

**Ж.С. ЕРКИШЕВА<sup>1</sup>, Д. ЕРБОЛУЛЫ<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*PhD, Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің аға оқытушысы (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz*

<sup>2</sup>*Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің магистранты (Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: daulet.yerboluly@ayu.edu.kz*

## **ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ САЛУ ЕСЕПТЕРІН ОҚЫТУДЫҢ ҚОЛДАНБАЛЫ БАҒЫТЫН ЖЕТІЛДІРУ АРҚЫЛЫ ОҚУШЫЛАРДЫҢ ОЙЛАУ ІС-ӘРЕКЕТІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ**

**Аңдатпа.** Зерттеудің алғышарты орта мектептің геометрия курсы бойынша геометриялық салу тақырыбын оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыру мәселелері аса өзекті, себебі бұл бағытта оқушылардың ойлау іс-әрекеттерін қалыптастырудың нақты негізгі әдістемелері жоқ.

Бұл мақалада мектеп геометриясының кез-келген бөлімі бойынша теориялық білім алу оқушыға геометриялық фигуралар мен қатынастардың қасиеттерін сызба құралдарын пайдалана білу дағдыларын меңгертуге бағытталған ғылыми зерттеу нәтижелері қарастырылған. Осындай мақсатта оқушыларға геометрияның қолданбалы бағытын жетілдіру мақсатында математикалық тұжырымдарға тоқталып, геометрияның қолданбалы бағытын жүзеге асыру бағытындағы әдебиеттерге шолу жасалынған.

Тақырып аясында орта мектептің геометрия курсы бойынша салу есептеріне математика пәнінің мұғалімдері уақыт тапшылығына орай жете көңіл бөлінбегендігінен оқушылардың геометрияның қолданбалы бағыттағы есептерін шешуде дағдылары қалыптаспағандықтан, осы тақырыпты жетілдіру барысында талдаулар жүргізілді.

Зерттеулер нәтижесінде геометриялық салу есептері мектеп оқушыларының математикалық дайындығының маңызды элементі болып табылады. Геометриялық салу есептері арқылы оның қолданбалы тұстарын айқындалды. Оқушыларға геометрияны оқытуда қолданбалы бағытын жүзеге асырудың жолдары сипатталған. Сондай-ақ геометрия курсы оқытуда мектептің геометрия оқулықтарында қолданбалы бағыттағы есептер жинақталып, оларды шығару жолдары қарастырылып, оқушылардың шығармашылық қабілетін арттыру мақсатында сюжеттік геометриялық тапсырмалар дайындалды.

Сонымен қатар практикалық жағдайларда геометриялық құралдарды қолдануды көрсететін сюжеттік есептің ерекше түрі ретінде анықталған тәжірибеге бағытталған геометриялық салу есебін шешу кезеңдері мен математиканы оқытудың қолданбалы бағытын іске асыру принциптері зерттеледі. Болашақта салу есептерін оқытуда математика пәні мұғалімдеріне әдістемелік құрал ретінде қолданылуы мүмкін.

**Кілт сөздер:** геометриялық салу есептері, геометрияны оқыту әдістемесі, есептерді құрастыру әдістері, есептерді шығару кезеңдері.

**Zh.S. Yerkisheva<sup>1</sup>, D. Yerboluly<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*PhD, Senior Lecturer of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz*

<sup>2</sup>*Master's Student of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University (Kazakhstan, Turkistan), e-mail: daulet.yerboluly@ayu.edu.kz*

## **Formation of students' mental activity by improving the applied focus of learning a geometric problem for construction**

**Abstract.** Prerequisites for the study the problems of implementing the applied direction of teaching the topic of geometric construction in the geometry course of secondary school are most relevant, since there are no clear basic methods for the formation of students' thinking activities in this direction.

This article discusses the results of a scientific study aimed at obtaining theoretical knowledge in any section of school geometry, which aims to give the student the skills to use the means of drawing the properties of geometric shapes and relationships. For this purpose, students were given a review of the literature on the implementation of the applied direction of geometry, focusing on mathematical statements in order to improve the applied direction of geometry.

In the framework of the topic, the analysis was carried out in the course of improving this topic, due to the fact that mathematics teachers did not pay enough attention to the problems of construction in the geometry course of secondary school due to lack of time, students did not develop skills in solving problems of the applied direction of geometry.

As a result of research, geometric construction problems are an important element of the mathematical preparation of schoolchildren. Using the problems of geometric construction, its application points were determined. The ways of implementing the applied direction in teaching geometry to students are described. Also, when teaching the geometry course, problems of the applied direction were collected in the school's geometry textbooks, ways to solve them were considered, and plot geometric tasks were prepared in order to increase the creativity of students.

The stages of solving the practice-oriented geometric construction problem and the principles of implementing the applied direction of teaching mathematics, defined as a special type of plot problem, reflecting the use of geometric means in practical situations, are also studied. In the future, it can be used as a methodological tool for mathematics teachers in teaching construction problems.

**Key words:** geometric construction problems, methods of teaching geometry, methods for constructing problems, stages of problem solving.

**Ж.С. Еркишева<sup>1</sup>, Д. Ерболулы<sup>2</sup>**

*<sup>1</sup>PhD, старший преподаватель Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: zhazira.erkisheva@ayu.edu.kz*

*<sup>2</sup>магистрант Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави (Казахстан, г. Туркестан), e-mail: daulet.yerboluly@ayu.edu.kz*

### **Формирование мыслительной деятельности учащихся путем совершенствования прикладной направленности обучения геометрической задачи на построение**

**Аннотация.** Предпосылкой исследования является то, что наиболее актуальны вопросы реализации прикладной направленности обучения теме геометрического построения по курсу геометрии средней школы, так как в этом направлении отсутствуют конкретные основополагающие методики формирования мыслительной деятельности учащихся.

В данной статье рассматриваются результаты научного исследования, целью которого является получение теоретических знаний по какому-либо разделу школьной геометрии, направленное на овладение учеником навыками использования средств чертежа свойств геометрических фигур и отношений. С этой целью учащимся был сделан обзор литературы по реализации прикладной направленности геометрии с целью совершенствования прикладной направленности геометрии.

В рамках темы проведен анализ задач построения по курсу геометрии средней школы, так как учителя математики не уделяли должного внимания в силу дефицита времени, у

учащихся не сформировались навыки решения задач прикладной направленности геометрии.

В результате исследований задачи геометрического построения являются важнейшим элементом математической подготовки школьников. С помощью задач геометрического построения были определены его прикладные моменты. Описаны пути реализации прикладной направленности обучения школьников геометрии. Также при изучении курса геометрии в школьных учебниках геометрии были собраны задачи прикладной направленности, рассмотрены пути их решения, подготовлены сюжетные геометрические задания с целью повышения творческих способностей учащихся.

Также исследуются этапы решения опытно-ориентированной геометрической задачи построения, определяемые как особый вид сюжетной задачи, отражающий применение геометрических средств в практических ситуациях, и принципы реализации прикладной направленности обучения математике. В дальнейшем может быть использовано в качестве методического пособия для учителей математики при обучении задачам построения

**Ключевые слова:** геометрические задачи построения, методика обучения геометрии, методы построения задач, этапы решения задач.

### **Кіріспе**

Мектептің жаңартылған білім беру бағдарламалары негізінде және әлемдік білім беру кеңістігіне ену мақсатында заманауи білім берудің мақсаттары мен талаптарын орындау барысында кез-келген түлектің пәндік білімді меңгеріп қана қоймай, олардың нақты өмірдегі практикалық мәселелерді шешуде қолданбалы бағытын білуі, түсінуі қажет.

Осыған байланысты мектепте білім берудің негізгі міндеттерінің бірі математикалық білім берудің қолданбалы бағыттылығын күшейту болып табылады.

Математикалық білім беру және оны оқыту процесінде қолданбалы бағытын жүзеге асыру барысында көптеген зерттеуші ғалымдар В.А. Далингер [1], Р.А. Садвакасова [2], М.В. Егупова [3], Ю. Петерсон [4] және тағы басқалардың еңбектерінде зерттелінген. Дегенмен оқу-әдістемелік әдебиеттерді талдау және орта мектептің математика пәнінің мұғалімдерінің тәжірибелерін сараптай отырып, геометриялық салу есептерін шығаруда оның қолданбалы бағытын жетілдіру қажеттілігі туындайтындығы айқындалды.

Геометрия мектеп математика курсының мазмұндық жағынан, ойлау іс-әрекетін қалыптастыру бағытында болсын маңызды бөлімдерінің бірі болып табылады. Геометрия өзінің ерекшелігімен жалпы орта білім берудің академиялық пәні болып табылады. Сонымен қатар геометрия теориялық практикалық ережелерді негіздеудің қатаң логикасын көрнекіліктерімен байланыстыра отырып, оқу үдерісінің қолданбалы бағытын жүзеге асыру үшін өте көлемді әлеуетке ие.

Геометрия өзінің байлығымен ерекшеленген математиканың маңызды саласы болып табылады, сонымен қатар нақты өмірде қолдану барысында өнер, сәулет, инженерия, құрылыс т.б. ғылымның басқа салаларымен байланыстары бар екендіктерін шетелдік зерттеушілеріміз атап өтті.

D. Russell [5] геометрия бойынша оқушыларды тиісті білім мен дағдылардың болуы жоғары білім мен болашақ кәсіби бағытта дайындалуы үшін маңызды екендіктеріне тоқталды.

Өкінішке орай, көп оқушылар геометрия ұғымдарын меңгеруде қиындықтарға тап болады және де негізгі геометриялық ұғымдарды қолдана алмауын қамтитындығына ерекше тоқталған.

Сондықтан орта мектеп математиканы оқытудың оның ішінде геометрия курсы оқытудың қолданбалы бағытын жетілдіруді қамтамасыз ететін қандай дидактикалық құралдарды пайдалану керек деген сұрақ туындайды. Өз кезегінде геометрияның қолданбалы бағыттарын жүзеге асыруда М.В. Егупова [3], С.Н. Clemens [6] жұмыстарында

қарастырған. Геометрияны оқыту бойынша отандық ғалымдарымыз Е.Ы. Бидайбеков [7], Н.К. Мадияров [8], А.А. Тәджігітов [9], А.А. Кульжумиева [10] және т.б. зерттеу жұмыстарын жүргізген.

Е.Ы. Бидайбеков «Геометриялық салулар» атты кітабында Әл-Фарабидің «Геометриялық фигуралардың жұмбақтары жайлы рухани айлалы тәсілдер мен табиғи сырлар кітабы» атты кітабын араб тілінен аударма жасап, жас ұрпаққа Әл-Фараби өмір сүрген дәуірдегі геометрияның өмірлік қолданыстары жайлы мағлұмат берген [7].

А.А. Кульжумиеваның жұмысында жазықтықтағы геометриялық салу есептерін шығаруда оқушылардың ойлау қабілеттерінің жоқтығын атап өткен [10].

А.А. Тәджігітовтың зерттеуінде геометриялық салулар бойынша оқушыларды конструктивтік ойлау әрекеттерін қалыптастыру бағытында жұмыстар жасау керектігіне тоқталған [9].

Дәл осындай геометриялық салу есебінің қолданбалы бағытын жүзеге асыруда диалогтық тапсырмалардың ерекше орны бар екендігін Т.Т. Носк және басқалар өз зерттеулерінде көрсеткен [11].

А. Laaksonen [12] геометриялық бейнелеу ежелгі дәуірден бастап, адам оны өз аумақтарын жоспарлау үшін пайдаланған кезде әрқашан болған және бүгінгі күнде де жалғасын табуда. Кез келген нысанды немесе ғимаратты салу үшін геометрияны пайдалану әрлеу жұмыстары аяқталғанға дейін қажеттігіне тоқталған. Геометрияны оқыту оңай емес және жаңа ұрпақтар әр уақытта көбірек қиындықтарға тап болады. Жаңа цифрлық технологияларды геометрияны оқытуда қолдануда жастардың ойлау әрекеті барған сайын жоғалып бара жатқандығын ерекше атап өтіп, оларды геометрияның нақты өмірде қолданыстары бар екендіктерін көрсете отырып, пәнге қызығушылығын арттыру керектігіне тоқталған.

Ал Т. Кимон [13] психологиялық тұрғыдан баланың қалыптасуы бойынша геометриялық ұғымдарды танып білуі қажет деп санайды, оқушыға геометриялық ұғымдарды таныстырумен қатар кеңістікті ойлай алу қабілетін қалыптастырып, содан соң оны дамытуға әрекет ету керектігін атаған.

Математиканы оқытуда қолданбалы бағытын нығайту жұмыстары бойынша Д.Б. Тойбазаров [14] және М.В. Егупова [3] жұмыстарында қарастырылған.

Осы жоғарыда аталған пікірлерді қолдай келе, геометриялық салулардың қолданбалы тұстарының ауқымы кең екендігі және осындай типті есептерді шығаруда оқушылардың ойлау қабілеттерін дамыту керек деген ұйғарымға тоқталады.

### **Зерттеу әдістері**

Зерттеудің негізгі әдістеріне заңдар, білім туралы бағдарламалар, Қазақстан Республикасы жоғары білім беру жүйесіндегі математикалық білім беру оның ішінде геометрияны оқыту жайлы статистикалық мәліметтер, шетелдік және отандық педагогтардың, философтардың, психологтардың еңбектері, ҚР нормативті құжаттары, геометрияны оқытуға арналған дүниежүзілік және халықаралық ғылыми-практикалық конференциялар; зерттеудің педагогикалық тәжірибесі жайлы материалдар. 7-9 сыныптарға арналған қолданыстағы геометрия оқулықтарының мазмұнын, тапсырмалар жинақтары; бойынша мұғалімдер тәжірибесін зерделеу және талдау.

Зерттеудің эксперименттік базасы. Зерттеудің тәжірибелік-эксперименттік базасы ретінде Түркістан қалалық №23 Ж. Ташенов атындағы ІТ-лицейі, М. Әбенова атындағы жалпы орта мектебі алынды.

Зерттеудің мәселесін жүргізуде педагогикалық эксперименттер жасалынды.

Зерттеу проблемасы үш кезеңде жүргізілді:

- Бірінші кезеңде, математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесінен ғылыми, әдістемелік, психологиялық-педагогикалық әдебиеттерге талдау жасалынды,

математиканы оқыту үдерісінде геометриялық салу есептеріне қажетті құралдарды қолдану мүмкіндіктері мен ерекшеліктері анықталды;

- Математиканы оқыту үдерісінде геометрия пәнінде геометриялық салу тақырыбын оқытудың қазіргі жағдайына талдау жасалды;
- Зерттеудің мақсаты, міндеттері, болжамы айқындалып, зерттеудің көкейкестілігі негізделді. Сонымен қатар, оқушылармен жұмыс барысында, қажетті материалдар жинақталды, теориялық талдау жасалды.
- Екінші кезеңде, зерттеудің негізгі ұғымдары мен теориялық қағидалары нақтыланып, тексеру жүзеге асырылды. Математиканы оқытуда геометриялық есептердің түрлері мен олардың тәжірибеге бағытталған тапсырмалары жинақталып, оларды классификациялау тәсілдері жасалды. Геометриялық салу бойынша геометриялық құралдарды шынайы өмірдегі құрылыс саласына қажетті есептер топтамасы жасалынып, тәжірибелік-эксперименттік жұмыстар жүргізілді;
- Үшінші кезеңде, жалпы білім беретін мектептерде геометрия курсындағы геометриялық салу есептер тақырыбын оқыту тәжірибесінде зерттеу нәтижелері сынақтан өткізілді; педагогикалық эксперименттің қорытындылары шығарылды, зерттеу нәтижелерін өңдеу, жүйелеу және талдау жүзеге асырылды, қорытындылар жасалды, диссертациялық зерттеулердің нәтижесі дайындалды.

### **Талдау мен нәтижелер**

*Геометриялық салу есептерінің құрылымдық және мағыналық ерекшеліктері*

Қазіргі таңда мектепте заманауи білім берумен қатар оқушы тек пәнді меңгеріп қана қоймай, сонымен қатар оларды нақты өмірде практикалық есептерді шешу үшін пайдалана білу қажет.

Осыған байланысты мектептегі білім берудің негізгі міндеттерінің бірі – оқытудың қолданбалы және практикалық бағыттылығын нығайту болып табылады. Бұл бағыт жүзеге асырылуда оқу процесін ұйымдастырудың бөлігі ретінде практикаға бағытталған оқыту жүйесі, оқушылардың жаңа білімді меңгеру және тәжірибені қалыптастыру негізінде құрылған оларды өмірде туындайтын мәселелерді шешуде практикалық қолдану қажеттілігі туындайды.

Сондықтан білім берудің жаңа мақсаттарын ескере отырып, оқу үдеріс оқушы жан-жақты меңгеретіндей, білім берудің кеңейтілген әдістемелік жүйесінің элементтерін қоса отырып ұйымдастыру қажеттілікті талап етеді. Біз осы мақсатта геометриялық есептерді шешуде оның қолданбалы бағытын сюжеттік есептер арқылы оқушының ой-өрісін дамытуға бағытталған тапсырмаларды орындауда жүзеге асырылатын қағидаларды байланыстырдық.

Сонымен қатар оқушылардың геометриялық салу есептеріне деген ынтасын арттыруға бағытталған қағидаларды қарастырайық:

*Білімді математикаландыру қағидасы.* Бұл қағида оқушыларды нақты әлем мен математикалық әлем арасындағы шындыққа көз жеткізуді мақсат етеді.

*Математиканың практикалық қолданбалы мазмұнының сәйкестік қағидасы.* Бұл қағидада оқушылардың оқу қабілеттері мен практикалық есептер шығару дағдыларын қалыптастыру, күнделікті жағдаяттар арасында математиканы практикалық қолданудың мазмұны бойынша қызығушылықтарын арттыру.

*Математикалық қосымшалар мазмұнының сенімділік қағидасы.* Бұл қағида бойынша нақты объектілер және олардың байланыстары қолданылады, яғни оқушыларға қолданбалы тапсырмаларды түсіндіру арқылы шындыққа сәйкестігін зерделеу.

Сонымен қатар тәжірибеге бағытталған геометриялық есеп құрылыс-құралдарды пайдалануды көрсететін сюжеттік есептің ерекше түрі практикалық жағдайларда геометриялық салу есептері болып табылады.

Геометриялық салу есептерін шығарудың схемасы келесі кезеңдерден тұрады: талдау,

салу, дәлелдеу және зерттеуден тұрады (1-сурет).



**Сурет-1 – Геометриялық салу есептерін шығарудың кезеңдері**

Сондай-ақ геометриялық салу есептері оқушыларға төмендегі есеп шығаруда практикалық дағдыларын игеруге мүмкіндік береді:

- геометриялық салулар негізгі геометриялық фигуралар мен олардың элементтері туралы берік теориялық білімдерді игеруге көмектеседі;

- математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыру оқушылардың математикалық теорияны практикалық есептерді шешу үшін қолдану дағдыларын дамытуға бағытталған әртүрлі әрекеттерді қалыптастыруға ықпал етеді;

- геометриялық салу есептері шешудің ерекшелігіне байланысты студенттердің практикалық есептерді шешуде іздену дағдыларын қалыптастыруға және ғылыми-зерттеу іс-әрекетін жүзеге асыруына жағдай жасау;

- мәтіні құрылыс саласына қатысты сюжетті есептер шығару кезеңдері нақты объектілерді олардың геометриялық үлгілері түрінде көрсету қабілетін қалыптастырады, құрылыс кезеңі бойынша сызу құралдарын пайдалана білу, зерттеудің қажетті кезеңі оқушылардың зерттеушілік мүмкіндіктерін көрсетуге мүмкіндік береді;

- тәжірибеге бағытталған геометриялық салуға қатысты тапсырмалар оқушылардың практикалық есептерді шешудегі бастамасы мен тапқырлығын қалыптастыруға ықпал етеді.

Жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, геометриялық салу есептерін оқытудың тәжірибелік-бағдарланған мәселесін шешу кезеңдерінің мазмұнын олардың жүзеге асыру қағидаларымен сай келетіндігін айтуға болады.

Математиканы оқытуда геометрия курсы бойынша тәжірибеге бағытталған геометриялық салу есептерінің практикалық қолданыстарын тиімді қолдану тиімділігінің кезеңдері:

Қалыптастыру эксперименті орта мектеп оқушыларының қатысумен, бақылау және эксперименттік топтардың нәтижелерін салыстыру арқылы құрылды.

Эксперимент барысында төмендегідей міндеттер шешілді:

- оқушыларды математиканы оқытуда геометриялық салу есептерін шешуде оның қолданбалы бағытын шынайы өмірдегі құрылыс нысандарын салуда геометриялық құралдарды қолдану әдіс-тәсілдерінің тиімділігін тексеру, әдістемелік дайындықтың деңгейін анықтау;

- бақылау және эксперименттік топтардың дайындық деңгейін салыстырмалы талдау;

- оқушыларды геометриялық салу есептерін шешуде геометриялық құралдарды тиімді қолданудың тиімділігін тексеру.

Қазіргі таңда математикасыз шынайы өмір тіршіліктерін елестету мүмкін емес. Сондықтан математикалық аппараттың көмегімен әртүрлі құбылыстарды есептеуге болады. Соның ішінде қазіргі таңда оқушылардың білімге деген қызығушылығын арттыру мақсатында, математиканың құрылыс саласына да қажеттілігі бар екендігін жете түсіндіру және ондағы сызғыш, циркуль, қарындаш көмегімен есептер шығару дағдыларын дамытуға көмектеседі.

*Геометриялық салу есептерінің қолданбалы тұстарының дидактикалық мүмкіндіктерін есептер арқылы жүзеге асыру.*

Тәжірибелік-бағдарлы тапсырмаларда сипатталған жағдайлардың шынайылығына қатаң талап қоюдың қажеті жоқ, мектептегі математика курсына мұндай есептерді шешудің негізгі мақсаты – оқушыларды оны шешу үшін зерттелген математикалық әдістерді қолдана білу. Тәжірибеге бағытталған тапсырманың сюжеті мәселені немесе нақты объектінің кейбір қасиетін сипаттауы маңызды, оны зерттеу үшін математика қолданылады.

**1-Кесте – Геометриялық салу есептерін оқытуда тәжірибелік-бағдарланған геометриялық есептердің құрылымдық-мағыналық ерекшеліктері**

<b>Есептің берілуі</b>	<b>Құрылымдық-мағыналық ерекшеліктері</b>
Саяжайда күркеме орындықтан бассейнге дейін іргелес дөңгелек пішінді түзу жол салу керек болды	Нақты нысандар: күркеме орындық, бассейн, түзу сызық тірек. Геометриялық интерпретациялар: нүкте, шеңбер, түзу сызық. Геометриялық фигуралардың байланысы, арасындағы қатынасты сипаттайды нақты объектілер: жанама берілген нүкте арқылы өтетін шеңбер. Шешуі: сызғыш пен циркульдің көмегі
Қаламыздың көркеуіне қатысты картада үш жолға бөлінетіндей айналма жол салу керек.	Нақты нысандар: айналма жол, үш қиылысатын түзу жолдар Геометриялық түсініктер: шеңбер, түзу. Геометриялық фигуралардың байланысы, арасындағы қатынасты сипаттайды. нақты объектілер: шеңбер, өзара қиылысатын үш түзу . Шешуі: сызғыш пен циркульдің көмегі
Авто тасжолға екі ауылдың ортасына ең жақын болатындай, арақашықтығы бірдей болатын аялдама салу керек.	Нақты нысандар: екі ауыл, тас жол, түзу жолдар, аялдама. Геометриялық интерпретациялар: түзу, нүкте. Геометриялық фигуралардың байланысы, арасындағы қатынасты сипаттайды. Нақты нысандар: бір т.зудің бойында жатпайтын екі нүкте жалпы берілген нүктелерден дейінгі қашықтықтардың ұзындығы. Шешуі: сызғыш пен циркульдің көмегі

Демек, осындай құрылымдық мазмұны бар есептерді шығару арқылы геометриялық салу тақырыбын оқытуда оқушылардың танымдық қызығушылықтары қалыптастырылады.

Содан соң олардың негізгі түсініктері қалыптасқан соң тақырыпқа сай күрделі есептерді шешуге болады.

Салу есептерін шешу үшін берілген фигураға бірнеше қадам (операция жасау арқылы салу құралдарының көмегімен ізделінді фигураны салу керек.

*Салу постулаттары:*

1. Кез-келген екі нүкте арқылы бір түзу жүргізуге болады;
2. Центрі берілген нүктеде орналасқан, радиусы берілген кесіндіге тең шеңбер салуға болады;
3. Берілген екі параллель емес түзулердің қиылысу нүктесін салуға болады;
4. Берілген шеңбер мен берілген түзудің қиылысу нүктелерін салуға болады (егер олар қиылысатын болса);
5. Берілген екі шеңбердің қиылысу нүктелерін салуға болады (егер олар қиылысатын болса);
6. Жазықтықтың кез-келген нүктесін салуға болады.

Әдетте салу есебін шешкенде пайымдау белгілі бір схемамен жүргізіледі (салу есебін шешудің жалпы схемасы). Бұл схема мынадан тұрады. Есепті шешу процесін төрт бөлікке бөледі: анализ, салу, дәлелдеу, зерттеу. Бұл бөліктердің әрқайсысында шығарушының алдына белгілі бір мақсат қойылады, сол мақсатқа ол жетуге тиісті. Осы бөліктерді қарастырайық [4].

I.Талдау. Мұнда біз берілген  $F_1, F_2, \dots, F_k$  фигуралары мен ізделінді  $\Phi$  фигурасының арасындағы тәуелділіктерді табамыз. Табылған тәуелділіктер кейін салуды орындау үшін жеткілікті болуға тиісті. Сондықтан есептің анализін оның шығару тәсілін іздестіру деп айтуға болады. Бірақ анализдің табылған шешу әдісінің толық жалпылығын тағайындау сияқты екінші мақсаты бар. Дұрыс жүргізілген анализ бізге келесі сөйлемді тұжырымдауға мүмкіншілік береді: егер  $\Phi$  фигурасы есептің барлық шарттарын қанағаттандырса, онда ол мынадай немесе және мынадай тәсілмен салына алады.

Талдау жүргізу үшін біз есепті шығарылған деп қарастырамыз да, ізделінді  $\Phi$  фигурасы мен берілген  $F_1, F_2, \dots, F_k$  фигураларын жуықтап, есептің шартында көрсетілген қатыстарда орналасатындай етіп кескіндейтін сызба саламыз. Одан кейін геометрияның сәйкес сөйлемдерін пайдаланып,  $\Phi$  фигурасы мен  $F_1, F_2, \dots, F_k$  фигураларының арасындағы қажетті тәуелділіктерді тағайындаймыз [1-7].

II. Салу. Мұнда есепті шығару үшін қажет болатын салулар (қарапайымдарын да, негізділерін де) жүйелі түрде санап шығарылады. Салуларды осылай санап шығу құралдардың көмегімен сызбаның орындалуымен қатар жүріп отыруға тиісті.

III. Дәлелдеу. Бұл бөлімде салынған фигураның шынында да есепте қойылған барлық шарттарды қанағаттандыратынын дәлелдейміз.

IV. Зерттеу. Мұнда екі сұраққа жауап беру керек:

Берілгендерді әр қалай таңдап алғанда есептің шешімі бола бере ма? Берілгендерді таңдап алудағы әрбір мүмкін болатын жағдайында есептің қанша әр түрлі шешімдері болады?

1-Мысал.  $ABC$  үшбұрышы берілген.  $(BC)$  түзуіне, оның бүйір қабырғаларының арасындағы кесінді бүйір қабырғалардың табанынан есептегенде, берілген түзу қиып өткен кесінділерінің қосындысына конгруэнт болатындай, параллель түзуді салу керек.

**Ш е ш у і.**

I. Талдау. Есеп шешілген және ізделінде  $d$  түзуі табылады деп ұйғарайық (2-сурет). Онда:

1)  $d \parallel (BC)$  және

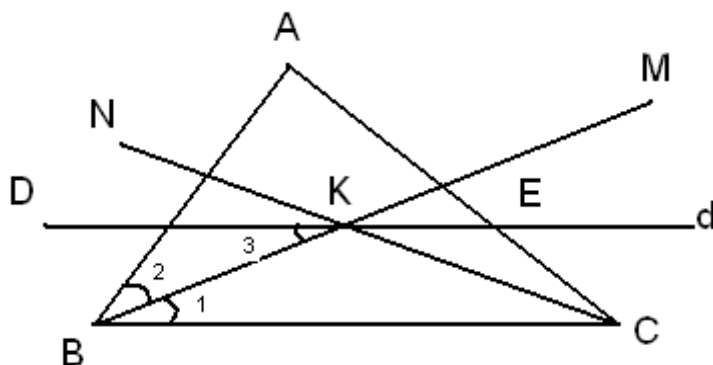
2)  $d \cap \Delta ABC = [DE] \cong [BD] + [CE]$

$[DK] \cong [BD] \Rightarrow [KE] \cong [CE]$  өлшеп салайық.

$(\Delta BDK$  тең бүйірлі)  $\Rightarrow \angle 2 \cong \angle 3$ . Бірақ  $\angle 3 \cong \angle 1$  (1 бойынша).



Демек,  $\angle 1 \cong \angle 2 \Rightarrow [BK)$  –  $ABC$  бұрышының биссектрисасы.



Сурет-2 – 1-мысалдағы есептің сызбасы.

Сол сияқты  $[CK)$  –  $ABC$  бұрышының биссектрисасы. Демек, ізделінді түзу  $ABC$  үшбұрышына іштей сызылған шеңбердің центрі -  $K$  нүктесі арқылы өтуі керек.

II. Салу.

- 1)  $[BM)$  –  $ABC$  бұрышының биссектрисасы;
- 2)  $[CN)$  –  $ACB$  бұрышының биссектрисасы;
- 3)  $K = [BM) \cap [CN)$ ;
- 4)  $d \parallel (BC) \mid K \in d$ .

$d$  түзуі ізделінді (яғни есептің барлық шарттарын қанағаттандыратын) түзу деп ұйғарамыз.

III. Дәлелдеу.

- 1)  $d \parallel (BC)$  (салу бойынша):

2)  $(\angle 1 \cong \angle 3, \angle 1 \cong \angle 2 \Rightarrow \angle 2 \cong \angle 3 \Rightarrow (\triangle ADK - \text{тең бүйірлі}) \Rightarrow [BD] \cong [DK]$ . Сол сияқты  $[CE] \cong [KE]$  екенін көреміз. Демек,  $[DE] \cong [BD] + [CE]$ .

IV. Зерттеу. 1–4 салуларды қарастырып, олардың әрқайсысының орындалатынын және бір ғана нәтиже беретінін тағайындаймыз. Демек, бұл есептің әр қашан шешімі бар әрі біреу ғана болады.

*Геометриялық салу есептерін оқытуда қолданбалы бағытын жетілдірудің тиімділігін эксперименттік тексеру*

Біз зерттеу жұмысымыздың тиімділігін тексеру үшін педагогикалық экспериментті Түркістан қалалық адами әлеуетті басқару мекемесіне қарасты Түркістан қалалық №23 Ж. Ташенов атындағы IT-лицейін зерттеудің педагогикалық-эксперименттік базасы ретінде алдық.

Зерттеуіміз бойынша педагогикалық эксперименттің айқындаушы кезеңіне 10 математика мұғалімі және 9 сыныптардан 50 оқушыны алдық. Біздің зерттеуімізде айқындау экспериментін жүргізудің мақсаты геометриялық салу есептерін оқытуда қолданбалы бағытын жетілдіруді қалай және қандай құралдармен жүзеге асырылатынын анықтау болды. Олар:

1. Мұғалімдерге сауалнама жүргізу арқылы олардың ұйымдастыру тәжірибесін зерттеу.
2. Математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыруға бағытталған геометрия сабақтарында оқушылардың іс-әрекеттерін анықтау.

Эксперименттің айқындаушы кезеңінде 7-9 сынып оқушыларына геометрияның қолданбалығын айқындау мақсатында сабақтарға талдаулар жүргізілді. Ал математиканы

оқытудың қолданбалы бағытын іске асыру бойынша мектептің математика мұғалімдерінің тәжірибесін зерделеу мақсатында әңгімелесу мен сауалнама жүргізілді.

Сауалнамаға аталған мектептерден 50 мұғалім қатысты.

Сауалнама нәтижесі төмендегідей болды.

**2-кесте – Геометриялық салу есебінің қолданбалы бағытын жетілдіру бойынша сауалнама нәтижесі.**

<b>Сауалнама сұрағы</b>	<b>Көрсеткіш нәтижесі</b>
Сіздің педагогикалық тәжірибеңіз: 5-10 жылдан аз 11-20 жыл арасы 20 жылдан жоғары	48% 31% 21%
Математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыруда қандай құралдарды пайдаланасыз? - геометрияны оқытуда пәнаралық байланысты орнату; - геометриялық практикалық тапсырмаларды орындау және зертханалық жұмыс жасау; - білім беру жобаларын жүзеге асыруда қолданбалы және практикалық мазмұнын жетілдіру; - компьютерлік бағдарламаларды қолдану; - нақты объектілерді модельдеу, Геометрияны оқытуда тәжірибеге бағытталған тапсырмаларды қолдану.	30% 15% 20% 8 % 2% 25%
Геометриялық салу есептер тақырыбын оқытуда тәжірибеге бағытталған тапсырмаларды қолданасыз ба ?	0 %

Мұғалімдермен әңгімелесу барысында математиканы оқытуда қолданбалы бағытын жетілдіру мақсатында қойылған сауалдар бойынша пәнаралық байланысты орната алатындықтарын, сонымен қатар қолданбалы бағыты бойынша геометриялық есептерді түсіндіре алатындығын атап өткен.

Сонымен қатар мұғалімдердің әңгімелесу барысында оқушылардың кеңістік ойлау қабілетін арттыру мақсатында тәжірибеге бағытталған геометриялық тапсырмаларды сабақта мүлдем пайдаланылмайтындығы айтылды. Сондай-ақ, осындай тапсырмаларды оқушыларға үйрететін әдістемелер мен оқу құралдарының жетіспейтіндігін тілге тиек етті.

Ендеше, эксперименттен алынған мәліметтер бойынша геометриялық салу есептерді оқытуда қолданбалы бағытын жетілдіру жағдайында оқушылар үшін өте қажет екендігін дәлелдейді.

Сонымен қатар оқушылардан геометриялық есептерді оның ішінде қолданбалы есептер бойынша 9 сынып оқушыларынан бақылау жұмысы алынды. Бақылау жұмысында төмендегідей есептер берілді:

1. Қарама қарсы бұрышы мен катеттері бойынша тікбұрышты үшбұрыш салу.
2. Табандары мен диагональдары бойынша тең қабырғалы трапеция сал.
3. Үйдің шатырының қаңқасын үшбұрыш тәріздес етіп салу керек, егер оның қабырғаларының ортаңғы нүктелері белгілі болса.

Біз осы есептер арқылы математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыру

бойынша оқушылардың практикалық дағдыларының қалыптасу деңгейін айқындадық. Практикалық дағдылардың қалыптасу деңгейін анықтау арнайы таңдалған геометриялық есептерді құрастыруға арналған тәжірибелік-бағытталған есептерді шешу кезінде жүзеге асырылды. Бұл есептер арқылы бірінші кезеңде оқушылардың іс-әрекеттері арқылы олардың ретін білетін-білемейтіні анықталды, екінші кезеңде әрекеттерді орындаудағы дербестік дәрежесі бағаланды. Бақылау тапсырмасын орындау кезінде оқушыларға құрылысқа арналған тәжірибеге бағытталған геометриялық есептерді шығару ұсынылды.

**3-кесте – Оқушылардың геометриялық салу есептерді шығару бойынша практикалық дағдылардың қалыптасу деңгейі сандық үлестірмесі**

Практикалық дағдылардың қалыптасу деңгейі	Оқушы саны	
	Абсолютті саны	%
Төмен	30	60%
Орта	18	36%
Жоғары	2	4%

Осы көрсеткіштен жалпы білім беретін мектепте математиканы оқытудың қолданбалы бағытын іске асырудың жеткіліксіз деңгейін көрсетеді. Осылайша, айқындау экспериментінің бірінші кезеңінде мұғалімдер математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асырудың маңыздылығын түсінетіні, бірақ қажетті әдіс-тәсілдерінің жоқтығынан геометриялық есептерді шығаруда қолданылмайтындығы анықталды. Тәжірибеге бағытталған есептерді шығару жолдарын үйретуде мұғалімдер практикалық есептерді шешудің әрбір кезеңін саналы түрде орындауға оқушылардың дағдысын қалыптастыруға тиісті көңіл бөлмейді. Дегенмен, зерттеу барысында математиканы оқытудың оның ішінде геометриялық салу есептерін оқытудың қолданбалы бағытын жетілдіру арқылы оқушылардың ойлау іс-әрекетін қалыптастыру әдістемесін проблемалық жағдайды зерделеу кезеңдеріне сай өмірлік жағдаяттарда кездесетін есептерді шешуде мақсатты түрде қолдану керек деп санаймыз. Сонымен қатар, оқушылардың ойлау іс-әрекетін арнайы ұйымдастырылған тәжірибеге бағытталған тапсырманы құрастыру математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асыруды қамтамасыз етеді.

Қорыта келе, жүргізілген талдау мен алынған нәтижелер зерттеудің міндеттері мен мақсатының орындалғанын, қарастырылған мәселелер зерттеу барысында жоспарланған нәтижелер ұсынылған әдістеменің мақсатты түрде қолдануын қамтамасыз етілетініне мүмкіндік береді.

#### *Талқылау*

Орта мектеп математиканы оқытудың оның ішінде геометрия курсы оқытудың қолданбалы бағытын жетілдіру жұмыстарын бірнеше ғалымдардың жұмыстарында қарастырған. Ал геометрия курсы оқытуда отандық ғалымдарымыз И.М. Смирнова [15] Е.А. Тұяқов [16] және т.б. зерттеу жұмыстарын жүргізсе, ал шетелдік ғалымдар соңғы кездері осы салу есептерін компьютерлік технологияның мүмкіндіктеріне сүйеніп, оқушылардың ойлау дағдыларын дамытуға өз үлестерін қосуда.

И.М. Смирнова геометрияны оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асырудың негізгі жолдары мектеп оқушыларын практикалық мазмұндағы есептерді шешуге үйрету, сабақта пәнаралық байланысты жүзеге асыру, практикалық дағдыларды қалыптастыру деп есептейді. Ол сабақта стандартты емес жұмыс түрлерін: зертханалық және практикалық жұмыстарды, оқу үдерісіне эксперименттік тапсырмаларды енгізуді, АКТ құралдарын белсенді түрде енгізуді мақсатқа сай деп санайды [15].

Е.А. Тұяқовтың жұмысында жазықтықтағы геометриялық салу есептерін шығаруда оқушылардың ойлау қабілеттерін кеңейту керектігіне тоқталса, А.А. Тәджігітов зерттеуінде

геометриялық салулар бойынша оқушыларды конструктивтік ойлау әрекеттерін қалыптастыру бағытында жұмыстарды жетілдіру керектігіне атап өткен [16].

Б.Р. Қасқатаева мен А. Досниязовалардың жұмыстарында «Салу есептері оқушылардың геометриялық қабілеттерін толығымен қалыптастырудың маңызды құралы болып табылады. Геометриялық салуларды орындау процесі кезінде оқушылар геометриялық фигуралар және олардың арасындағы қатынастар қасиеттерімен танысады, сызбалық құралдарды қолдануды үйренеді, графикалық дағдыларды қалыптастырады. Көптеген математикалық тұжырымдардың дұрыстығына оқушылар көптеген жағдайда геометриялық салулар процесінде көз жеткізеді» – деп тұжырымдаған [17].

Сонымен осы аталған зерттеушілердің жұмыстарын қолдай отырып, әр ғалымның өзіндік зерттеу ерекшеліктері бар екендігін назар алдық.

### **Қорытынды**

Қазіргі білім беру жүйесінде білім берудің қолданбалы бағытын жүзеге асырудың басты мақсаты – оқушылардың математиканы оқытудан алған теориялық білімдерін есептер шығару арқылы адамның практикалық іс-әрекетінің әртүрлі салаларындағы практикалық дағдыларын шынайы өмірлік тәжірибелерді қалыптастыруға мүмкіндік беретін іс-әрекеттерді дамыту.

Зерттеу барысында жүргізілген нормативтік құжаттарды талдау, әдебиеттер, әдістемелік зерттеулер, нақтылауға және әдістерін бөліп көрсетуге мүмкіндік берді. Сонымен қатар психологиялық-педагогикалық әдебиеттер, әдістемелік зерттеулер математиканы оқытудың қолданбалы бағыттылығы түсінігін нақтылауға, математиканы оқытудың қолданбалы бағытын жүзеге асырудың принциптерін, кезеңдері мен құралдарын бөліп көрсетуге мүмкіндік берді. Сонымен қатар геометриялық салу есептері шығару арқылы оқушылардың ойлау қабілетімен, ізденістік зерттеушілік қабілеттерінің артуына, кеңістікті елестете алуларына ықпал етті.

Зерттеулер барысында геометриялық салу есептері білім алушылардың математикалық ойлау қабілетінің маңызды бөлігі болып табылады. Геометриялық салу есептері арқылы қолданбалы бағытын айқындайды. Оқушыларға геометрияны оқытудың қолданбалы бағытын жетілдіру жолдары сипатталған. Сонымен қатар геометрия курсы оқытуда мектептің геометрия оқулықтарындағы қолданбалы бағыттағы есептер жинақталып, оларды шығару жолдары қарастырылған, оқушылардың шығармашылық қабілеттерін ашатын арнайы тапсырмалар дайындалды.

Қорытындылай келе практикалық жағдайларда геометриялық құралдарды қолдануды көрсететін қолданбалы есептің ерекше түрі ретінде анықталған тәжірибеге бағытталған геометриялық салу есебін шешу кезеңдері мен математиканы оқытудың қолданбалы бағытын іске асыру принциптері зерттелді. Болашақта салу есептерін оқытуда математика пәні педагогтарына әдістемелік құрал ретінде қолданылуы мүмкін.

### **ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ**

1. Далингер В.А. Обучение учащихся моделированию как универсальному учебному действию при изучении математики // «CETERIS PARIBUS». – 2016. – №3. – С. 63–66.
2. Садвакасова Р.А. Прикладная направленность обучения математике в средней школе: компетентностный подход [Текст]: монография / Р.А. Садвакасова, Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. Экономический фак., Каф. экономики природопользования. – Москва: МАКС Пресс, 2015. – 257 с.
3. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. 2022. № 4. С. 85–95. DOI: 10.31862/1819-463X-2022-4-85-95.

4. Петерсен Ю. Методы и теории для решения геометрических задач на построение, приложенные более чем к 400 задачам. – 2-е изд. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 128 с.
5. D. Russell What is geometry? Retrieved from <https://www.thoughtco.com/what-is-geometry-2312332.2018>
6. Clemens C.H., Clemens M.A. Construction. In: Geometry for the Classroom: Springer. – New York: NY, 1991. – 67 p.
7. Бидайбеков Е.Ы. Геометриялық салу есептері // Оқу құралы. Абай атындағы ҚазҰПУ, 2017 ж.
8. Мадияров Н.К., Рахымбек Д. Геометриялық салу есептері, оқу құралы, – Алматы: Эверо, 2017. – 288 б.
9. Таджигитов А.А., Мақұм К.Н. Салу үшін тәжірибеге бағытталған геометриялық есептердің құрылымы мен мазмұны: монография. – Вестник СКГУ имени М. Козыбаева. № 4 (45). 2019. – 36 б.
10. Кульжумиева А.Т. Задачи на построение как средство формирования приемов мыслительной деятельности // Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің Хабаршысы № 2 (86), 2021
11. Hock T.T., Tarmizi, R.A., Yunus, AS., & Ayub, A.F. Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. – Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2015.
12. Laaksonen A. (2020) Geometry. In: Guide to Competitive Programming. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-39357-1\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39357-1_13)
13. Кимон Т. Развитие мышления. Пространственное мышление. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018. – 151 с.
14. Тойбазаров Д.Б. Болашақ математика мұғалімдерін кәсіби даярлауда қолданбалы есептерді пайдаланудың ғылыми-әдістемелік негіздері. Философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация / Талдықорған 2020 ж.
15. Смирнова И.М. Геометрические задачи с практическим содержанием / И.М. Смирнова. – 2-е изд., доп. – М.: МЦНМО, 2015.
16. Тұяқов Е.А. Геометриялық есептерді шығаруға үйрету процесінде оқушылардың кеңістіктік ойлауын дамыту // Педагогика және психология. – №1. – Алматы: Абай атындағы ҚазҰПУ, 2017. – Б. 230–234
17. А. Досниязова, Б.Р. Қасқатаева. Салу есептері және олардың негізгі мектептің геометрия курсына алатын орны // «Қазіргі заманғы математика: проблемалары және қолданыстары» III халықаралық Тайманов оқулары: 2022 жылғы 25 қараша. – Қызылорда: Қорқыт Ата атындағы ҚУ Редакциялық-баспа бөлімі, 2022. – 344–350 бет.

## REFERENCES

1. Dalinger V.A. Obucheniye uchashchikhsya modelirovaniyu kak universalnomu uchebному deystviyu pri izuchenii matematiki [Teaching students modeling as a universal educational action in the study of mathematics] // «CETERIS PARIBUS». – 2016. – №3. – S. 63–66. [in Russian]
2. Sadvakasova R.A. Prikladnaya napravlennost obucheniya matematike v sredney shkole: kompetentnostnyu podkhod [Applied orientation of teaching mathematics in secondary school: a competence-based approach]: monografiya / R.A. Sadvakasova, Moskovskiy gos. un-t im. M. V. Lomonosova. Ekonomicheskij fak., Kaf. ekonomiki prirodopolzovaniya. – Moskva: MAKS Press, 2015. – 257 s. [in Russian]
3. Yegupova M.V. Praktiko-oriyentirovannoye obucheniye matematike v shkole:problemy i perspektivy nauchnykh issledovaniy [Practice-oriented teaching of mathematics at school:

- problems and prospects of scientific research] // Nauka i shkola. 2022. № 4. S. 85–95. DOI: 10.31862/1819-463X-2022-4-85-95.
4. Petersen YU. Methods and theories for solving geometric construction problems applied to more than 400 problems [Methods and theories for solving geometric construction problems applied to more than 400 problems]. – 2-ye izd. – M.:LENAND, 2016. – 128 s. [in Russian]
  5. D. Russell What is geometry? Retrieved from <https://www.thoughtco.com/what-is-geometry-2312332.2018>
  6. Clemens C.H., Clemens M.A. Construction. In: Geometry for the Classroom: Springer. – New York: NY, 1991. – 67 p.
  7. Bidaibekov E.Y. Geometriyalyk salu esepteri [Geometric construction problems] // Oku kuraly. Abai atyndagy KazUPU, – 2017. [in Kazakh]
  8. Madiarov N.K., Rahymbek D. Geometriyalyk salu esepteri [Geometric construction problems] // Oku kuraly, – Almaty: Evero, 2017. – 288 b. [in Kazakh]
  9. Tajigitov A.A., Maqum K.N. Salu ushin tajribege bagyttalghan geometriyalyk esepterdin kurylymy men mazmuny [The structure and content of practice-oriented geometric problems for construction]: monografiya. – Vestnik SKGU imeni M. Kozybaeva. № 4 (45). 2019. – 36 b. [in Kazakh]
  10. Kuljumieva A.T. Zadachi na postroenie kak sredstvo formirovaniya priemov myslitelnoi deiatelnosti [Building tasks as a means of forming techniques of mental activity] // Qazaq ulttyk qyzdar pedagogikalyk universitetinin Habarshysy № 2 (86), 2021. [in Russian]
  11. Hock T.T., Tarmizi, R.A., Yunus, A.S., & Ayub, A.F. Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. – Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2015.
  12. Laaksonen A. (2020) Geometry. In: Guide to Competitive Programming. Undergraduate Topics in Computer Science. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-39357-1\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39357-1_13)
  13. Kumon T. Razvitie myshleniya. Prostranstvennoe myshlenie [Development of thinking. Spatial thinking]. – M.: Mann, Ivanov i Ferber, 2018. [in Russian]
  14. Toibazarov D.B. Bolashak matematika mugalimderin kasibi daiarlauda koldanbaly esepterdi paidalanudyn gylymi-adistemelik negizderi [Scientific and methodological foundations of the use of Applied Problems in the professional training of future mathematics teachers]. Filosofia doktory (PhD) gylymi darejesin alu ushin daiyndalghan dissertasiya / Tal dyqorgan 2020. [in Kazakh]
  15. Smirnova I.M. Geometricheskie zadachi s prakticheskim sodержaniem [Geometric problems with practical content] / I.M. Smirnova. – 2-e izd., dop. – M.: MSNMO, 2015. [in Russian]
  16. Tuiakov E.A. Geometriyalyk esepterdi shygaruga uiretu prosesinde okushylardyn kenistiklik oilauyn damytu [Development of spatial thinking of students in the process of teaching them to solve geometric problems] // Pedagogika jane psihologia. – №1. – Almaty: Abai atyndagy KazUPU, 2017. – B. 230–234. [in Kazakh]
  17. A. Dosniazova, B.R. Kasqataeva. Salu esepteri jane olardyn negizgi mekteptin geometria kursynda alatyn orny [Construction problems and their place in the geometry course of the main school] // «Kazirgi zamangy matematika: problemalary jane koldanystary» III halyqaralyk Taimanov okulary: 2022 jylgy 25 karasha. – Kyzylorda: Korqyt Ata atyndagy KU Redaksiyalyk-baspa bolımı, 2022. – 344–350 b. [in Kazakh].