^1\frac{\partial}{\partial u} + \eta^2\frac{\partial}{\partial v} + \eta^{1x}\frac{\partial}{\partial u_x} + \eta^{2x}\frac{\partial}{\partial v_x} + \eta^2\frac{\partial}{\partial v_z} + \eta^{1xx}\frac{\partial}{\partial u_{xx}} + \eta^{2xx}\frac{\partial}{\partial v_{xx}},$$

$$pr^2 V = \eta^1\frac{\partial}{\partial u} + \eta^2\frac{\partial}{\partial v} + \eta^{1x}\frac{\partial}{\partial u_x} + \eta^{2x}\frac{\partial}{\partial v_x} + \eta^1\frac{\partial}{\partial u_z} + \eta^{1xx}\frac{\partial}{\partial u_{xx}} + \eta^{2xx}\frac{\partial}{\partial v_{xx}}, \tag{11}$$

Осылайша, (9), (10) және (11)-ді біріктіре отырып, біз келесі эквивалентті шартты (12) аламыз,

$$(v_z - \alpha_2 v_x^2 + V + 3\sigma\beta_1 u^2)\eta^1 - u\eta^{2z} - 2\alpha_2 v_x \eta^{1x} - 2\alpha_2 \eta^{2x}(u_x + uv_x) - \alpha_2 u\eta^{2xx} + \alpha_1 \eta^{1xx} = 0,$$

$$(i\alpha_1 v_{xx} + iV + 3i\sigma\beta_2 u^2)\eta^1 - i\eta^{1z} + 2i\alpha_1 v_x \eta^{1x} - i\alpha_2 \eta^{1xx} + (2i\alpha_1 u_x - i\alpha_1 u)\eta^{2x} + i\alpha_1 u\eta^{2xx} = 0, \quad (12)$$

бұл жердегі, коэффициенттердің функциялары келесідей көрсетілген [16]:

$$\begin{aligned}
\eta^{1x} &= D_x(\eta^1 - \xi^1 u_x - \xi^2 u_z) + \xi^1 u_{xx} + \xi^2 u_{xz},\\
\eta^{1z} &= D_z(\eta^1 - \xi^1 u_x - \xi^2 u_z) + \xi^1 u_{xz} + \xi^2 u_{zz},\\
\eta^{1xx} &= D_{xx}(\eta^1 - \xi^1 u_x - \xi^2 u_z) + \xi^1 u_{xxx} + \xi^2 u_{xxz},\\
\eta^{2x} &= D_x(\eta^1 - \xi^1 v_x - \xi^2 v_z) + \xi^1 v_{xx} + \xi^2 v_{xz},\\
\eta^{2z} &= D_z(\eta^1 - \xi^1 v_x - \xi^2 v_z) + \xi^1 v_{xz} + \xi^2 v_{zz},\\
\eta^{2xx} &= D_{xx}(\eta^1 - \xi^1 v_x - \xi^2 v_z) + \xi^1 v_{xxx} + \xi^2 v_{xxz}.
\end{aligned} \quad (13)$$

Сонымен, (13)-ті (12)-ге ауыстыру және содан кейін теңдеулерді жеңілдету арқылы біз жүйенің (9) және (10) теңдеулерін келесі түрде және де шағын операторларыдың мәндерін келесі түрде аламыз,

$$\xi^1 = 2x - 4z(\alpha_2 + \alpha_1), \qquad \xi^2 = C_i, \qquad \eta^1 = 0, \qquad \eta^2 = -2v.$$

мұндағы, $C_i = 1, 2, 3...$ тең. Теңдеудің (1) шексіз кіші симметриясының Ли алгебрасы келесі үш сызықты тәуелсіз оператормен қамтылған:

$$V_1 = 2\frac{\partial}{\partial x},$$

$$V_2 = \frac{\partial}{\partial z},$$

$$V_3 = -2v\frac{\partial}{\partial v}.$$

Осылайша, $[V_k, V_j] = V_k V_j - V_j V_k$ коммутатор операторына сүйене отырып, біз (3) және (4) жүйенің коммутациялық функциясын аламыз (1-кестені қараңыз).

Кесте-1 – Ли жүйесінің коммутациялық қатынастары

Lie	V_1	V_2	V_3
V_1	0	0	$-4v_x\frac{\partial}{\partial v}$
V_2	0	0	$-4v_z\frac{\partial}{\partial v}$
V_3	$4v_x\frac{\partial}{\partial v}$	$4v_z\frac{\partial}{\partial v}$	0

Осылайша, Ли – Бэклунд түрлендірулерін жергілікті емес Гинсбург-Ландау теңдеуі үшін қолдана отырып, біз анықтадық нүктелік симметриялар векторлық өріс операторының компоненттерінен тұрады. Біз тапқан симметриялар күрделі дифференциалдық теңдеулерді шешуде пайдалы болуы мүмкін.

Қорытынды

Солитон мәселесінің шешімдері, жергілікті емес Гинсбург-Ландау симметриялары теңдеулер, салыстыру үшін, ғылымның жаңа саласы, яғни, интегралды жүйелер немесе «Солитон теориясы». Сонымен қатар, бұл соңғы жылдары ғалымдардың осы бағыттағы белсенді зерттеулерінен көрінеді.

Бұл жұмыс сызықтық емес Шредингер типті теңдеулер жүйесіне жататын Гинсбург-Ландау күрделі теңдеуін (CGL) зерттейді. Жоғарыда айтқанымыздай, алдыңғы жұмыстармен салыстырғанда бұл жұмыс оңтайлы жүйені, (1) теңдеу үшін симметрияны азайту шешімдерін қарастырды және біз жаңа нәтижелерге қол жеткіздік. Біріншіден, біз (3) теңдеу мен жүйені (4) алу үшін түрлендіруді қолдана отырып, күрделі модельді (1) теңдеуге айналдырдық. Содан кейін Лидің симметриясын талдау әдісін қолдана отырып, біз оңтайлы жүйелер мен жүйенің симметриясын анықтадық. Осы мақалада келтірілген жаңа нәтижелерді солитондардың динамикасын және ядролық физикадағы басқа оптикалық эксперименттерді сипаттау үшін пайдалануға болады. Демек, осы жұмыстағы барлық зерттеу нәтижелерін инженерия мен математикалық физикадағы сызықтық емес Шредингер теңдеулері жүйелерінің динамикалық мінез-құлқын жақсарту үшін пайдалануға болады.

ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Gubanov V.N. Soliton theory // Physical Review. Moskva: 2011. Vol. 65. – P. 26–35.
2. Hohler G., Fujimori A., Kuhn J., The discrete nonlinear Schrodinger equa-tion // Springer Tracts in Modern Physics. – 2009. Vol.415. – P. 3–8.
3. Ablowitz M.J., Primari B., Trubatch A.D. Discrete and continuous Nonlinear Schrodinger equation // Department of Applied Mathematics. – 2001. Vol.154. – P. 16–27.
4. Борисов А.Б., Киселев В.В. Двумерные и трехмерные топологические дефекты, солитоны и текстуры в магнетиках. – М.: ФИЗМАТЛИТ, – 2022. – 456 с.
5. M.J. Ablowitz (1971), Applications of slowly varying nonlinear dispersive wave theories, Stud. Appl. M ath., 50, pp. 329–344
6. Новикова О.В. Исследование комплекснозначного нелинейного уравнения в частных производных // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Вып. 4: Физико-математические науки. – 2012. – С. 160–166. Калининград: Изд-во БФУ им. И. Канта, 2012.
7. N. Ахмедиев, A. Анкевич, Диссипативные солитоны, Лекционные заметки по физике, Springer, Berlin. – 2005.
8. Смелов М.В. Приёмопередатчик электромагнитных солитонов // Физическая мысль России. – 1998. № 2. – С. 31.
9. Н.Н. Розанов Мир лазерных солитонов // электронный журнал – «Природа» №6, – 2007.
10. Глухов Н.Д. Настоящее и будущее солитонов // электронная библиотека «Литмир» – 2014.
11. Таттибеков К.С. Получение солитонов в магнитоупругих моделях методом Хироты.– Таразский государственный педагогический институт, Казахстан, – 2015.
12. Anderson R.L., Ibragimov N.H. Lie-Backlunds transformations in Applications // Society for Industrial and applied Mathematics. – 1979. Vol.135. – P. 37–52.
13. Liu H., Li J. Lie symmetry analysis and exact solutions for the short pulse equation // Nonlinear

Anal., Theory Methods Appl. – 2009.Vol.85. – P. 71–75.
14. Ibragimov N.H. A new conservation theorem // Math. Anal.Appl.-2007.Vol.333. – P.311-328.
15. J.B.Sudharsan, V.K. Chandraseker, K.Manikandan,D. Aravinthan,Dynamics of stable solitons in Complex Ginzburg-Landau equation with PT- symmetric Gaussian potential // Optik Optics. – 2022. Vol.268.
16. Ibragimov N.H. Lie Group Analysis classical heritage // ALGA Publications. – 2004.Vol.414. – P. 56–70.

REFERENCES

1. Gubanov V.N. Soliton theory Physical Review- Moskva: 2011. – Vol.65. – P. 26–35.
2. Hohler G., Fujimori A., Kuhn J., The discrete nonlinear Schrodinger equation // Springer Tracts in Modern Physics. – 2009. Vol.415. – P. 3–8.
3. Ablowitz M.J., Primari B., Trubatch A.D. Discrete and continuous Nonlinear Schrodinger equation // Department of Applied Mathematics. – 2001. Vol.154. – P. 16–27.
4. Borisov A.B., Kiselev V.V. Dvumernye i trekhmernye topologicheskie defekty, solitony i tekstury v magnetikah. [Two-dimensional and three-dimensional topological defects, solitons and textures in magnets] – M.: FIZMATLIT, – 2022. – P. 456. [in Russian]
5. M.J. Ablowitz (1971), Applications of slowly varying nonlinear dispersive wave theories, Stud. Appl. M ath., 50, pp. 329–344.
6. Novikova O.V. Issledovanie kompleksnoznachnogo nelinejnogo uravneniya v chastnyh proizvodnyh [Investigation of a complex-valued nonlinear partial differential equation] // Vestnik Baltijskogo federal'nogo universiteta im. I. Kanta. Vyp. 4: Fiziko-matematicheskie nauki. – 2012. – S. 160–166. Kaliningrad: Izd-vo BFU im. I. Kanta, – 2012. [in Russian]
7. N. Ahmediev, A. Ankevich, Dissipativnye solitony, Lekcionnye zametki po fizike. [Dissipative solitons, Lecture notes on physics] Springer, Berlin – 2005. [in Russian]
8. Smelov M.V. Priyomoperedatchik elektromagnitnyh solitonov [Electromagnetic soliton transceiver] // Fizicheskaya mysl' Rossii. – 1998. – № 2. S. 31. [in Russian]
9. N.N. Rozanov Mir lazernyh solitonov [The world of laser solitons] // electronic journal – «Priroda» №6, – 2007. [in Russian]
10. Gluhov N.D. Nastoyashchee i budushchee solitonov [The present and future of solitons] // electronic library «Litmir» – 2014. [in Russian]
11. Tattibekov K.S. Poluchenie solitonov v magnitouprugih modelyah metodom Hiroty . [Obtaining solitons in magnetoelastic models by the Hirota method] / Tarazskij gosudarstvennyj pedagogicheskij institut, Kazakhstan – 2015. [in Russian]
12. Anderson R.L., Ibragimov N.H. Lie-Backlunds transformations in Applications // Society for Industrial and applied Mathematics. – 1979. Vol.135. – P. 37–52.
13. Liu H., Li J. Lie symmetry analysis and exact solutions for the short pulse equation // Nonlinear Anal., Theory Methods Appl. – 2009. Vol.85. – P. 71–75.
14. Ibragimov N.H. A new conservation theorem // Math. Anal.Appl. – 2007. –Vol.333. – P. 311–328.
15. J.B.Sudharsan, V.K. Chandraseker, K.Manikandan, D. Aravinthan. Dynamics of stable solitons in Complex Ginzburg-Landau equation with PT-symmetric Gaussian potential // Optik Optics.– 2022. – Vol.268.
16. Ibragimov N.H. Lie Group Analysis classical heritage // ALGA Publications. – 2004. –Vol.414. – P. 56–70.