

Ж.Д. АЛИБЕКОВА¹, Г.П. МЕЙРБЕКОВА², Г.Д. ҚОШАНОВА³

¹М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінің PhD докторанты
(Қазақстан, Шымкент қ.), e-mail: zhasko_@mail.ru

²PhD, Қожа Ахмет Ясауи атындағы халықаралық қазақ-түрік университетінің доценті м.а.
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: gultira.meirbekova@ayu.edu.kz

³педагогика ғылымдарының кандидаты,

Қожа Ахмет Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университетінің доценті м.а.
(Қазақстан, Түркістан қ.), e-mail: gulnazira.koshanova@ayu.edu.kz

МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ ӘДІСІН ҚОЛДАНУ АРҚЫЛЫ ОҚУШЫЛАРДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ОЙЛАУ ҚАБІЛЕТІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ

Аңдатпа. Бұл мақалада мектеп математика курсына практикалық мазмұнды есептерді математикалық модельдеу әдісін қолдану арқылы математика мен басқа пәндердің арасындағы байланыстарын көрсете отырып, оқушылардың математикалық ойлау қабілетін қалыптастыру мәселесі қарастырылды және сипаттама берілді.

Математикалық білім берудің жетекші мақсаты оқушылардың зияткерлік тұрғыда дамуы, адамға қоғамда толыққанды өмір сүруі үшін қажетті ойлау қабілеттерін қалыптастыру болып табылады. Сондықтан математика сабақтарында оқушылардың шығармашылық және сыни ойлауын дамытатын педагогикалық әдістемелер мен технологияларды пайдаланған дұрыс.

Модельдеу – оқушыларды есептер шығаруға үйретудің жетекші әдістерінің бірі және қоршаған ортаны танудың маңызды құралы болып табылады. Модельдеу оқушыны есеп шығаруда өз бетінше жұмыс істеуіне мүмкіндік беретін, белсенді болуын қамтамасыз ететін тәсілдермен қаруландырады. Кең мағынада модель объектінің ең маңызды қасиеттерінің көрінісі ретінде анықталады. Алгебра және анализ бастамаларының модельдерімен танысқан кезде оқушыларға математиканың оның қосымшаларымен байланысы математикалық модельдердің көмегімен жүзеге асырылатыны көрсетіледі.

Математикалық модельдеу барысында математикалық ойлаудың барлық компоненттері, әсіресе математикалық объектілер немесе олардың қасиеттерінің арасындағы жалпы және дербес қатынастардың динамикасын сезінумен сипатталатын, функция идеясын қарастыруға байланысты айқын көрінетін функционалдық ойлау сияқты компоненті дамитыны көрсетіледі.

Кілт сөздер: математикалық модельдеу, математикалық ойлау, математикалық ұғым, қолданбалы есеп, практикалық мазмұнды есеп.

***Бізге дұрыс сілтеме жасаңыз:**

Алибекова Ж.Д., Мейрбекова Г.П., Қошанова Г.Д. Математикалық модельдеу әдісін қолдану арқылы оқушылардың математикалық ойлау қабілетін қалыптастыру // *Ясауи университетінің хабаршысы*. – 2022. – №4 (126). – Б. 212–224. <https://doi.org/10.47526/2022-4/2664-0686.18>

***Cite us correctly:**

Alibekova J.D., Meirbekova G.P., Qoshanova G.D. Matematikalıyq modeldeu adisin qoldanu arqyly oqushylardyn matematikalıyq oilau qabiletin qalyptastyru [Formation of Mathematical Thinking in Students Using the Method of Mathematical Modeling] // *Iasauı universitetinin habarshysy*. – 2022. – №4 (126). – B. 212–224. <https://doi.org/10.47526/2022-4/2664-0686.18>

Zh.D. Alibekova¹, G.P. Meirbekova², G.D. Qoshanova³

¹PhD Doctoral Student of M. Auezov South-Kazakhstan University
(Kazakhstan, Shymkent), e-mail: zhasko_@mail.ru

²PhD, Acting Associate Professor of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University
(Kazakhstan, Turkistan), e-mail: gulmira.meirbekova@ayu.edu.kz

³Candidate of Pedagogical Sciences,
Acting Associate Professor of Khoja Akhmet Yassawi International Kazakh-Turkish University
(Kazakhstan, Turkistan), e-mail: gulnazira.koshanova@ayu.edu.kz

Formation of Mathematical Thinking in Students Using the Method of Mathematical Modeling

Abstract. This article indicates and describes the formation of students' skills in mathematical thinking, shows the connection of mathematics with other disciplines by solving problems with the practical content of the school mathematics course using the method of mathematical modeling.

The main goal of mathematics education is the intellectual development of students, the formation of thinking skills necessary for a person to live a full life in society. Therefore, in mathematics lessons, it is better to use pedagogical methods and technologies that develop students' creative and critical thinking.

Modeling is an important tool for teaching students how to solve problems and understand the world around them. Simulation teaches the child in ways that allow him to independently work on solving problems. In a broad sense, a model is defined as a reflection of the most important properties of an object. When getting acquainted with the models of algebra and beginnings of analysis, students are shown that the connection between mathematics and its applications is carried out with the help of mathematical models.

Mathematical modeling shows that all components of mathematical thinking develop, for example, functional thinking, which is characterized by the sensation of the development of general and individual relations between mathematical objects or their properties, clearly visible in connection with the idea of a function.

Keywords: mathematical modeling, mathematical thinking, mathematical concept, applied problem, problem with practical content.

Ж.Д. Алибекова¹, Г.П. Мейрбекова², Г.Д. Кошанова³

¹PhD докторант Южно-Казахстанского университета имени М. Ауезова
(Казахстан, г. Шымкент), e-mail: zhasko_@mail.ru

²PhD, и.о. доцента Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави
(Казахстан, г. Туркестан), e-mail: gulmira.meirbekova@ayu.edu.kz

³кандидат педагогических наук, и.о. доцента
Международного казахско-турецкого университета имени Ходжи Ахмеда Ясави
(Казахстан, г. Туркестан), e-mail: gulnazira.koshanova@ayu.edu.kz

Формирование математического мышления у обучающихся с применением метода математического моделирования

Аннотация. В данной статье указывается и описывается формирование у учащихся навыков математического мышления, показывается связь математики с другими дисциплинами путем решения задач с практическим содержанием школьного курса математики с использованием метода математического моделирования.

Основная цель математического образования – интеллектуальное развитие учащихся, формирование навыков мышления, необходимых человеку для полноценной жизни в

обществе. Поэтому на уроках математики лучше использовать педагогические методы и технологии, развивающие у учащихся творческое и критическое мышление.

Моделирование – важный инструмент для обучения учащихся решению проблем и познанию окружающего мира. Моделирование обучает учащегося способам, позволяющим ему самостоятельно работать над решением задач. В широком смысле модель определяется как отражение наиболее важных свойств объекта. При знакомстве с моделями алгебры и начал анализа учащимся показывается, что связь математики с ее приложениями осуществляется с помощью математических моделей.

Математическое моделирование показывает, что развиваются все компоненты математического мышления, например, функциональное мышление, которое характеризуется ощущением развитие общих и индивидуальных отношений между математическими объектами или их свойствами, отчетливо видимыми в связи с идеей функции.

Ключевые слова: математическое моделирование, математическое мышление, математическое понятие, прикладная задача, задача с практическим содержанием.

Кіріспе

Еліміздің егемендік алуына байланысты жалпы білім беру жүйесі айтарлықтай дәрежеде қайта қаралып, оны жетілдіру жолдары іздестірілуде. Болашақ қоғам мүшелерінің өмір сүріп нәтижелі қызмет етуінде математикалық білімдердің жасайтын ықпалы мол. Математика ғылым ретінде қолданбалы есептен пайда болған десек те болады және қолданбалы есеп арқылы дамиды. Мектеп математикасын қолданбалы есепсіз құру мүмкін емес [1].

Зерттеу жұмысының мақсаты: оқушылардың математикалық ойлау қабілетін практикалық мазмұнды есептерді математикалық модельдеу әдісін қолдану арқылы қалыптастыру және әрі қарай дамыту.

Мектеп математика курсының қолданбалы бағыты математикалық білім беру мақсаттарына жету үшін жеткіліксіз екені айқын, себебі алгебра курсына математика курсының ішкі қажеттіліктеріне қызмет көрсететін математикалық аппарат қалыптасады да, мектептегі басқа пәндердің қажеттіліктері жеткілікті қарастырылмайды, ал геометрия курсы негізінен дедуктивті тұжырымдарға басым назар аударады. Математиканы дамыта отырып оқытуға бағытталған эксперименталды бағдарламалар жасалуда, оны жүзеге асыру нәтижесінде оқушылардың санасында адамның қажеттіліктерін бейнелейтін және оның қоршаған әлемде өмір сүруіне тиімді жағдайды қамтамасыз ететін, қоршаған әлемнің заңдылықтарын бейнелейтін математикалық ұғымдар кешені қалыптасады. Мұнда интеллектуалды көлемді мазмұн мен оқушылардың ойлау әрекетінің сәйкес тәсілдері ғана емес, сонымен қатар математика пәнін оқушыларға қызықты әрі пайдалы пәнге айналдыратын практикалық бағдарлануы маңызды болып табылады.

Осындай ұмтылыстар оқушыларға қоршаған әлемнің математикалық модельдерін құруға, зерттеуге және пайдалануға оқытумен байланысты. Қарастырылған әдебиеттерде [2] модельдеу әдісіне талдау жасалып, оны жеке ғылымдарда – жаратылыстану ғылымдарында техника, биология, лингвистика, экология, медицина, экономика, т.с.с. басқа ғылымдарда қолданылу мүмкіндіктері зерттеледі.

Логикалық тұрғыда модельдеу әдісі бір объектіні білуден екінші объектіні немесе объектілерді тануға өту болып табылады. Модель – бір жүйенің екінші жүйені – түпнұсқаны – танымдық үдерістерде алмастыра және бейнелей отырып, онымен ұқсастық қатынаста болатын қандай да бір нақты немесе ойша елестетілетін жүйе. Математикалық модель теңдеу немесе теңсіздік, теңдеулер жүйесі немесе теңсіздіктер жүйесі, кесте, сызба түрінде берілуі мүмкін [3].

Шындығында, мектеп математика курсының кез келген тақырыбы қандай да бір математикалық модельді құрумен аяқталады, сонымен қатар математикалық модель құрғанда индуктивтік және дедуктивтік әдістер пайдаланылады. Талқылаулар нәтижесінде қандай да бір формуланы, графикті, алгоритм, т.с.с. ала отырып біз модельдеумен бетпе-бет келеміз, объект неғұрлым маңызды болса, оның танымдық бейнелерін жан-жақты ашатын түсіндірмелері соғұрлым көбірек болғаны дұрыс.

Мектеп математика курсының қолданбалы бағытын жүзеге асыру математикалық модельдеу әдісімен тығыз байланысты. Мұны А.К. Бекболганова, А.Б. Кокажаева, Б.В. Гнеденко, С.Л. Соболев, А.Н. Тихонов және басқалары атап көрсетеді. А.Б. Кокажаева бұл жөнінде: «Практикалық қолданбалы есепті шешкенде модель таңдау дәлдікті, есепті математика тіліне аудару тәжірибесін, интуицияны қажет етеді» [4] деп көрсетеді, ал Соболев С.Л. [5]: «Математика курсының практикаға бағытталуы ең алдымен оқушыларды қоршаған орта құбылыстарымен немесе жобаланатын әлем мен оның математикалық модельдерінің арасындағы қатынастармен таныстыру қажет. Оқушыларды өмірде кездесетін құбылыстардың математикалық модельдерін құруға үйрету керек» деп атап көрсетеді. Arseven[6]: «Математикалық модельдеу кез келген проблемалық жағдайды математикалық модельге айналдыру ретінде анықталады. Бұл тұжырымдама қазіргі уақытта математикалық құрылымдау, математикалық жұмыс және интерпретацияның барлық қадамдарын қамтитын үдерісті анықтау үшін кеңінен қолданыла бастады,» - деп атап көрсетеді. Боулер [7]: «...математикалық модельдеу теориясы жеке адамдарға бағытталған және білім – адамдар мен әлем арасындағы бірқатар өзара әрекеттесуі нәтижесінде пайда болады,» - деп болжайды.

Зерттеу әдістері

Зерттеу мәселесін теориялық тұрғыдан талдауды тәжірибелік тұрғыдан зерделеумен ұштастырып, дереккөздерді талдау, әңгімелесу, сауалнама жүргізу сияқты зерттеу әдістерін пайдаландық.

Әдетте, практикалық мазмұнды есептерді зерттеу қарастырылып отырған объектінің ең қарапайым математикалық моделін құру мен оған талдау жасаудан басталады. Алайда әрі қарай модельді нақтылап, оның объектіге сәйкес келуін толығырақ ету қажеттілігі туындайды. Ол түрлі себептерге байланысты болуы мүмкін: жоғары дәлдіктің талап етілуімен, объекті туралы математикалық модельде бейнеленуі тиіс жаңа ақпараттың пайда болуымен, параметрлердің диапазонының бастапқы модельдің қолданылу шектерінен шығатындай болып кеңеюі, т.с.с.

Математикалық модельдеу – болашақ жоғары білікті мамандарды даярлау үдерісін жетілдіруді қамтамасыз ететін оқыту әдістері мен құралдарының (және тек мектепте ғана емес) ішіндегі бастысы, сонымен қатар оқушылардың оқу-танымдық әрекеттерін белсендіретін және оқытуда ақпараттық коммуникациялық технологияларды кеңінен қолдануға мүмкіндік беретін әдістердің негізгісі болып табылады [8].

Модельді әртүрлі әдістермен ұсынуға болады. Кең мағынада модель объектінің ең маңызды қасиеттерінің көрінісі ретінде анықталады. Алгебра курсының, геометрияның, алгебра және анализ бастамаларының статикалық және динамикалық модельдерімен танысқан кезде оқушыларға математиканың оның қосымшаларымен байланысы математикалық модельдердің көмегімен (геометриялық фигуралар, теңдеулер, функциялар және т.б.) жүзеге асырылатындығын көрсету керек. Бұл математикалық модельдеу процедурасы жан-жақты ойлауды қажет етеді. Математикалық модельдеу, оқушыларға бастауыш сыныптан бастап теңдеулер құруға арналған мәтіндік есептерді шешкен кезден таныс болғанмен, оқушыларға қиындық тудырады [4, 61-6]. Л.Г. Петерсон [9] модельдеудің келесі функцияларын қарастырады:

- 1) гносеологиялық – тікелей зерттеу қандай да бір себептермен мүмкін емес болатын ғылыми объектілерді оңайлатылған түрде зерттеу мүмкіндігінен тұрады;
- 2) иллюстрациялық – талдау мен жалпылау үшін сенсорлық қолдау жасау;
- 3) эвристикалық – жаңа білімдерді алу;
- 4) интегративті немесе синтездеуші – білімнің, оның синтезінің (жалпы адам танымына тән диалектикалық қарама-қарсы дифференциация үдерісімен қатар) тұтас бейнесін құру.

Математиканы оқыту әдістемесі бойынша жүргізілген зерттеулерде мектеп математика курсына «модель», «модельдеу» ұғымдарын қалыптастыруға қажетті негізгі ұғымдардың мазмұнын айқын қамту қажеттігі туралы мәселе көтерілді; мектеп математика курсына математикалық модельдеу элементтерін бейнелеу бірқатар маңызды педагогикалық міндеттерді шешуге ықпал ететіні атап өтіледі:

- а) қолданбалы бағытты жетілдіру;
- б) математикалық және жалпы мәдениеттің элементтерін қалыптастыру;
- в) пәнаралық байланыстарды меңгеру, т.с.с.

Осы және басқа да зерттеулерде модельдеуді оқыту және оны оқу танымының құралы ретінде пайдалануға байланысты бірқатар педагогикалық мәселе қойылып, шешілген. Атап айтатын болсақ:

- 1) оқушылардың «модель», «модельдеу», «математикалық модель» ұғымдарын игеру қажеттілігі мен түбегейлі мүмкіндігі дәлелденді;
- 2) математикалық модельдерді құру үдерісінің негізгі элементтері көрсетіліп, оның операциялық құрамына талдау жасалған;
- 3) мектеп оқушыларын математикалық модельдер құруға (жаңа математикалық ұғымдарды меңгеру және қолданбалы есептерді шығару) үйретудің ең орынды мазмұны анықталды;
- 4) бір ұғымның эквивалентті емес модельдерін пайдалану оны меңгеру тиімділігін арттыратыны анықталды;
- 5) модельдеудің көрнекі және эвристикалық қызметтері нақтыланды;
- 6) математикалық модельдеу туралы көзқарастарды мақсатты түрде пайдалану оқушыларда диалектикалық-материалдық көзқарастың қалыптасуы, шығармашылық қабілеттердің тәрбиеленуі мен оқытудың практикамен байланысы және пәнаралық байланыстардың күшеюі сияқты педагогикалық мәселелерді шешуге ықпал ететіні көрсетілді;
- 7) оқушылардың математикалық модельдерді құра білуге оқытудың нақты әдістемелік жолдары ізделуде.

Талдау мен нәтижелер

Математиканың ғылым ретінде дамуы екі бағыт бойынша жүріп келген: ішкі және сыртқы. Сыртқы жолы математикадан тыс жатқан есептерді шығару қажеттілігімен байланысты. Бұл тұрғыда математиканың дамуының көзі адамның практикалық әрекетінен туындаған есептер (заттарды санау, аудандар мен көлемдерді өлшеу, экономика, техниканың мәселелері, т.с.с.) болды. Екінші жолы – ішкі, табылған математикалық фактілерді жүйелеу, оларды теорияға енгізу, осы теорияның ішкі заңдылықтармен даму қажеттіліктерінен келіп шығады. Бұл кезінде математиканы адамзаттың ғылыми танымдары жүйесінен бөліп шығаруға алып келді. Осы аталған екі жолды қолданбалы және теориялық деп атайды.

Қолданбалы математиканы математикадан тыс пайда болатын есептерді ең тиімді әдіспен шешу туралы сала ретінде сипаттауға болады. Сәйкесінше қолданбалы есеп – бұл математикадан тыс қойылған және математикалық құралдармен шешілетін есеп. Көптеген зерттеулердің авторлары қолданбалы есепті шығарудың үш кезеңін көрсетеді:

- 1) формалдау, яғни берілген есепті табиғи тілден математикалық терминдер тіліне аудару. Бұл кезеңді есептің математикалық моделін құру деп атайды;
- 2) есепті модель аясында шығару;

3) алынған нәтижені талдау, яғни математикалық шешімді бастапқы есеп берілген тілге аудару.

Бірінші кезең оқушылар үшін ең қиын кезең болып табылады. Бұл қиындықтардың себебі есепті табиғи тілден математикалық тілге аудару үшін математикалық ойлаудың қалыптасуы мен дамуына байланысты болатын абстракциялай алудың жоғары деңгейі талап етіледі. Нақты объектіден, оның қасиеттерінен алшақтау және математикалық объектіге көшу қиын операция, сондықтан мәселені табиғи тілден математикалық тілге аудару мүмкіндігіне бірінші кезекте назар аудару керек.

Біз математикалық модельдеуді қолданбалы есептерді, практикалық мазмұнды есептерді шығарудың маңызды құралы ретінде қарастырамыз. Математика оқулықтары мен оқу құралдарында берілген есептер оқушылардың танымдық қызығушылықтарының дамуына толықтай ықпал жасамайды, себебі олар дайын математикалық модельдер болып табылады да, оқушыларды ойлануға, қойылған мәселенің оптимал шешімін іздеуге мәжбүрлемейді деген ұйғарым жасаймыз. Курстың қолданбалы бағытталуы өзінің ішкі аспектісінде де жеткіліксіз, соның салдарынан оқушылар қарастырылып отырған және оқушылар үшін айтарлықтай күрделі пән мен өздерінің жеке тәжірибесінде, қоғамның және кез келген нақты адам практикасында пайда болатын кез келген есептердің арасындағы байланысты көре алмайды. Бұл – математика туралы жалықтыратын және өмірден алшақ ғылым ретінде және оны мектепте оқу құтыла алмайтын мәселе ретінде қалыптасқан пікірді түсіндіре алады.

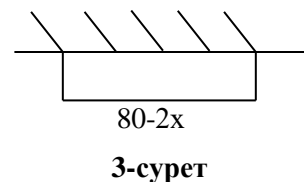
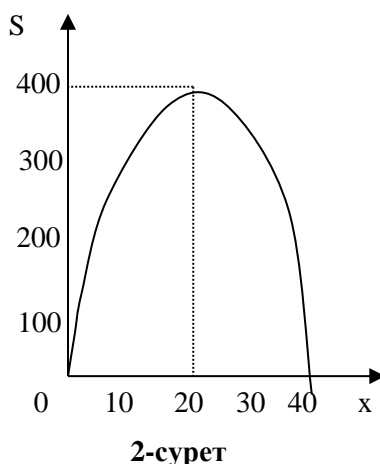
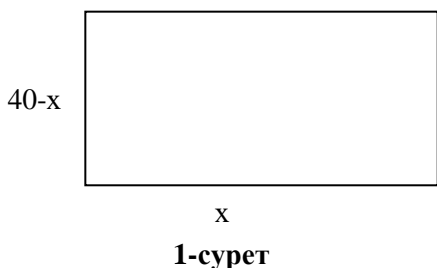
Қолданыстағы мектеп тәжірибесінде модельдеудің бірінші және үшінші кезеңдері толығымен ескерілмейді, онда мектеп математика курсының міндеті тек математикалық теорияларды оқып-үйрену мен негізгі мақсаты осы теорияларды бекіту болатын деп есептер шығару ғана қарастырылады. Екінші кезеңге – математикалық модельдерді зерттеуге негізсіз бейімділік бар. Біздің ойымызша, мектептің математика пәні бойынша оқу бағдарламасы онда математикалық модельдеу идеясы дәйекті түрде жүзеге асырылатындай етіп, математиканы оқытудың заманауи мақсаттарына модельдеудің барлық негізгі үш кезеңіне тиісінше көңіл бөлінуі керек деп есептейміз. Мұнда біз қазіргі кезде математика пәнінің оқушылардың логикалық және есептеу мәдениетін қалыптастырушы ғана емес, сонымен қатар оларды материалдық өндіруші еңбекке немесе рухани қоғамдық өмір саласындағы еңбекке байланысты болашақ мамандықтар әлеміне енгізудің де құралы екенін атап өтеміз.

Көптеген зерттеулерде мектеп оқулықтары мен оқу құралдарындағы қолданбалы есептерде оқушыларға модельді өздері құрып, зерттеп, соңында түсіндірулеріне тура келеді. Мұның бәрі оқушыдан көп күш пен уақытты талап етеді де, нәтижеде мұндай есептер шығарылмайды. Вернер мен Блум да осы пікірді қолдай отырып: « ... дүние жүзі бойынша мектеп тәжірибесінде модельдеу қазірдің өзінде біздің қалағанымыздай маңызды рөл атқармайды. Математикалық білім берудің мақсаттары мен күнделікті мектеп тәжірибесінің арасындағы мұндай алшақтық математикалық модельдеудің оқушылар үшін де, мұғалімдер үшін де қиындық тудыратындығында» [10] деп атап көрсетеді.

Атап өткеніміздей, оқушылар үшін бірінші кезең – математикалық модельді құру ең қиын кезең болып табылады. Математикалық модельді құру дағдыларын қалыптастыру алгебра, анализ бастамалары курстарын, бұл курстардың белгілі бір тақырыптарына ғана шоғырланбай, оқудың басынан соңына дейін жүзеге асырылып отыруы керек. Есептердің мазмұнында оқушылардың тәжірибесі, олардың табиғат құбылыстарына қызығушылықтары, бақылауға бейімделуі барынша пайдаланылуы тиіс. Мектепте динамикалық модельдерге, яғни тұрақты түрде нақтыланып отыратын, модельденетін құбылыстың параметрлерінің өзгеруіне байланысты жаңартылып отыратын модельдерге келтірілетін есептер жиі шығарылады. Оқушыларда құрылған модельді дамыту мен нақтылау туралы түсінікті қалай қалыптастыруға болатындығын көрсету үшін келесі мысалды қарастырайық.

Есеп 1. Қойманы орналастыру үшін ауданы барынша үлкен болатын, тік төртбұрышты формадағы учаскені ұзындығы 80 м тормен қоршау қажет. Учаскенің өлшемдерін табыңыз.

Шешуі.



I кезең (модель құру). Объектінің математикалық моделін құрамыз. x арқылы тіктөртбұрыш қабырғаларының бірін белгілеп, $(40-x)$ – тіктөртбұрыштың екінші қабырғасының ұзындығы екенін табамыз (1-сурет), сонда тіктөртбұрыштың $S(x)$ ауданы $S(x)=x(40-x)$, $x \in (0;40)$ формуласымен өрнектеледі. Есептің математикалық моделі құрылды.

II кезең (есептің модель аясында шығарылуы). Табылған $S(x)=x(40-x)$ тәуелділігінің тіктөртбұрышты (xOS) координаттар жүйесіндегі графигін салайық. График тармақтары төмен бағытталған парабола болады және параболаның M төбесінің координаттары $M(20;400)$ (2-сурет). $S(x)$ функциясының ең үлкен мәні 400 екені айқын. Бұл мәнге $x=20$ болғанда жетеміз.

III кезең (талдау). Нәтижені математикалық тілден есептің берілген тіліне аударамыз. Қойманың бір қабырғасы 20 метр болғандықтан, оның екінші қабырғасының ұзындығы $40-x=40-20=20$ (м) болады. Демек, қойманың ауданының максимал мәнін оның формасы шаршы болғанда аламыз.

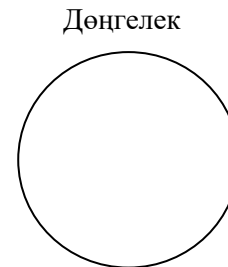
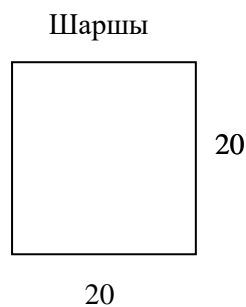
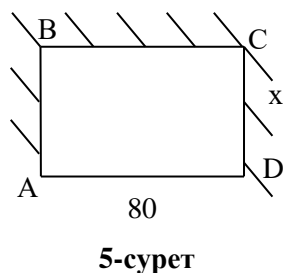
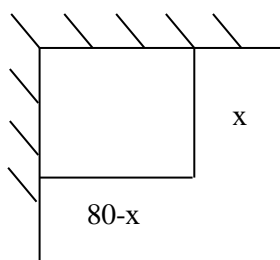
Ендігі мақсат математикалық модельдеу үдерісінің мүмкін динамикалық өзгеруіне назар аудару.

Ол үшін нақты жағдайға сәйкес келетін қосымша шарттарды енгіземіз, мысалы: «әдетте қойма бос жерде емес, қандай да бір құрылыстардың маңайына салынады. Қойманы қоршаудың қандай нұсқалары болуы мүмкін?» Осы жағдайларды қарастырамыз:

1) қойма бір қабырғаға іргелес орналасады (3-сурет).

$S(x)=x(80-2x)=80x-2x^2=2x(40-x)$, мұндағы x – құрылысқа іргелес қабырғаның ұзындығы. $S(x)$ өзінің максимал мәніне $x=20$ болғанда жетеді, сонымен қатар екінші қабырғаның ұзындығы 40, ал қойманың максимал ауданы $20 \times 40 = 800$ (m^2) болады.

2) қойма бір мезгілде екі қабырғаға іргелес орналасады (4-сурет).



$S=400(m^2)$

6-сурет

Бұл жағдайда ауданды келесі түрде өрнектейміз: $S(x)=x(80-x)$. $S(x)$ функциясының максимал мәнін $x=40$ болғанда аламыз, сонда $S=1600(m^2)$.

3) қойманың үш қабырғасы басқа құрылыстың қабырғаларымен іргелес орналасқан (5-сурет).

Егер $AB>20$ болса, онда қойманың ауданының мәні алдыңғы қарастырылған жағдайлардың барлығындағы ауданның мәндерінен үлкен болады.

Торды толық пайдалану туралы гипотезаны жоққа шығарсақ, онда зауыт аумағында $AD < 80$, ал мәні $S = AD \times AB > 1600 (m^2)$ болатын орынды табуға болады. Мысалы, $AD=AB=60$ және $S=3600(m^2)$, бұл ең үлкен теориялық нәтижеден анағұрлым артық.

Дәл осылай торды толық пайдалану туралы шартты өзгеріссіз қалдырып, қойма формасы туралы гипотезаны өзгертіп отыруға болады.

Нұсқа 1: (6-сурет). Шеңбердің ұзындығы тордың ұзындығына тең, яғни $C=80$. Сонда радиус

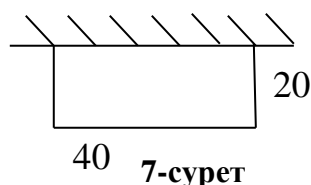
$$2\pi R = 80 \Rightarrow R = \frac{40}{\pi} .$$

Ал дөңгелектің ауданы:

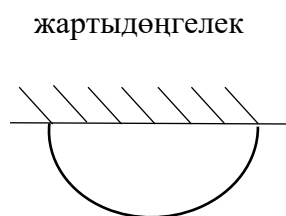
$$S_2 = \pi R^2 = \pi \left(\frac{40}{\pi} \right)^2 = \frac{1600}{\pi} > S_1 .$$

Егер қойма ұзындығы 80 метрлік тормен қоршалған дөңгелек формалы болса, онда бұл қойманың ауданы шаршы формалы қойманың ауданынан әлдеқайда үлкен болады.

Нұсқа 2. Қойма қабырғаға іргелес жатыр (7-сурет).



$$S_1 = 40 \times 20 = 800 (m^2)$$



Тордың ұзындығы 80 м болып қалғандықтан: $80 = \frac{1}{2} \times 2\pi R \Rightarrow R = \frac{80}{\pi}$. Сонда жарты

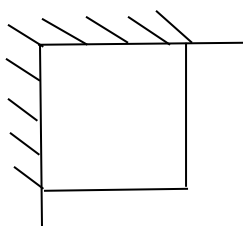
дөңгелектің ауданының мәні: $S_2 = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{80}{\pi} \right)^2 = \frac{1}{2} \pi \frac{6400}{\pi^2} = \frac{3200}{\pi} \geq S_1$. Сонымен, егер қойма бір

қабырғаға іргелес жатса, онда 80 метрлік тормен қойма формасы жартыдөңгелек болғанда тіктөртбұрышты формалы қоймаға қарағанда үлкен ауданды қоршауға болады.

Нұсқа 3: Қойма екі қабырғаға іргелес жатыр (8-сурет).

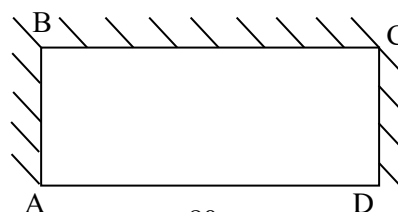
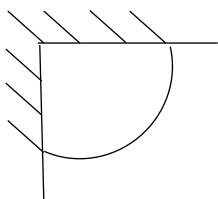
Қойманың формасы ширек дөңгелек. Сонда: $80 = \frac{1}{4} 2\pi R \Rightarrow R = \frac{160}{\pi}$. Яғни қойманың S_2

ауданы: $S_2 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{160}{\pi} \right)^2 = \frac{25600}{4\pi} = \frac{6400}{\pi} \geq S_1$



8-сурет

$$S_1=40 \times 40=1600 \text{ (м}^2\text{)}$$



9-сурет

$$S_1=80AB$$

Қойманың екі қабырғаға іргелес жатуынан оның формасы шаршы емес, ширек дөңгелек болса оның ауданы анағұрлым үлкен болатыны шығады.

Нұсқа 4: қойма үш қабырғаға іргелес жатыр (9-сурет). Қойманың формасы AD мен АВ-ның нақты өлшемдеріне тәуелді болады.

Әрине, осындай типті есептерді шығару кезінде оқушыларда талдау және синтез жасау, жалпылау және дербес жағдайларды мүшелеп қарастыру, салыстыру және нәтиже алу сияқты дағдылар мен біліктіліктер қалыптасады. Бұл ақыл-ойдың иілгіштігі, тереңдігі, тұрақтылығы, дербестігі сияқты қасиеттерінің дамуы мен жетілуіне алып келеді, ал бұл өз кезегінде: икемділік (стандартты емес), ерекшелік, рационалдылық, сыншылдық, дәлелділік сияқты математикалық ойлау қасиеттерінің қалыптасуына ықпал етеді.

Математикалық ойлаудың негізгі компоненттері – нақты, аналитикалық түрге бөлініп қарастырылатын абстрактілі, логикалық, кеңістіктік, интуициялық, функционалдық ойлау болып табылады. Математикалық ойлаудың осы компоненттердің және қасиеттерінің үйлесуі оқушының ерекше қабілеттерінде көрініс табады, және оның математикалық ойлауының айтарлықтай дамуы мен жоғары деңгейін көрсетеді. Бұл қабілеттерді біз оқушының математикалық ойлауының қалыптасуы мен жеткілікті дәрежеде жоғары деңгейінің критерийлері ретінде қарастырамыз:

- дұрыс және тез қабылдау қабілеті;
- тек математикалық қана емес, сонымен қатар кез келген басқа объектілерде тұрақтылық пен қарқындылықты сақтай отырып, зейінді тез шоғырландыру және ауыстыру мүмкіндігі;
- күшті шығармашылық елестету қабілеті (белгілі ұғамдардан, құбылыстар мен фактілерден жаңа комбинациялар құрастыра алу);
- жағдайды бірден, әртүрлі көзқарастан бағалау қабілеті, көзге көрініп тұрған және айқын нәрселерден артығын көру қабілеті;
- берілген мәселені шешуге кіріспестен бұрын онда жасырын тұрған негізгі байланыстардың болмысына ену қабілеті;
- жаңаны тану, пайда болуы мүмкін мәселелерді тануға деген тұрақты қажеттілік;
- бейнелік, дәлдік, сөйлеудің қысқалығы, нақты сұрақтарға ерекше жауап беру қабілеті;
- зерттелетін үдерістің заңдылықтарының негізгі мәнін немесе белгілі бір жағдайдың сипаттамалық қасиеттерін ұғынып, абстрактілі ойлау қабілеті;
- белгілі ережелерге сәйкес өз ойын символдық түрде тұжырымдау қабілеті, оларды схемалық және графикалық түрде өрнектей алу қабілеті;
- зерттелініп отырған объектінің әртүрлі қасиеттерінің ішінен ең маңыздыларын, тіпті олар жасырын түрде болса да таңдай алу қабілеті;
- жүргізіліп отырған зерттеудің соңғы және аралық нәтижелерін болжай білу қабілеті, мәселені шешуді жоспарлай білу қабілеті;
- шешіліп отырған мәселенің идеясының даму тұрғысынан пайдалы мәліметтерді айқындау қабілеті;

- зерттелетін объектіні жаңаша қолдану мақсатында есептердегі әртүрлі қызметтерін анықтай білу; берілген жағдайдың құрылымының элементтерін жаңаша қызмет ететіндей етіп қайта ұйымдастыру мүмкіндігі;

- ең тиімдісін таңдау үшін белгілі бір ықтимал әрекеттерді болжай отырып, ойлау экспериментін жүргізу қабілеті;

- объектіні оның әртүрлі тізбектес күйлерінде ойша жаңғырту қабілеті;

- әртүрлі жағдайда ерекше идеяларды ұсыну қабілеті; жаңа жағдайда бұрыннан белгілі идеяны қолдану қабілеті;

- мәселені шешудің әдеттегі әдістерінен егер пайдаланылмайтын болса уақтылы бас тарту және оны шешудің жаңа жолдарын ұйымдастыру қабілеті;

- кездейсоқ фактілерден, құбылыстардан, бейнелерден берілген мәселені шешу үшін дәлелді фактіні табу қабілеті.

Бұл критерийлер шығармашылық ойлау қабілеттері ретінде қарастырылады, алайда егер оларды математикалық сипаттағы әрекеттер ретінде қарастыратын болсақ, онда олардың математикалық ойлау критерийлері де болатынын байқаймыз.

Сонымен, қолданбалы есептерді шығарудың құралы бола отырып, математикалық модельдеу оқушылардың математикалық ойлауының дамуына ықпал жасайды деген қорытынды жасаймыз.

Математикалық модельдеу кезінде математикалық ойлаудың барлық компоненттері, әсіресе математикалық объектілер немесе олардың қасиеттерінің арасындағы жалпы және дербес қатынастардың динамикасын сезінумен сипатталатын, функция идеясын қарастыруға байланысты айқын көрінетін функционалдық ойлау сияқты компоненті дамиды.

Функционалдық ойлаудың дамуы айқын «функционалдық» мазмұны бар нақты жағдайлардың математикалық өрнектелуіне берілген есептер жүйесін пайдаланумен және оларды әрі қарай зерттеумен тығыз байланысты. Мұндай есепті шығару үш аспектіден тұрады:

1) қосымша детальдарды алып тастап, әртүрлі ықшамдаулар мен болжамдарды енгіземіз;

2) зерттелініп отырған құбылыстағы объектілерді сандармен және геометриялық бейнелермен байланыстырып, бұл объектілердің арасындағы тәуелділіктерден математикалық қатынастарға – формулалар, кестелер, графиктерге көшеміз;

3) алынған математикалық қатынастарды оларға қолданылатын амалдарды пайдалана отырып зерттейміз, ал зерттеу нәтижелерін зерттелініп отырған объектінің терминдері мен ұғымдары арқылы түсіндіреміз. Функционалдық ойлау диалектикалық ойлауға тән математикалық ұғымдар мен қатынастардың өзара байланысы мен өзара тәуелділіктерін, өзгергіштігін дұрыс сезіну болып табылады.

Көрнекі-тиімділіктен көрнекі-бейнелілікке және одан абстрактіліге қарай қалыптасып, дами отырып, оқушылардың математикалық ойлауы білім берудің бір сатысынан екінші сатысына ауысқанда жетілдіріледі, екшеліп, ұтымды, өзіндік, сыни, т.б. айналады. Оқушылардың математикалық ойлауын жоғары сыныптарда қолданбалы есептерді пайдалана отырып дамыту, яғни жоғары сыныптарда математикалық ойлауды математикалық модельдер мысалында дамуы төменгі сыныптарда салынған іргетас, базаға айтарлықтай сүйенуі тиіс екені түсінікті.

Осы буында математиканы оқып-үйренуде математикалық модельдеуді пайдалану тәжірибесі бізге жоғарыда айтылғандарғандарды растайды. Оқытудың бұл кезеңінде оқушылардың математикалық ойлауын дамытуда математикалық модельдеудің келесі құралдары елеулі көмек көрсетеді:

1) шамалардың арасындағы тәуелділіктерді модельдейтін аналитикалық өрнектерді құрастыру;

2) эмпирикалық графиктерді салу;
3) бірқалыпты үдерістерді модельдеу;
4) математикалық модельді құбылыс немесе үдерісті тікелей бақылау нәтижесі ретінде құрастыру, т.с.с.

Көптеген қолданбалы есептерде есептің шешімін табу үдерісінде бұл құралдар бірге, өзара үзілмейтін байланыста қолданылады.

Математикалық ойлаудың көптеген сапаларын дамыту үшін зерттеу сипатындағы есептерді пайдалану әсіресе тиімді. Өзінің жеке «мини» зерттеуін жүргізе отырып, әрбір оқушы берілген объекті немесе құбылыстың елеусіз қасиеттерінен, елеулі қасиеттерді айқындау қабілетін, жалпылау, абстракциялау, жүйелеу, болжам айту, т.с.с. қабілетін қалыптастырды. Бір сөзбен айтқанда, мұндай есептің шешімін іздеу үдерісінде оның ойлау қабілеттерінің қарқынды дамуы, нәтижеде оқушының абстрактілі ойлауы қалыптасады.

Оқу материалын меңгере отырып, оқушылар қоршаған орта құбылыстары мен заттары арасындағы байланыстар мен қатынастарды ашуға, айқындау мен тұжырымдауды нақты жасауға, мазмұнды қорытындылар жасауға, аналогиялар жасауға үйренеді. Осы аталғандар жүйелеу, классификациялау, жалпылау мен нақтылау дағдыларын дамытуға ықпал жасайды. Оқу үдерісінде оқушылар ойлау әрекетінің көптеген тәсілдерін меңгереді, ойлауды үйренеді. Оларда абстрактілі ойлаудың маңызды жақтарының бірі – заттармен тікелей емес бейнелермен (көрнекі және сұлбалы) әрекет етуге мүмкіндік беретін ойша амал орындау қабілеті дами бастайды. Шынында қандай да бір құбылыстың математикалық моделін құрғанда біз модель мен объектінің сапалық әркелкілігінен, олардың қозғалыс материясының түрлі формаларға тиісті болуына назар аудармаймыз. Ойлау әрекеті, ой қозғалысы жалпылау көмегімен математикалық ұқсастық роліндегі изоморфизм идеясына алып келеді. Бұл ұқсастықтың болмысы табиғат заңдылықтарының математикалық формаларының тепе-теңдігінен туындайды, атап айтсақ, математикалық тұрғыда ұқсас жүйелердің физикалық заңдылықтары әртүрлі, ал оларды математикалық түрде өрнектеу формасы бір.

Қолданбалы практикалық есепті шығару нәтижесінде алынған математикалық модельді түсіндіру әртүрлі болуы мүмкін және осы арқылы бір қолданбалы есептен екіншісіне өтуге мүмкіндік береді, бұл ауысулар соңында тиімді, шығармашылық және ерекше ойлау қабілетіне дамиды.

Бағдарламаны меңгеру үшін жоғары сынып оқушысы теориялық ойлауын дамытуы қажет. Теориялық ойлау қабілетін дамыту алғышарттары бар: ой еңбегінің сипаты өзгереді, дәріс-сабақтарының, зертханалық және практикалық жұмыстарды өз бетінше орындау, материалды өз бетінше оқып-үйренудің маңызы арта түседі. Ойлау нәтижесінде анағұрлым белсенді, өз бетінше және шығармашылық сипатқа ие бола бастайды. Ойлау әрекеті жалпылау мен абстракциялау, құбылыстардың себеп-салдарын түсіндіру тенденциясымен, дәлел келтіру, жеке ережелердің ақиқат немесе жалғандығын дәлелдеумен зерттелініп отырған мәселені жүйелеу арқылы сипатталады. Ойлаудың сыни сипаты дамиды.

Қорытынды

Практикалық мазмұнды есептерді математикалық модельдеу әдісімен шығару мектеп оқулықтарында терендете қарастырылмайды. Егер осы мәселеге көңіл бөлсек, онда оқушылардың есептерді шығаруға қызығушылығы артып, абстракциялы, функционалды ойлау қабілеттері дамитын еді. Сондықтан бұл мақалада математикалық мазмұнды есептерді шығару арқылы оқушылардың ойлау қабілеттерін қалыптастыруда математикалық модельдеу әдісінің төмендегі критерийлерін ұсынамыз:

- кеңістіктік елестету қабілеті;
- жақсы таңдау жасауға қабілетті жадының бар болуы; математикалық білім мен тәжірибені жаңғырту қабілеті;
- белгілі бір жағдайлардың көрнекі түрде тиімді және көрнекі бейнелі модельдерін жасау қабілеті;

- қандай да бір объектілер жиынының қай элементтері зерттелініп отырған объектіге сыртқы және ішкі белгілері бойынша ұқсас болатынын анықтау қабілеті;

- берілген мәселе тиісті болатын берілген объект немесе типтің қай класқа тиісті екенін анықтау қабілеті;

- объектілер мен идеялардың арасындағы әртүрлі байланыстарды ашу қабілеті, жасалған қорытындының ақиқаттығын тексеру үшін логикалық байланыстарды пайдалану біліктілігі;

- өмірлік жағдайларды математикалық модельдеу қабілеті.

Сонымен, мектеп оқушыларының математикалық ойлау қабілетін қалыптастыру мақсатында біз математикалық модельдеу әдісін пайдаландық. Практикалық мазмұнды мәселе есептерді оқушыларға оқытып, осы арқылы математикалық ойлау қабілеттерін қалыптастырып, дамыту және олардың осындай қабілеттерін өмірде кездесетін мәселелерге талдау жасай отырып шешуді игертудің қажетті негізі болып табылады.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Бекболғанова А.К., Умиргалиева А.Б. Мектептегі математика курсындағы математикалық анализ элементтерінің орны мен ролі // Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. “Физика-математика ғылымдары” сериясы. – 2018. – №1 (61). – Б. 37–42.
2. Гамезо М.В. Знаки и знаковое моделирование в познавательной деятельности: дисс. ... докт. псих. наук. – М., 1997. – 373 с.
3. Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.П., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. Алгебра: жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2017. – 272 б.
4. Қасқатаева Б.Р., Кокажаева А.Б., Қазыбек Ж. Математикалық модельдеу оқушылардың математикалық сауаттылығын арттыру құралы ретінде // Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университетінің Хабаршысы. – 2021. – №1(85). – Б. 58–67.
5. Соболев С.Л. Судить по конечному результату // Математика в школе. – 1984. – №1. – С. 5–19.
6. Arseven A. Mathematical Modelling Approach in Mathematics Education // Universal Journal of Educational Research. – 2015. – Vol 3(12), No 3. – P. 973–980.
7. Boaler J. Mathematical Modelling and New Theories of Learning // Teaching Mathematics and its Applications. – 2001. – Vol. 20. – P. 121–128.
8. Бекболғанова А.К., Туралық М.Б. Модельдеуді пайдалану – оқытудың қолданбалығын күшейтудің негізгі бір шарты // Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы, “Физика-математика ғылымдары” сериясы. – 2018. – №1 (61). – Б. 33–37.
9. Петерсон Л.Г. Математическое моделирование как методологический принцип построения программы школьного курса математики // Содержание, методы и формы развивающего обучения математике в школе и вузе. – 1999. – №2. – С. 30–33.
10. Blum W., Borromeo, Ferri R. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? // Journal of Mathematical Modelling and Application. – 2009. – Vol. 1, No. 1. – P. 45–58.

REFERENCES

1. Bekbolganova A.K., Umirgaiyeva A.B. Mekteptegi matematika kursynadgy matematikalyk analiz elementterinin orny men roli [The role and place of the elements of mathematical analysis in the field of school mathematics] // Abay atyndagy QazUPU Habarshysy. “Fizika-matematika gylymdary” seriyasy. – 2018. – №1 (61). – B. 37–42. [in Kazakh]
2. Gamezo M.V. Znaki I znakovoye modelirovaniye v poznavatelnoy deyatelnosti [Signs and sign modeling in cognitive activity]: diss. ... dokt. psych. nauk. – M., 1997. – 373 s. [in Russian]
3. Abilkasymova A.E., Kucher T.P., Korchevskiy V.E., Jumagulova Z.A. Algebra. Jalpy bilim беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық [Algebra. Textbook for 7th grade of secondary school]. – Алматы: Мектеп, 2017. – 272 б. [in Kazakh]

4. Kaskatayeva B.R., Kokazhayeva B.R., Kazybek Zh. Matematikalyq modeldeu oqushylardyn matematikalyq sauattylygyn arttyru quraly retinde [Mathematical modeling as a tool to improve students' mathematical literacy] // Qazaq ulttyq qyzdar pedagogikalyq universitetinin habarsysy. – 2021. – №1(85). – B. 58–67. [in Kazakh]
5. Sobolev S.L. Sudit po konechnomu rezultatu [Judging by the end result] // Matematika v shkole. – 1984. – №1. – S. 5–19. [in Russian]
6. Arseven A. Mathematical Modelling Approach in Mathematics Education // Universal Journal of Educational Research. – 2015. – Vol 3(12), No 3. – P. 973–980.
7. Boaler J. Mathematical Modelling and New Theories of Learning // Teaching Mathematics and its Applications. – 2001. – Vol. 20. – P. 121–128.
8. Bekbolganova A.K., Turalyk M.B. Modeldeudi paidalanu – oqitudyn qoldanbalygin kusheitudin negizgi bir sharty [The use of modeling is one of the main ways to strengthen the application of teaching] // Abay atyndagy QazUPU Habarshysy. “Fizika-matematika gylymdary” seriyasy. – 2018. – №1 (61). – B. 33–37. [in Kazakh]
9. Peterson L.G. Matematicheskoye modelirovaniye kak metodologicheskyy princip postroeniya programmy shkolnogo kursa matematiki [Mathematical modeling as a methodological principle for constructing a curriculum for a school course in mathematics] // Soderzhanie, metody i formy razvivajushhego obucheniya matematike v shkole i vuze. – 1999. – №2. – S. 30–33. [in Russian]
10. Blum W., Borromeo, Ferri R. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? // Journal of Mathematical Modelling and Application. – 2009. – Vol. 1, No. 1. – P. 45–58.